Paul Guadet

COURS DE PERSPECTIVE

To the
School of Applied Design for Women.
For the Use of the Students.

Gift of
Edwin H. Denby.
May 13th 1930.

Paul GUADET
ARCHITECTE
PROFESSEUR A L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DES BEAUX-ARTS

COURS DE PERSPECTIVE

Ancienne Maison Auguste VINCENT
VINCENT, FRÉAL & Cie, Successeurs
4, RUE DES BEAUX-ARTS. — PARIS

Paul GUADET
ARCHITECTE
PROFESSEUR A L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DES BEAUX-ARTS

COURS DE PERSPECTIVE

Ancienne Maison Auguste VINCENT
VINCENT, FRÉAL & Cie, Successeurs
4, RUE DES BEAUX-ARTS. — PARIS

AVANT - PROPOS

Ce cours de perspective s'adresse aux artistes, aux élèves de notre chère Ecole des Beaux-Arts. Nous éviterons, autant que faire se pourra, les développements purement scientifiques et trop arides; mais cependant, nous tenons à ne jamais donner de « recette » sans l'expliquer complètement, sans chercher que la raison en soit bien comprise.

Faire autrement serait aller à l'encontre de notre but didactique : un procédé de tracé donné sans explications ne pourrait être ensuite modifié et adapté au problème particulier posé; et chaque application pratique de la perspective est un problème particulier, différant du précédent comme il diffère du suivant, comme il diffère du cas général traité dans le cours.

Il ne faut donc pas s'attendre à trouver ici une compilation de tous les tracés se rapportant à chacun des cas particuliers qui peuvent se rencontrer dans la pratique. Un tel ouvrage serait impossible à faire, impossible surtout à consulter.

Mais, lorsque les méthodes générales de tracé seront bien comprises par leur exposé proprement dit et grâce à quelques exemples pratiques, rien ne sera plus facile que d'en faire l'application à ces cas particuliers.

Avant l'exposé des méthodes de tracé, je commencerai cependant par expliquer le but de la perspective qui est de dessiner exactement; *montrer que pour dessiner exactement il faut, préalablement, savoir* bien voir. *Et pour bien voir, il n'est pas inutile de savoir ce que c'est que* voir.

Je donnerai donc tout d'abord quelques notions sur les phénomènes de la vision et les organes visuels. Puis, quelques expériences devant la nature me permettront de dégager les procédés de dessin en présence des objets à représenter. L'un de ces procédés, le plus général, est de relier tous les points par un réseau de lignes droites fictives ou réelles. La copie de ce réseau permet dès lors celle des objets. Il suffit donc, pour dessiner, hors de la présence des objets, de savoir représenter une ligne droite.

Il faudra, dans ce but, classer ces lignes en diverses catégories. Ensuite, je montrerai les diverses méthodes de tracés applicables à ces diverses lignes, isolées ou bien réunies pour constituer un réseau.

Il ne me restera plus, dans les chapitres suivants, qu'à appliquer ces mêmes méthodes à la représentation de diverses courbes usuelles, de divers volumes géométriques.

Pour terminer, je donnerai quelques indications pour les cas de dessin sur des surfaces autres qu'un plan vertical, telles que plafond, voûtes, etc., ainsi que pour les « tricheries » qui sont nécessaires dans certains cas, tels que tableaux de très grandes dimensions et sans recul suffisant. Si la perspective est quelque peu une science, elle est en effet surtout un art et n'a rien de la rigidité absolue scientifique.

CHAPITRE PREMIER

Généralités. But de la perspective et du dessin. Vision naturelle. Conditions du dessin. Définitions.

Généralités — But de la Perspective et du Dessin

Dès que ses yeux s'ouvrent, l'homme est en extase devant les spectacles de la nature et, aussitôt qu'il le pourra, il s'efforcera de les reproduire pour prolonger la jouissance qu'il retire de cette contemplation. C'est ainsi que le premier but de l'artiste est de dessiner correctement; après cela seulement, il pourra exprimer telle ou telle nuance de sentiment en nuançant tel ou tel élément de ce dessin.

Mais comment dessiner correctement? Comment représenter sur un dessin de dimensions réduites tout un ensemble composé d'objets de dimensions considérables? Comment, sur une toile ou un papier, surfaces planes, faire la copie d'objets ayant une profondeur, d'objets à trois dimensions, comme disent les géomètres?

C'est là l'enseignement que se propose la perspective en expliquant les diverses déformations des objets dans leurs apparences visuelles. Et pour bien comprendre ces déformations, pour apprendre à *bien voir*, il nous faut d'abord apprendre ensemble ce que c'est que *voir*.

Vision naturelle

L'organe des sensations visuelles est l'œil. Etudions-en la conformation et l'anatomie : cela nous aidera à comprendre la sensation visuelle.

L'œil de l'homme, comme celui de tous les vertébrés en général, ressemble beaucoup dans sa disposition d'ensemble à un appareil photographique. En effet, il a une forme à peu près sphérique et, à sa partie antérieure, se trouvent la prunelle avec l'iris, analogue au diaphragme, et le cristallin, analogue aux lentilles de l'objectif; cet ensemble est protégé, en avant, par la cornée. En arrière, une alvéole complètement close, enveloppée par une membrane dure, la sclérotique, est analogue à la chambre noire de l'appareil photographique. Enfin, une partie de cette membrane est tapissée intérieurement de tout un dispositif nerveux très complexe qui joue le rôle de la plaque sensible.

L'iris est constitué par une multitude de muscles minuscules et rendus complètement opaques par des pigments colorés, du bleu pâle au noir brun suivant l'individu. Tous ces petits muscles laissent libre et transparent un point central dont le diamètre varie suivant leur état de contraction; c'est le point noir du centre de l'œil, la pupille. Ainsi se trouve réglée l'admission dans l'œil de la lumière en plus ou moins grande quantité suivant l'éclairement des objets extérieurs.

En arrière de l'iris est le cristallin, de forme ellipsoïdale, de constitution élastique et rempli d'une humeur à coefficient de réfraction très élevé. Le cristallin est maintenu en place par toute une couronne d'autres petits muscles qui, par leur tension plus ou moins grande, en modifient la courbure. Le cristallin peut ainsi jouer le rôle d'une lentille optique, d'une loupe, et être « mis au point » à volonté.

LÉGENDE

OF. Os frontal.
OM. Os malaire et maxillaire.
PS. Paupière supérieure.
PI. Paupière inférieure.
CT. Cartilages tarses.
MS. Muscle droit supérieur.
MI. Muscle droit inférieur.
(D'autres muscles achèvent de permettre les divers mouvements du globe oculaire.)
MP. Muscle de la paupière supérieure.
N. Nerf optique.

c. Cornée, transparente et incolore.
a. Chambre antérieure remplie de l'humeur aqueuse.
ii. Iris, opaque et contractile, percé au centre d'une fenêtre circulaire, la pupille.
cr. Cristallin, lentille remplie d'une humeur très réfringente.
p. Chambre postérieure remplie de l'humeur vitrée.
s. Sclérotique, enveloppe opaque et dure, extérieure du globe oculaire.
ch. Choroïde, membrane à pigment noir.
r. Rétine, composée d'organes sensibles multiples (*voir fig.* 2).
n. Filaments du nerf optique.
h. Membrane hyaloïde transparente protégeant la rétine et le nerf optique.

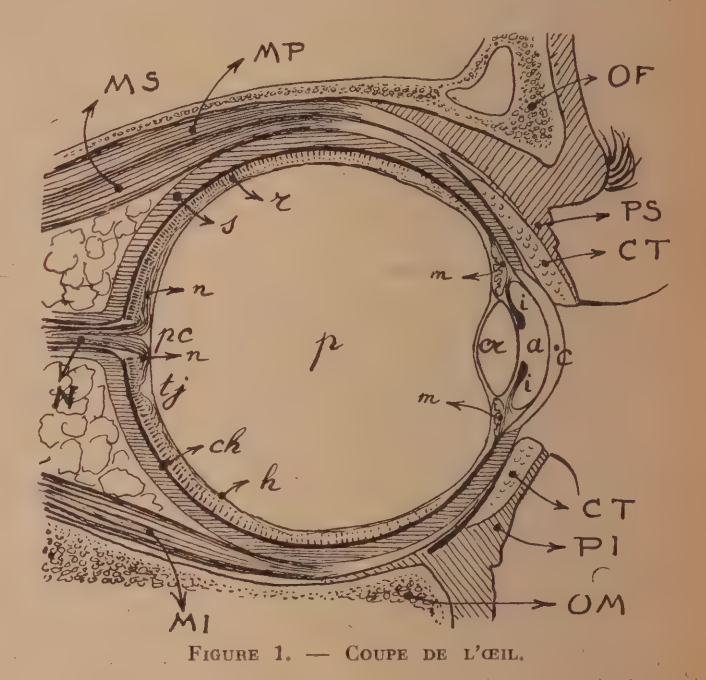


FIGURE 1. — COUPE DE L'ŒIL.

m. Muscles ciliaires terminant la choroïde et contractant ou dilatant le cristallin.
pc. *Punctum cæcum*, point aveugle.
tj. Tache jaune, région de la vision la plus nette.

Tout cet ensemble est complété par quantité d'autres organes nerveux et de circulation, tissus conjonctifs, etc., dont je ne veux pas faire la description ici, et constitue l'organe optique proprement dit de l'œil. C'est l'objectif de l'appareil photographique.

La grande cavité de l'œil est située immédiatement en arrière du cristallin, elle a une forme à peu près sphérique et est remplie par l'humeur vitrée, transpa-

rente et de faible indice de réfraction. Les parois internes en sont couvertes d'une membrane à pigment noir, la choroïde.

Une grande partie de ces parois sert de support à la rétine qui est un réseau infiniment fin et compliqué de délicates ramification du nerf optique aboutissant à une multitude (ils se comptent par centaines de mille) de microscopiques organes sensibles dont les formes justifient leurs noms de cônes et de bâtonnets.

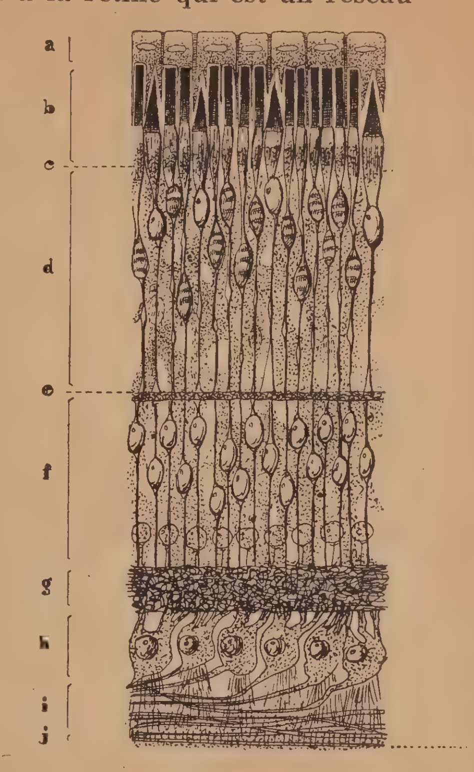


Fig. 2.

a. Couche pigmentaire.
b. Couche des bâtonnets et des cônes.
c. Couche limitante externe.
d. Couche granuleuse externe.
e. Couche intragranuleuse.
f. Couche granuleuse interne.
g. Couche moléculaire.
h. Couche des cellules nerveuses.
i. Couche des fibres nerveuses.
j. Couche limitante externe.

Deux petites régions doivent spécialement attirer l'attention. C'est d'abord le point où le nerf optique, chargé de transmettre au cerveau les sensations visuelles, pénètre dans l'œil. A cet endroit, les ramifications multiples du nerf optique empêchent l'existence des organes sensibles et ce point de la rétine est aveugle. En pratique, l'accoutumance depuis le jeune âge empêche que l'on s'en aperçoive, d'autant plus que ce point aveugle se trouve assez fortement excentré par rapport à l'axe de l'œil et, par conséquent, est en dehors de la région où se forment les images donnant des sensations visuelles bien nettes (1).

C'est ensuite une région mesurant 3 à 4 millimètres de diamètre, de forme à peu près ovale, placée dans l'axe de l'œil et appelée à cause de son aspect à l'examen ophtalmologique la *tache jaune*. C'est la région où les organes sensibles sont le plus multipliés (on en compte quelque 500.000) et d'une sensibilité plus aiguisée. Cette portion particulièrement sensible de la rétine peut, à cause de ses dimensions très réduites, être considérée comme plane.

Que se passe-t-il donc lorsqu'un point éclairé se trouve en face de l'œil? Je suppose un point lumineux A (voy. fig. 4) placé vis-à-vis de l'œil Œ. Le point A émet des rayons lumineux dans une infinité de directions;

(1) L'expérience suivante permet de révéler très simplement l'existence de ce point aveugle (*punctum cæcum* des anatomistes) : Fixez de l'œil droit le rond noir de la figure 3 en fermant l'œil gauche; en éloignant plus ou moins le livre de votre œil, il viendra un moment où vous ne verrez plus la croix.

Fig. 3. — Démonstration du *punctum cæcum*.

mais seuls pénétreront dans l'œil et pourront atteindre la rétine R ceux qui traverseront la pupille P. C'est l'ensemble de ces rayons lumineux que j'appellerai le faisceau lumineux de A. L'un de ces rayons, celui qui passe par le point Œ appelé par les physiciens *centre optique* de la lentille qu'est le cristallin, c'est-à-dire A Œ,

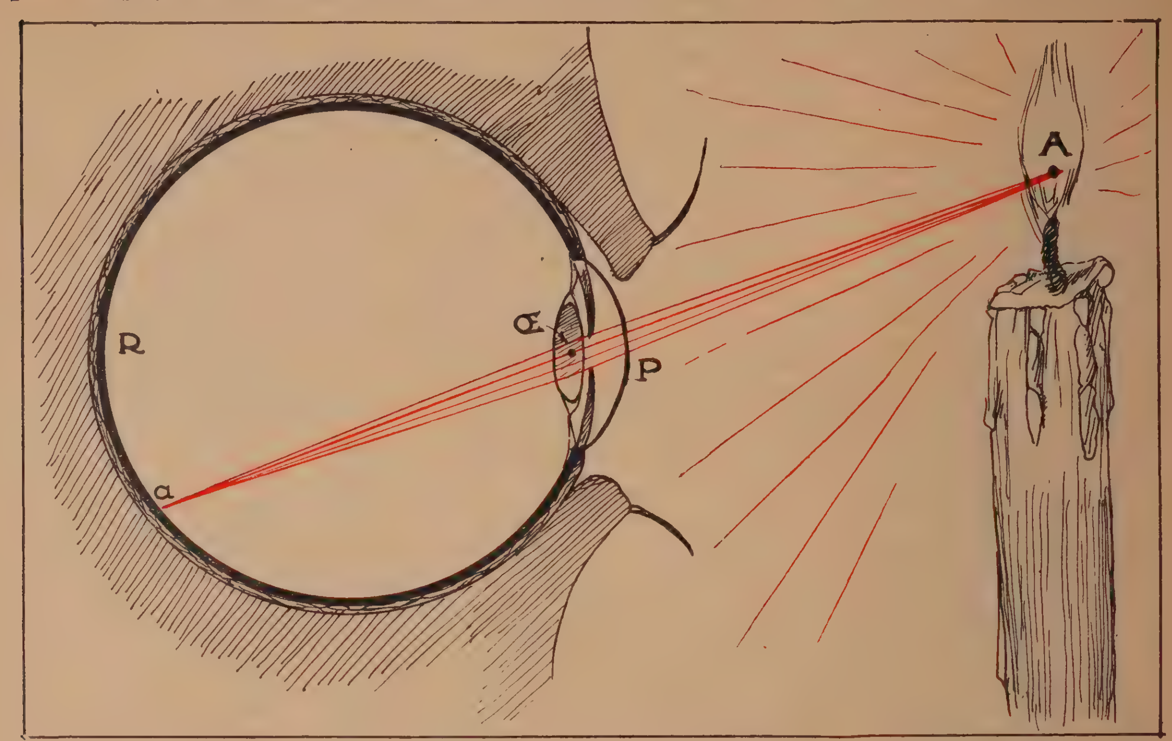


Fig. 4. — Un faisceau lumineux est constitué par l'ensemble des rayons émanés du foyer A et pénétrant dans l'œil pour aboutir en *a*.

traversera le cristallin sans être dévié de sa route et frappera la rétine au point *a*. Les autres qui sont *divergents* entre le point A et le cristallin, deviennent, d'après les propriétés optiques des lentilles qu'il serait hors de propos de rappeler ici, *convergents* à l'intérieur de l'œil et frappent la rétine au même point *a*. Il se formera ainsi sur la rétine un point lumineux *a* correspondant au point extérieur A. C'est ce que l'on appelle l'*image rétinienne* de A. Cette image rétinienne agira sur les organes sensibles de la rétine et créera ainsi la sensation lumineuse qui lui correspond.

Il suffit d'un coup d'œil sur la figure 4 pour comprendre que l'emplacement de cette image rétinienne de A sur la rétine est défini par le prolongement de la ligne A Œ jusqu'en *a*, sans que l'on ait à s'occuper davantage des autres rayons lumineux formant le faisceau lumineux. Cette ligne A Œ s'appelle la LIGNE ou le RAYON VISUEL DE A.

Si maintenant nous examinons ce qui se passera si deux points, A et B, se trouvent en face de l'œil, la figure 5 va nous montrer tout de suite que l'image réti-

nienne de A se formera en *a*, celle de B en *b* et nous contaterons ainsi que les positions relatives des images rétiniennes sont *inverses* de celles des rayons visuels des objets naturels. Si le rayon visuel B est au-dessous de celui de A, l'image rétinienne

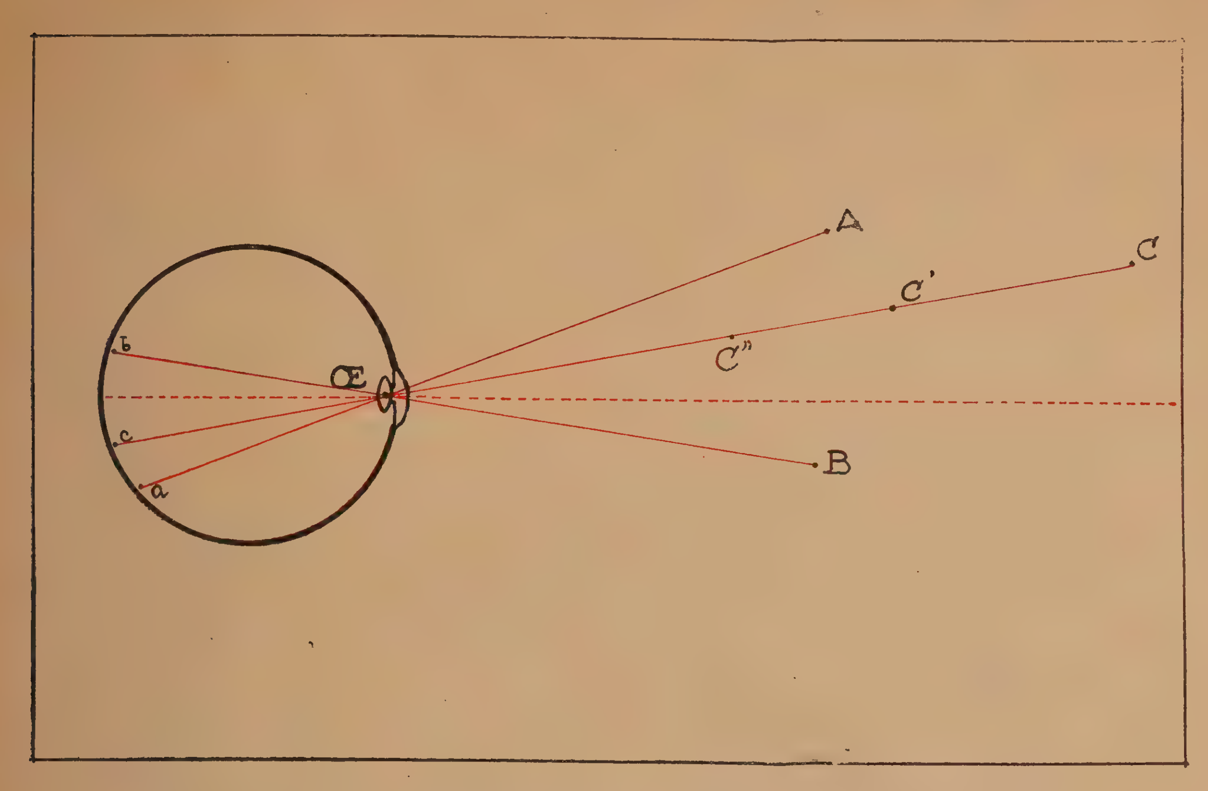


Fig. 5. — A chaque point de la nature A, B, C, etc., correspond un faisceau lumineux qui crée une image *a*, *b*, *c*, etc, au fond de l'œil.

b de B sera au-dessus de celle de A; la même observation est vraie naturellement pour les positions de droite et gauche. Mais une remarque très importante est la suivante : la position de chaque image rétinienne ne dépend pas précisément de la position réelle des objets naturels mais bien de la direction de leurs rayons visuels. Par exemple (voy. fig. 5), C est, dans la nature, beaucoup plus loin que A et un peu plus haut. Son rayon visuel passe néanmoins au-dessous de celui de A et l'image rétinienne sera la même que si C était en C' au-dessous de A.

D'autre part, il est évident que tous les points situés sur un même rayon visuel tels que C, C', C", ont même et unique image rétinienne. Il ne faut pas croire qu'il résulte de ce fait une confusion dans les sensations visuelles à cause de l'existence des deux yeux, pour lesquels les sensations lumineuses causées par un même objet ne sont pas identiques. Je reviendrai sur ce point plus loin et ne fais que l'indiquer ici.

En résumé, la sensation visuelle est causée par une image rétinienne. Celle-ci

est produite par la rencontre des divers rayons visuels et de la surface sensible de la rétine. L'œil est l'organe visuel et fonctionne d'une manière tout à fait analogue à celle d'un appareil à photographie.

But du dessin

Maintenant que nous nous sommes bien rendu compte du mécanisme des sensations visuelles causées par les objets extérieurs, il est évident pour nous que si, par un artifice quelconque, une image rétinienne peut être créée identique à celle que donnerait un objet, l'illusion de la présence de cet objet sera donnée au cerveau. Ce sera, comme le dit Abraham Brosse, dans son traité de perspective : « faire une figure de laquelle, estant veüe d'un certain endroit, il advienne que l'œil en aît ou reçoive toute la mesme sensation visuelle qu'il auroit des linéamens et couleurs du sujet s'il le voyoit au droit de cette figure en une certaine situation ».

C'est là le but du dessin.

Mais entendez-moi bien. Il est bien loin de ma pensée de vouloir dire que l'artiste ne doit prétendre qu'à cette sorte de trompe-l'œil et à une exécution de reproduction purement mécanique qu'un appareil réalisera toujours mieux et plus parfaitement. Cela serait absolument indigne de lui. Mais il est nécessaire, pour pouvoir établir une composition, de connaître les méthodes de tracé utiles pour arriver à cette substitution des images rétiniennes, quitte à simplifier et même « tricher » ensuite s'il y a lieu. Il en est de la perspective comme de l'anatomie. Il faut, pour camper une figure, connaître parfaitement l'anatomie du corps humain et cependant, il ne viendra à personne l'idée de dessiner un écorché dans un tableau. De même pour la perspective; il est indispensable d'en connaître les méthodes et cependant, il sera souvent inutile de faire une épure précise et, en tout cas, celle-ci ne doit jamais rester apparente.

Il s'agit donc de réaliser artificiellement une image rétinienne identique à celle d'un ensemble de points extérieurs. Or on peut distinguer dans la sensation totale de cette image rétinienne deux natures de sensations partielles. Les unes colorées, les autres donnant les formes. Il semble même, d'après les plus récents travaux des anatomistes, que les organes sensibles de la rétine sont de deux catégories et transmettent au cerveau, les uns les sensations colorées, les autres celles des formes.

Je ne traiterai que des méthodes destinées à reproduire l'image des formes. Quant à la reproduction sur la rétine des couleurs, je n'en dirai que quelques mots à la fin de cet ouvrage : il n'y a que peu de règles applicables à ce sujet et c'est là surtout que se fait sentir l'individualité de chaque artiste. Dans les chapitres qui vont suivre il ne sera donc jamais question que des formes, c'est-à-dire des lignes limitant telle ou telle partie d'un ensemble constituant un ou plusieurs objets.

Conditions nécessaires pour dessiner

Léonard de Vinci, dans son traité de peinture, dit :

« Prends un verre et pose-le bien d'aplomb entre tes yeux et l'objet que tu veux dessiner, puis éloigne-toi du verre de deux tiers de bras et immobilise la tête au moyen d'un instrument de façon à ne pas la remuer. Puis, ferme un œil et



Fig. 6. — Exemple d'un dessinateur se servant d'une vitre de Léonard de Vinci pour mettre en place la « Cour du Mûrier ».

marque avec un crayon ou un pinceau sur le verre ce qui s'y reflète, et puis tu décalqueras au jour sur du papier le dessin fait sur le verre. »

Il énumère dans ce texte toutes les conditions nécessaires pour permettre de dessiner exactement un objet. En effet, si la tête ne reste pas immobile, le centre optique de l'œil se déplacera et, par conséquent l'image rétinienne variera. Il serait alors impossible de dessiner puisqu'un seul dessin ne pourrait produire sur la rétine plusieurs images rétiniennes différentes.

D'autre part, le procédé indiqué par lui de l'interposition d'une vitre entre l'œil et l'objet est bien imaginé pour réaliser un dessin pouvant être substitué à

la nature. Il ne s'agit que des formes, rappelons-le une dernière fois. En effet, les rayons visuels issus des divers points de l'objet à dessiner rencontrent la vitre interposée en autant de points correspondants. Comme nous avons vu plus haut que tous les points d'un même rayon visuel ne produisent qu'une seule et unique image rétinienne, il est évident que l'ensemble des points dessinés sur la vitre produiront sur la rétine une image identique à celle produite par la nature. Et le but du dessinateur se trouvera atteint.

Mais Léonard de Vinci énumère toute une série de prescriptions que je vais examiner et analyser.

Il demande que le verre interposé entre le dessinateur et son modèle soit bien d'aplomb, ajoutons qu'il doit être *plan*. Aucune raison géométrique n'impose ces dispositions. Scientifiquement et théoriquement le résultat cherché serait tout aussi correctement obtenu si ce verre était posé obliquement ou s'il était courbe. Mais la perspective, je l'ai déjà dit, est autant un art qu'une science, et vous comprendrez tout de suite qu'il y a grand intérêt pour la facilité de la vision à placer la vitre, c'est-à-dire le tableau, parallèlement au fond de l'œil; ainsi en effet le dessin obtenu sur la glace est pareil à l'image rétinienne du modèle et n'en diffère que par les dimensions. Si donc le spectateur ne se trouve pas placé exactement au point de vue qui a servi pour le tracé, l'image rétinienne restera analogue à celle que l'artiste a cherché à produire et le résultat sera encore satisfaisant.

Or la partie spécialement sensible de la rétine peut être, comme nous l'avons vu, considérée comme plane; le tableau doit donc être plan. De plus, la position normale de l'homme étant la station verticale, il en résulte que la direction normale du fond de la rétine est verticale et qu'il doit en être de même du tableau qui recevra le dessin. Il se trouve néanmoins des cas particuliers (plafonds, voûtes, etc.) où le tableau n'est pas vertical ou plan : ce sera l'objet des chapitres à la fin de ce cours; mais autrement, le tableau sera toujours supposé vertical et bien en face du dessinateur.

Il faut aussi, dit le maître italien, immobiliser la tête et fermer un œil. Ces deux conseils tendent tous deux à ce que le point d'où doivent être vus le modèle et le dessin soit le même et qu'il soit invariable et unique. Il est bien évident, et l'expérience journalière le montre, que les deux yeux ne voient pas le même objet d'une façon absolument identique, que, si l'œil se déplace, l'aspect de l'objet change.

Cependant, si nous nous reportons à la figure 5, nous verrons que nous devons apporter une légère correction au texte de L. de Vinci. Ce n'est pas la tête qui doit être maintenue immobile, mais le centre optique de l'œil resté ouvert, son point Œ. C'est en effet au point Œ que se croisent tous les rayons visuels venant du modèle — ou du dessin qui est substitué au modèle — et allant former l'image rétinienne.

C'est ce point Œ, centre optique de l'œil, que j'appellerai dorénavant le POINT DE VUE. Remarquons en passant, qu'il sert de point de vue pour l'image rétinienne exactement de même que pour le dessin.

Définitions

Avant de commencer l'étude des méthodes de tracés perspectifs et de terminer celle des généralités, il est nécessaire de donner quelques définitions d'un certain nombre de termes particuliers à la perspective et qu'il est nécessaire de connaître à fond.

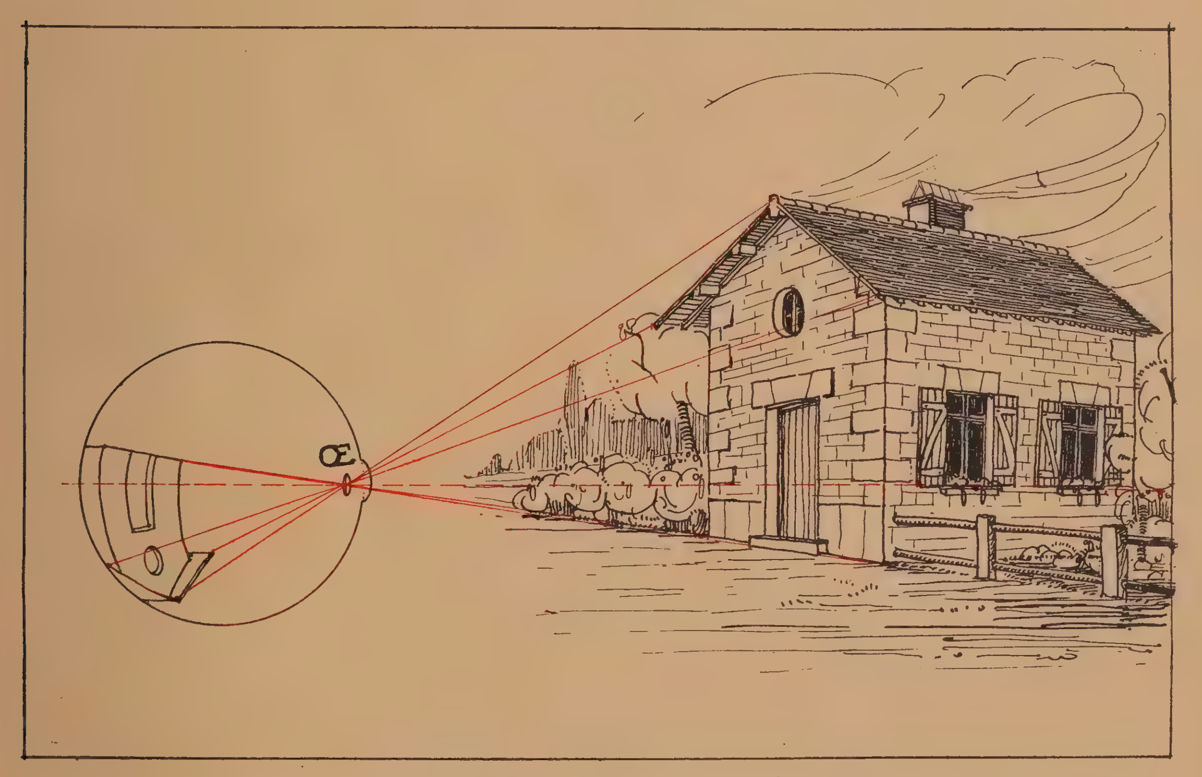


Fig. 7. — Le point de vue Œ est le centre optique de l'œil.
Les rayons visuels sont les droites qui joignent les objets à Œ et, prolongées, déterminent les images rétiniennes.

Point de vue. — Je viens, dans les pages précédentes, de montrer ce qu'est le point de vue. On peut le définir ainsi :

Le point de vue *est le point où est placé le centre optique de l'œil, supposé unique, du dessinateur, supposé immobile.*

Ce point sera toujours noté Œ (fig. 7).

Rayons visuels. — J'ai expliqué plus haut (p. 4) ce que sont les rayons visuels; je puis les définir ainsi :

Les rayons visuels *sont les rayons lumineux issus des divers points du modèle et pénétrant dans l'œil en passant par le point de vue* (fig. 7, RY).

Rayon (ou ligne) visuel principal. — J'ai montré l'intérêt qu'il y a à choisir un tableau plan et bien en face du dessinateur (p. 8). En ces conditions, un certain rayon visuel aura un intérêt tout particulier : c'est celui qui est perpendiculaire au tableau, qui est aussi le plus court et qui, dans la très grande majorité des cas, sera placé dans l'axe du tableau. Ce sera le rayon visuel principal ou la ligne visuelle principále (fig. 8).

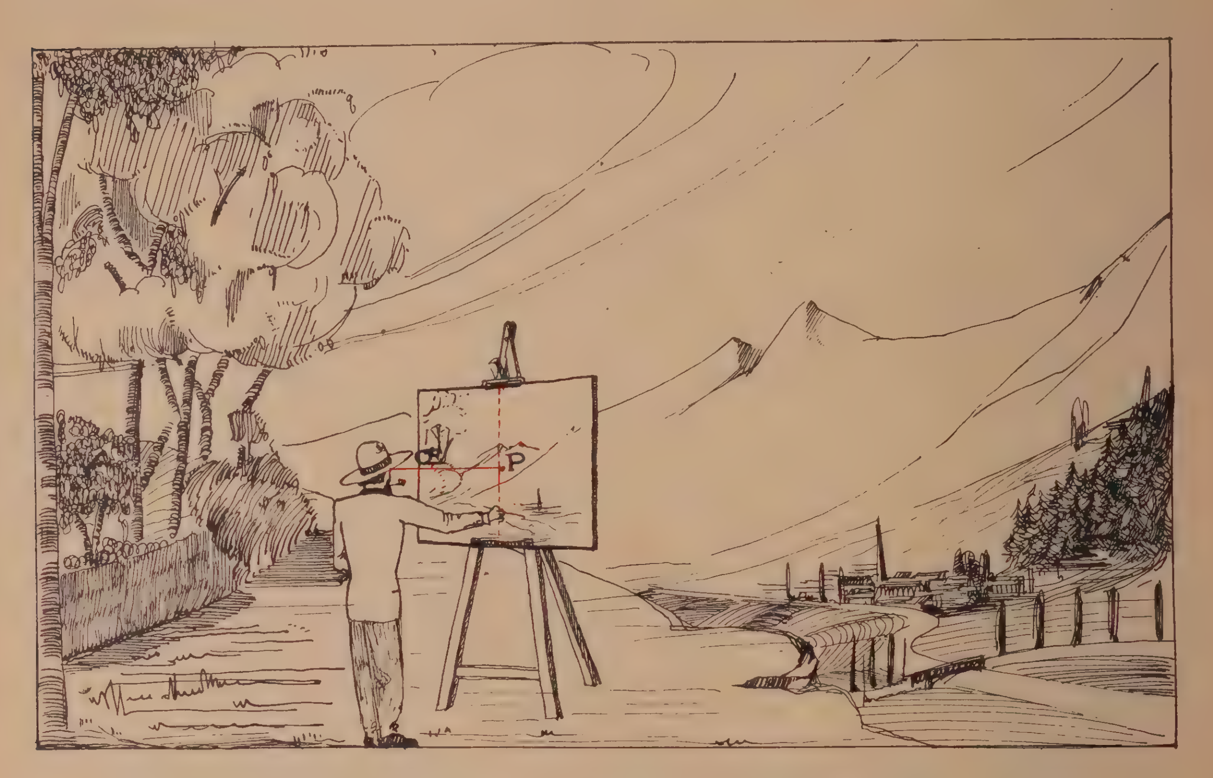


Fig. 8. — Le *rayon visuel principal* est la perpendiculaire ŒP abaissée de Œ sur le tableau. Le *point principal* est le pied P de cette perpendiculaire.

Le point de rencontre de ce rayon visuel principal avec le tableau sera toujours indiqué par la lettre P et appelé point principal.

Plans visuels. — Chaque point d'une ligne, d'un contour ou d'une silhouette par exemple, émet un rayon visuel. L'ensemble de ces rayons visuels forme une sorte de nappe, de cône ou de plan contenant à la fois la ligne dont il s'agit et l'œil du dessinateur (fig. 9, Œ-AB).

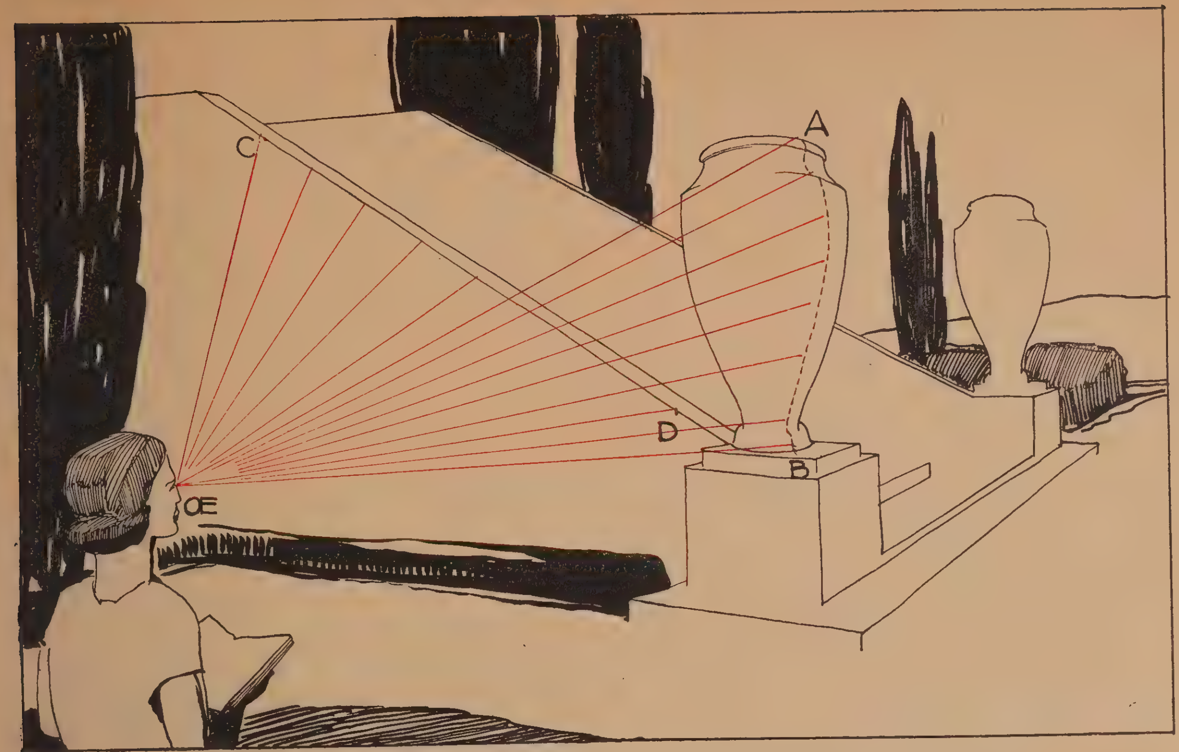


Fig. 9. — Le *plan visuel* ou le *cône visuel* est l'ensemble des rayons visuels tangents à un objet.

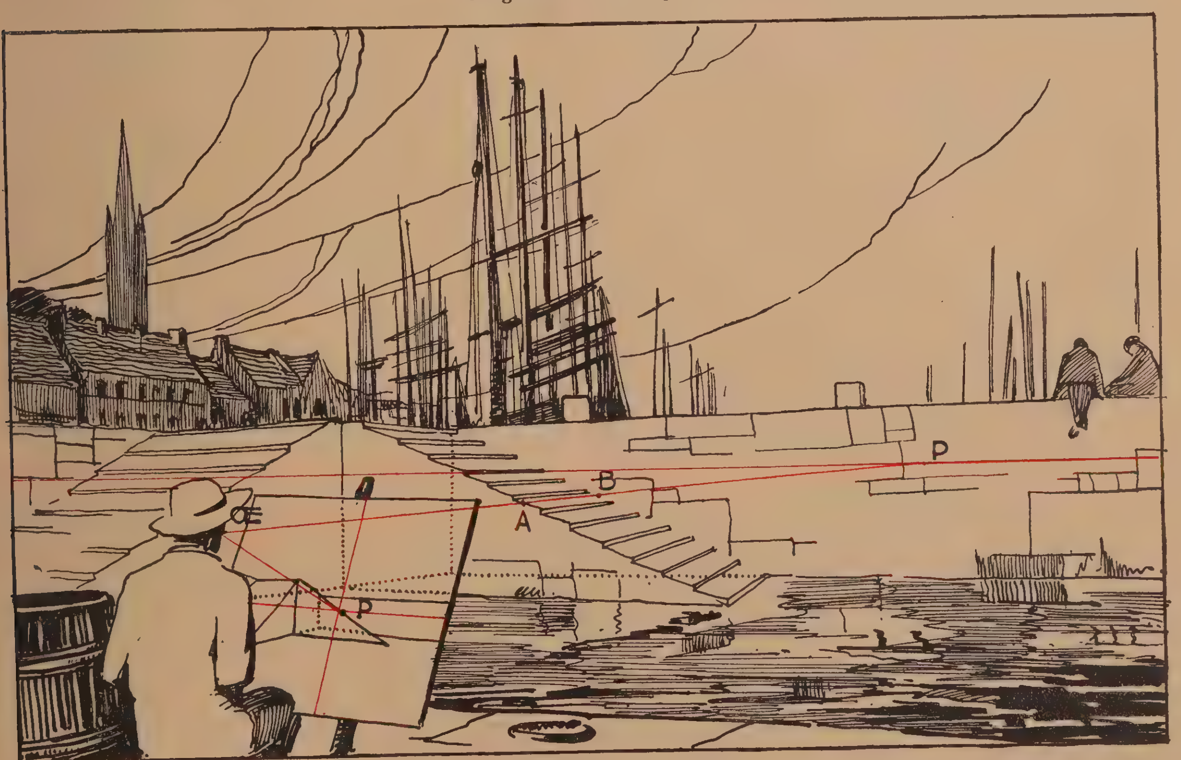


Fig. 10. — Tout plan visuel perpendiculaire au tableau, c'est-à-dire passant par P, est un *plan visuel principal* (ex. : le plan des marches).

En particulier, si cette ligne est une ligne droite, cette nappe de rayons visuels s'aplanit et devient un plan, c'est ce qu'on appelle un PLAN VISUEL (fig. 9, Œ-CD).

PLANS VISUELS PRINCIPAUX. — Parmi ces plans visuels, il en est de particulièrement intéressants : ce sont les plans visuels qui contiennent le rayon visuel principal. On les appelle PLANS VISUELS PRINCIPAUX (fig. 10). Ils sont perpendiculaires au tableau puisqu'ils contiennent le rayon visuel principal lui-même perpendiculaire.

PLAN VERTICAL PRINCIPAL. PLAN D'HORIZON. — Deux des plans visuels principaux seront surtout employés dans les tracés : celui qui est vertical et celui qui est horizontal. Ce seront : le PLAN VISUEL PRINCIPAL VERTICAL, ou plus simplement PLAN VERTICAL PRINCIPAL, et le PLAN VISUEL PRINCIPAL HORIZONTAL ou PLAN D'HORIZON.

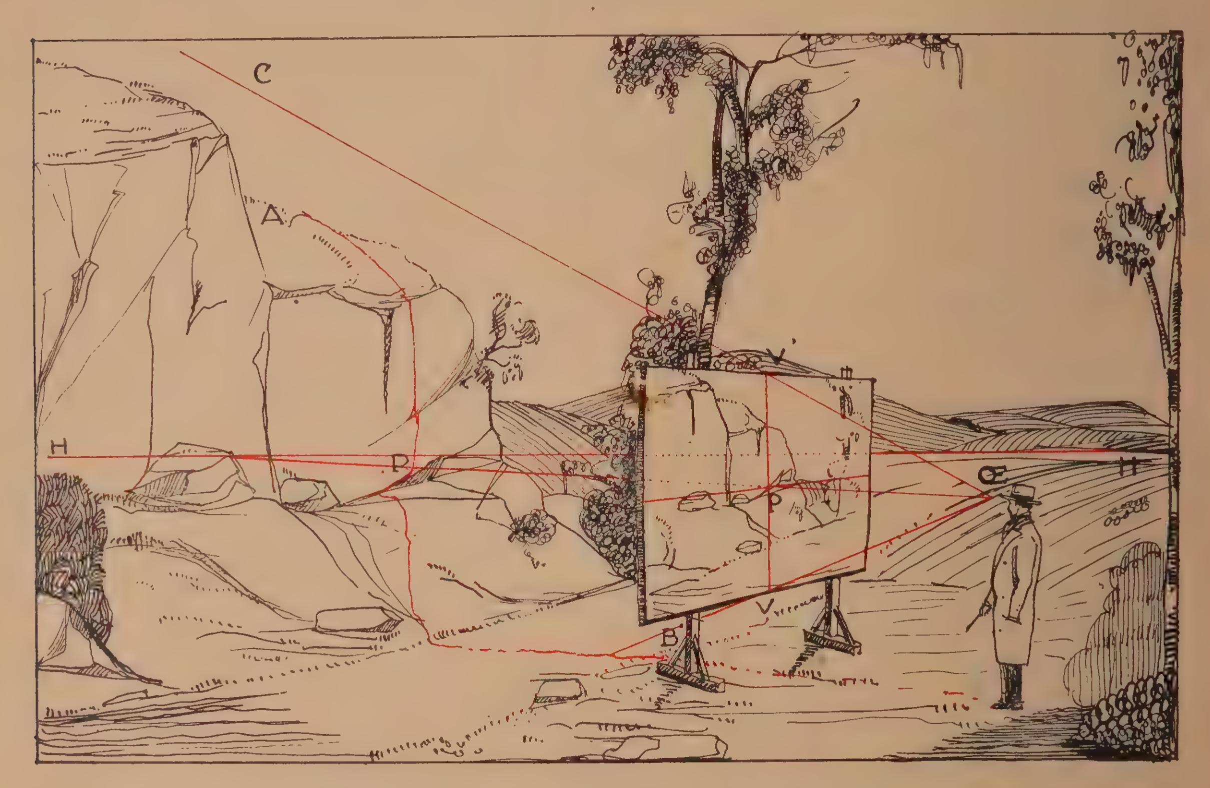


FIG. 11. — Le plan *vertical principal* est le plan visuel vertical perpendiculaire au tableau ; il détermine sur celui-ci la *verticale principale* VV'.

Le plan vertical principal partage tout l'espace en avant du dessinateur et le tableau en deux parties, presque toujours égales, l'une droite, l'autre gauche (fig. 11).

Le plan d'horizon est un plan horizontal situé *à la hauteur de l'œil* du dessinateur, il divise tout l'espace en avant du dessinateur et le tableau en deux parties, l'une supérieure, comprenant tout ce qui est au-dessus de l'œil du dessinateur, et l'autre inférieure, comprenant tout ce qui est au-dessous, c'est-à-dire en somme ce qui est entre le sol et l'œil du dessinateur (fig. 12).

Ce plan d'horizon a une importance toute particulière et il me faut insister un peu sur sa nature et ses propriétés. Pour bien comprendre d'abord ce qu'est ce plan d'horizon, imaginez être immergé dans une eau calme dont la surface serait exactement au niveau de votre pupille. Le plan d'horizon sera précisément la surface de cette eau; tous les objets immergés seront au-dessous du plan d'horizon et les autres au-dessus.

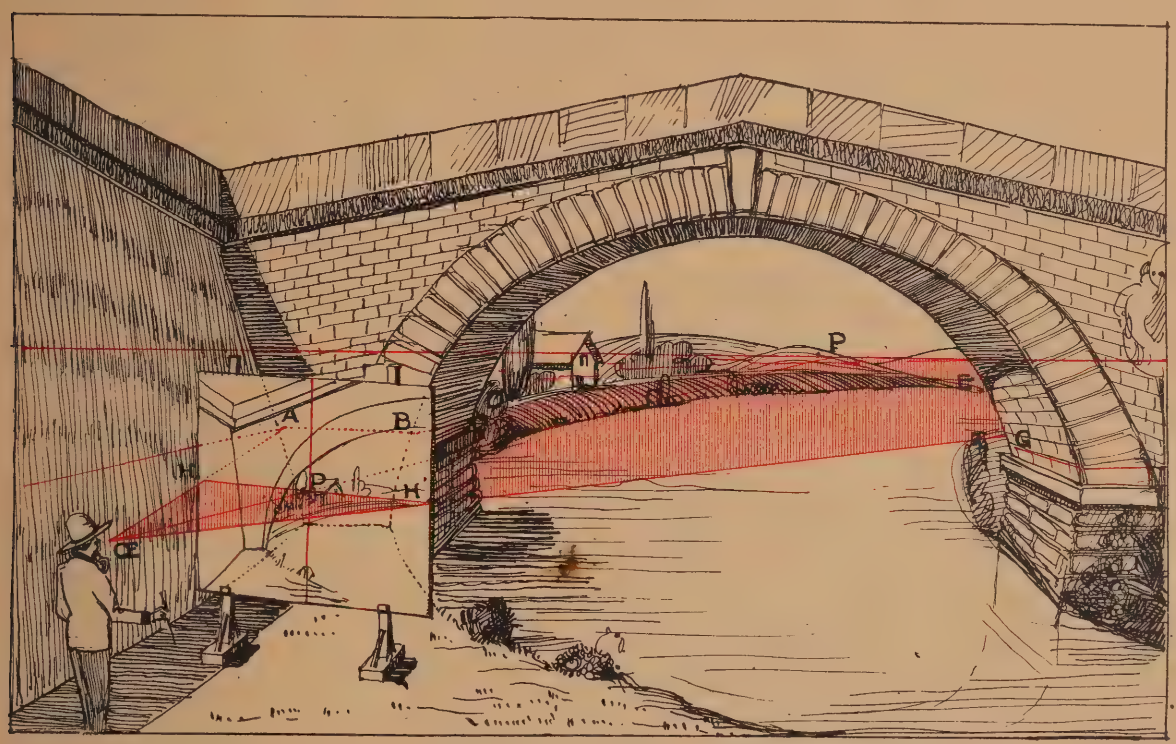


Fig. 12. — Le *plan d'horizon* est le plan visuel principal horizontal, il détermine sur le tableau la *ligne d'horizon* HH'.

Ce plan tire son importance naturelle de ce qu'il est parallèle au sol moyen dans la plupart des cas, de ce qu'il contient tous les points vus par l'œil par un simple mouvement de rotation latérale, lequel mouvement est celui qui est le plus simple parce que le plus fréquent. Enfin, le plan d'horizon contient les deux yeux dans la station normale. Je montrerai bientôt, en parlant de la vision binoculaire, l'importance de ce dernier fait

Distance principale. — On appelle distance principale la distance du point de vue au tableau (fig. 13), c'est-à-dire la longueur du rayon visuel principal comprise entre le point de vue et le tableau. C'est également la ligne de rencontre du plan vertical principal et du plan d'horizon. Cette distance sera notée par D.

Sol et Ligne de terre. — On désigne plus particulièrement, en perspective, par le nom de Sol une surface plane et horizontale en dessous (ou au-dessus) du plan d'horizon et correspondant ou non avec le sol réel.

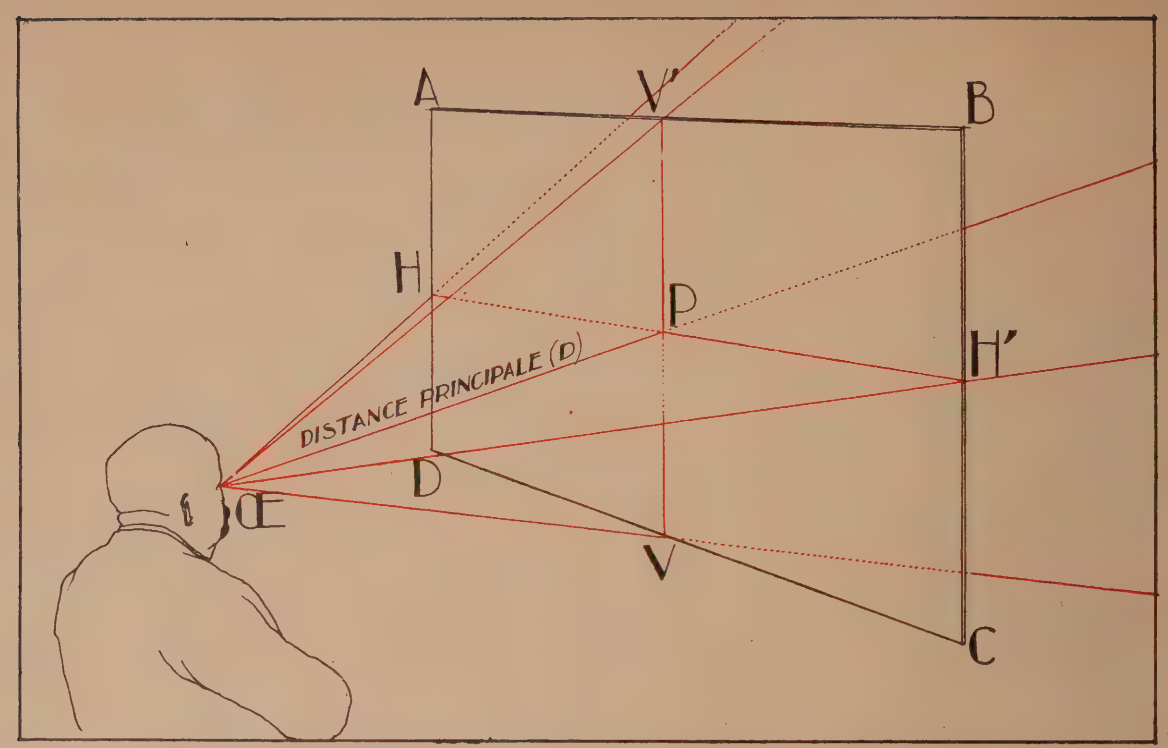


Fig. 13. — On appelle *distance principale* (D) la distance de l'œil au tableau, mesurée perpendiculairement à ce dernier; ici Œ P.

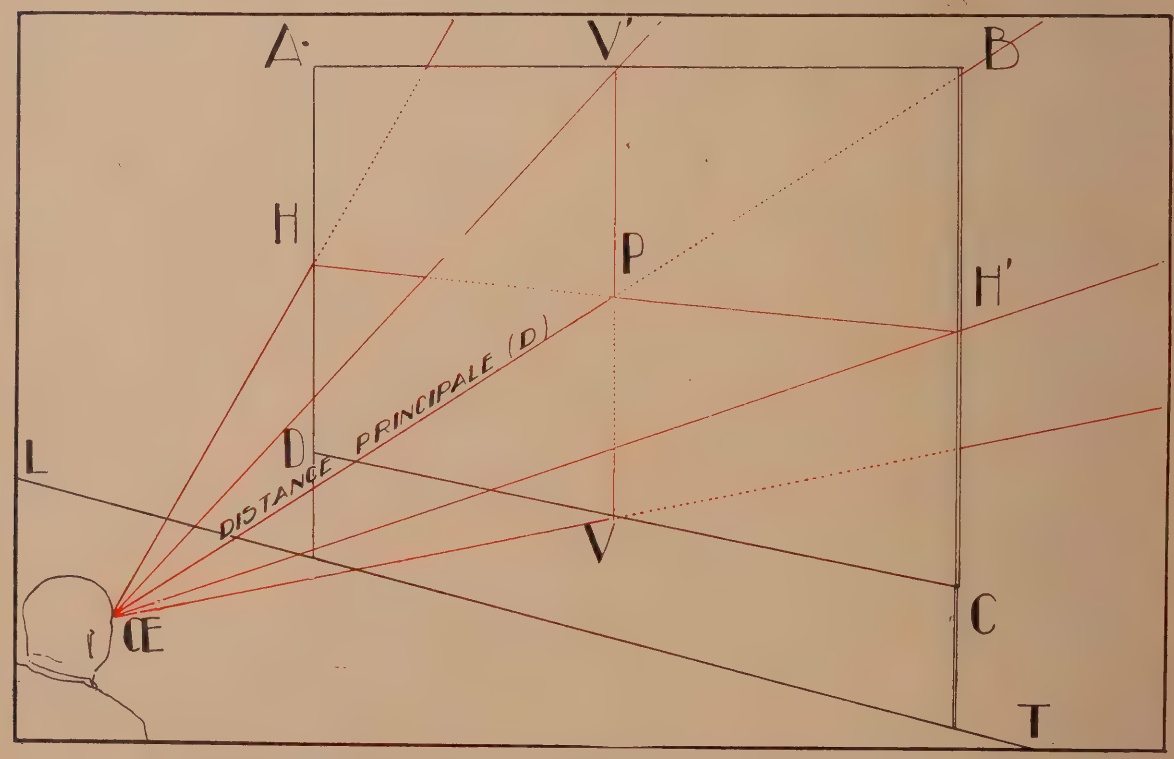


Fig. 14. — La *ligne de terre* L T d'un tableau est sa trace dans le sol réel ou fictif.

La Ligne de terre est le pied du tableau « par terre »; c'est la rencontre, l'intersection comme on dit en géométrie, du tableau et du sol (fig. 14). La ligne de terre sera toujours indiquée par les deux lettres LT.

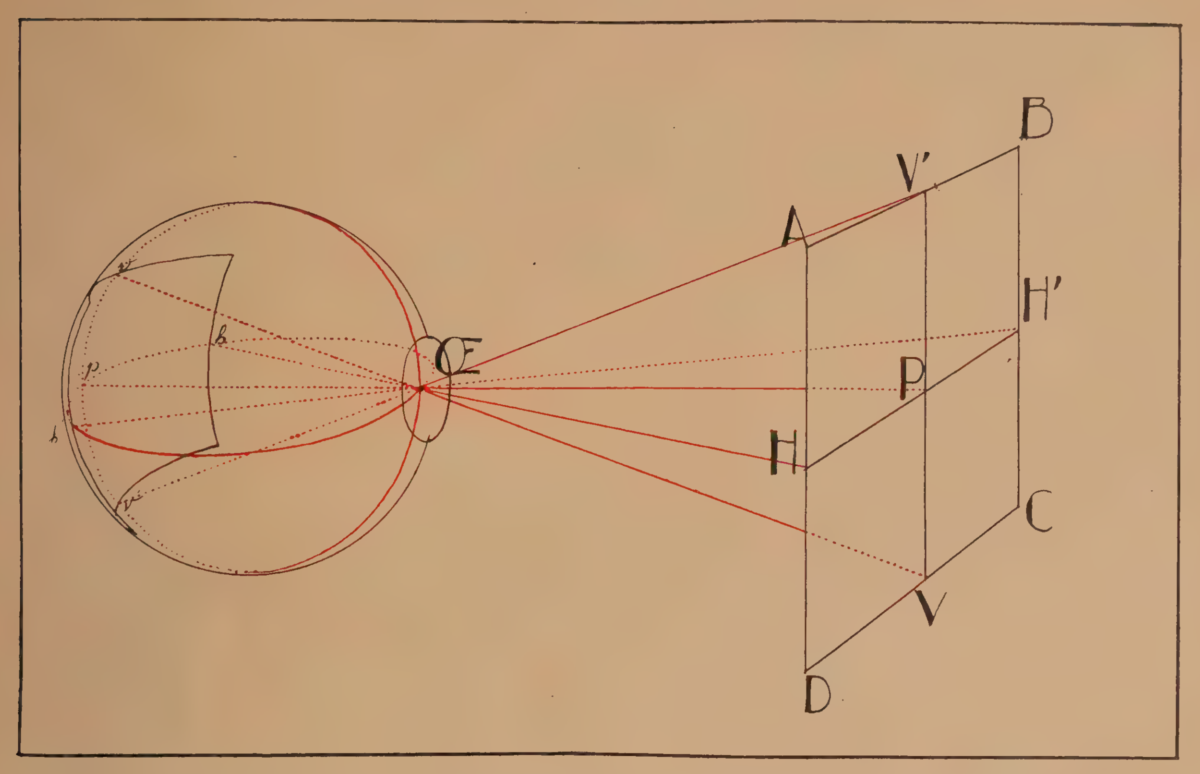


Fig. 15. — Les plans principaux : vertical et horizontal, le rayon visuel principal se prolongent dans l'œil, et sur le tableau rétinien des lignes *hh'*, *vv'*, des points *p'*, etc., correspondent à HH', VV', P', etc.

Je terminerai en montrant que les mêmes définitions s'appliquent aux images et au tableau rétinien. Le rayon visuel principal frappe le champ d'acuité visuelle de la rétine, c'est-à-dire le tableau rétinien, en son centre et lui est perpendiculaire. Les plans visuels principaux, ou non, se prolongent dans l'œil et rencontrent le tableau rétinien comme ils rencontrent le tableau perspectif. La distance principale rétinienne est aussi la distance du point de vue au tableau rétinien; elle est en moyenne de 16 millimètres (fig. 15).

CHAPITRE II

Différentes circonstances du dessin. Immobilité et fixité du point de vue et du tableau. Vision binoculaire. Procédés de mise en place. Représentation de la vie et du mouvement. Aperçu de l'histoire de la perspective.

Différentes circonstances du dessin

Le dessinateur peut se trouver dans des circonstances variées.

1° Dessin d'après nature, c'est-à-dire d'objets existants et en les voyant, soit à main levée, soit à l'aide d'instruments, vitre de Léonard de Vinci, chambre claire, appareil photographique, etc.

2° Dessin d'objets existants mais qu'on ne voit pas. Ce sera le cas de dessins d'objets faits d'après des croquis ou des documents, des mesures, etc.

3° Dessin d'objets qui ne sont pas encore réalisés ou qui sont détruits. Ce sera le cas de projets architecturaux ou de restaurations de monuments anciens.

4° Dessin d'objets qui n'ont jamais existé et qu'on ne se propose pas de réaliser. Ce sont les compositions picturales en général.

Dans le cas du dessin d'après nature, — je ne m'occuperai que du dessin proprement dit, exécuté sans le secours d'instruments — le dessinateur place un point, puis successivement chacun des autres, en jugeant de leurs positions respectives au moyen de lignes fictives et imaginaires dont il s'efforce de reproduire les directions et les proportions exactement. Pour ce faire, il place son tableau bien perpendiculairement à son regard et cet acte instinctif est une des raisons du choix presque général de tableaux perspectifs plans et verticaux.

Très souvent aussi, surtout lorsqu'il s'agira de dessins de paysages ou de vues intérieures un peu complexes, le dessinateur sera amené, instinctivement encore, à tracer comme ligne de repère, la ligne dite d'horizon qui correspond au plan d'horizon et sépare les objets qui sont au-dessus ou au-dessous de son œil.

Il en est de même de la verticale principale, qui correspond au plan vertical principal, et sépare les objets de droite de ceux de gauche.

D'autre part, notons en passant que, pour regarder un dessin terminé, on se placera de préférence en un certain point plutôt qu'en tout autre. Ce point sera en face de la ligne d'horizon et de la verticale principale; il sera éloigné du dessin d'une distance égale à la distance principale. Ce point sera donc le point de vue. Il est facile de faire l'expérience en examinant un dessin bien mis en place : il n'y aura qu'un point pour lequel son aspect satisfera complètement l'œil.

Ces réflexions expliquent déjà l'importance des divers éléments définis à la fin du chapitre précédent, leurs propriétés géométriques achèveront dans les chapitres suivants de justifier leur sélection.

Dans le deuxième cas, celui du dessin d'objets existants mais qu'on ne voit pas, il sera nécessaire que le dessinateur ait à sa disposition des relevés, des mesures ou tous autres documents de ce genre. Il devra alors choisir son point de vue d'une façon judicieuse; puis, il devra savoir tracer le dessin au moyen des documents qu'il possède. C'est en somme le but des tracés perspectifs.

Dans aucun de ces deux cas, le dessinateur n'a à inventer quoi que ce soit. Il procède par des méthodes précises d'après des données précises aussi.

Dans les troisième et quatrième cas, au contraire, l'artiste devra d'abord imaginer avec autant de précision que possible les objets à représenter et, dès lors, il pourra opérer comme pour le deuxième cas.

Immobilité et fixité du point de vue et du tableau

Bien qu'il soit évident qu'il n'est possible de dessiner que d'un point de vue fixe et sur un tableau immobile, il est bon de nous rendre compte des conséquences qu'aurait le mouvement de l'un ou de l'autre.

Si le modèle est mobile, les images rétinienne et perspective varieront et seront déformées (1) : elles ne se ressembleront plus. Il ne serait donc pas possible d'exécuter le dessin. (Fig. 16.)

Si c'est le point de vue qui varie, les images se modifieront de même façon et se déformeront. Mais si le point de vue et la direction du rayon visuel principal restent immuables et que seul le tableau soit mobile, l'image rétinienne reste évidemment la même et, par conséquent, l'image perspective restera semblable à elle-même mais elle se déplacera sur le tableau, si lui-même se déplace dans son propre plan; elle

(1) Il n'y a qu'une exception, peu intéressante en pratique : s'il s'agit d'une figure plane et présentée parallèlement au tableau et que ce modèle se déplace dans le même plan : l'image en restera semblable à elle-même et sera seulement déplacée dans le tableau.

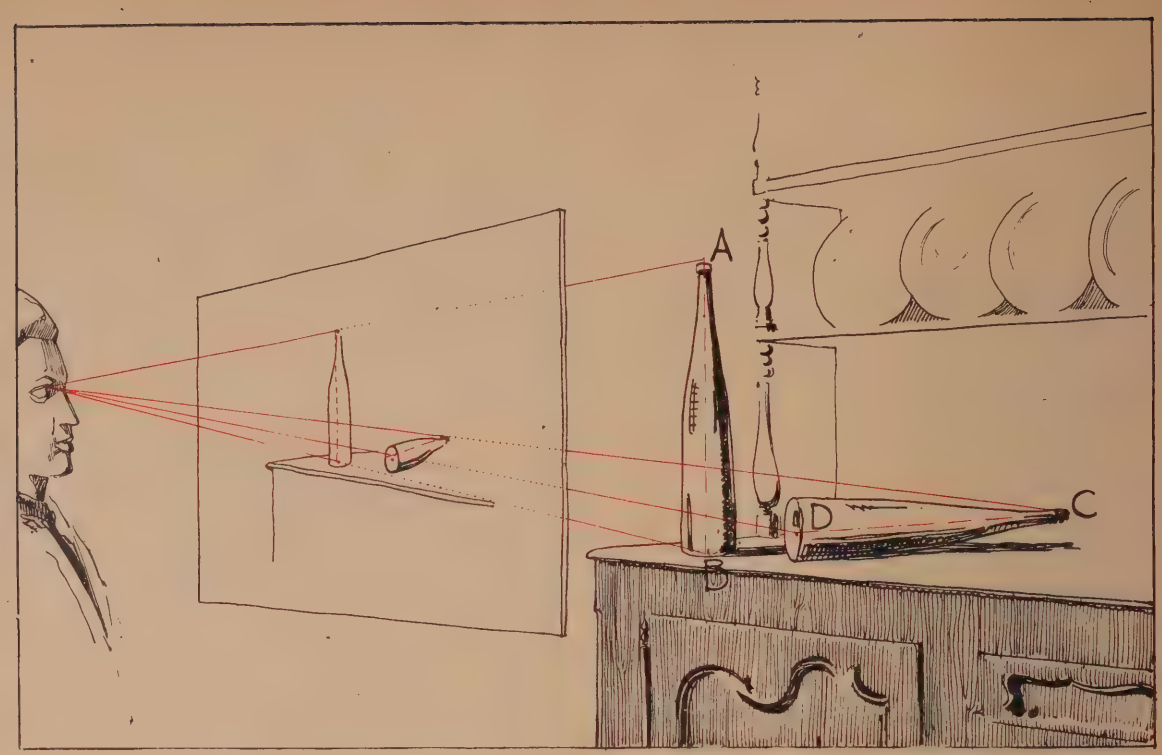


Fig. 16. — Un même objet en positions variées donne des images différentes.

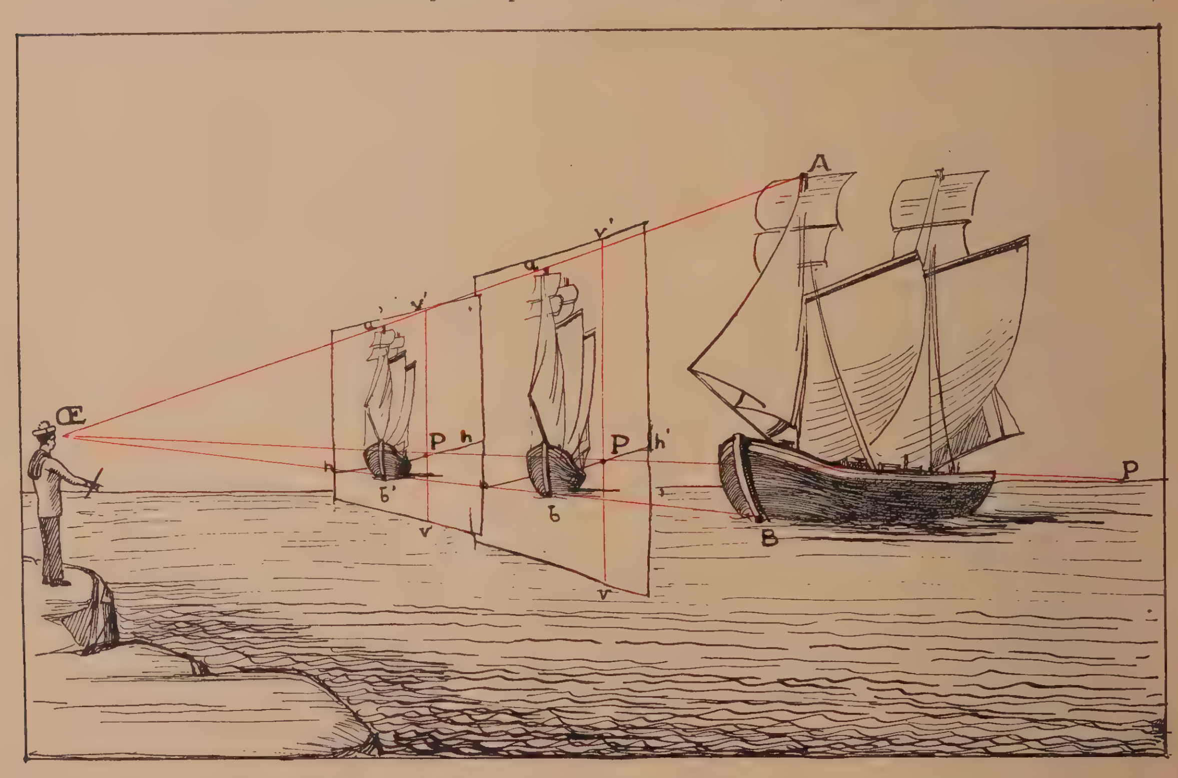


Fig. 17. — Si le tableau varie, en restant parallèle à lui-même, les images sont de dimensions différentes mais semblables.

variera de grandeur si le tableau s'éloigne ou se rapproche. Il n'y aurait déformation que si la direction du rayon visuel principal et par conséquent du tableau variait. (Fig. 17.)

L'œil proprement dit peut être mobile dans son orbite, pourvu que le point de vue ne change pas. L'image rétinienne se déplacera sur la rétine, mais ne changera de forme que d'une façon tout à fait insensible. L'ensemble des organes de la vision est d'ailleurs habitué en regardant les objets réels à considérer ces images comme identiques. Cela n'a donc point d'importance pratique.

Procédés de mise en place

Lorsque l'artiste dessine d'après nature, il procède à la mise en place de l'image perspective de la façon suivante :

Il commence par simplifier le modèle en en notant les lignes et points les plus importants.

Puis il joint deux à deux chacun de ces points par des lignes droites fictives, que souvent le dessinateur habile ne figure pas sur son dessin, mais que son œil suit néanmoins. (Fig. 18.)



Fig. 18. — Pour dessiner d'après nature, on crée un réseau de lignes droites fictives joignant les points principaux, puis on dessine le détail.

Le réseau ainsi créé décompose l'ensemble des objets vus en une série de triangles; chacun de ces triangles représente en réalité trois plans convergeant au point de vue et délimitant une portion de l'espace avec les objets qu'elle contient. Sur le tableau ce réseau aura une image analogue aux réseaux de triangulation des topographes.

Il ne reste plus alors qu'à reproduire la copie de cette sorte de réseau et pour cela répéter sur le tableau les directions des lignes droites de mise en place en s'aidant pour cela du fil à plomb et limiter chacune d'elles en observant une proportion uniforme avec celles de la nature : par exemple en prenant des mesures à bout de bras.

Cela fait, la mise en place est terminée et le dessin peut ensuite être achevé.

Hors de la présence de la nature, lorsque le modèle est invisible, le procédé de mise en place sera exactement le même et la méthode générale de la perspective est en effet d'apprendre à mettre en place des lignes droites d'après leur direction et leur grandeur : lorsque l'on sait mettre en perspective une ligne droite quelconque, on saura, par cela même, en procédant de proche en proche, mettre en place n'importe quel objet jusqu'au plus compliqué. Cela d'ailleurs n'interdit pas la recherche de méthodes s'appliquant à des ensembles de lignes droites définies de telle ou telle façon et permettant des simplifications dans des tracés qui autrement seraient inextricablement compliqués.

Lorsque l'on dessine à vue, l'œil opère d'abord comme appareil photographique, puis, comme appareil projecteur, à la façon d'une chambre claire ou d'une lanterne à projection, tandis que la main n'a pour ainsi dire qu'à calquer cette image projetée sur le tableau. La mémoire visuelle est si bien développée chez certains individus qu'il en est, tel Ingres, qui ont la vision nette et précise, matérielle, du modèle pendant qu'ils dessinent.

Mais personne ne peut ainsi reproduire tous les détails, et on ne mettra en place que les lignes principales en proportion les unes par rapport aux autres et en conservant leurs directions apparentes. Ce sera ainsi qu'un dessin sera toujours, comme nous venons de le voir, ramené à une série de triangles. Chacun de ces triangles-images correspond à un triangle réel ou imaginaire du modèle; il lui correspond, mais ne lui est pas semblable à cause des différences d'éloignements des divers points. Un exemple simple fera bien comprendre ce que je veux dire. Les pyramides d'Egypte ont une base carrée et quatre faces triangulaires absolument semblables. Si nous prenons une vue de ces pyramides, nous constaterons immédiatement que chacun des triangles réels vu ou non correspond bien à un triangle-image vu ou non, mais que ceux-ci ne sont aucunement semblables. Tels sont dans la figure 19 les triangles MAB, *mab;* MBC, *mbc;* MBC, *mbc;* MCD, *mcd;* MDE, *mde.* Tous les

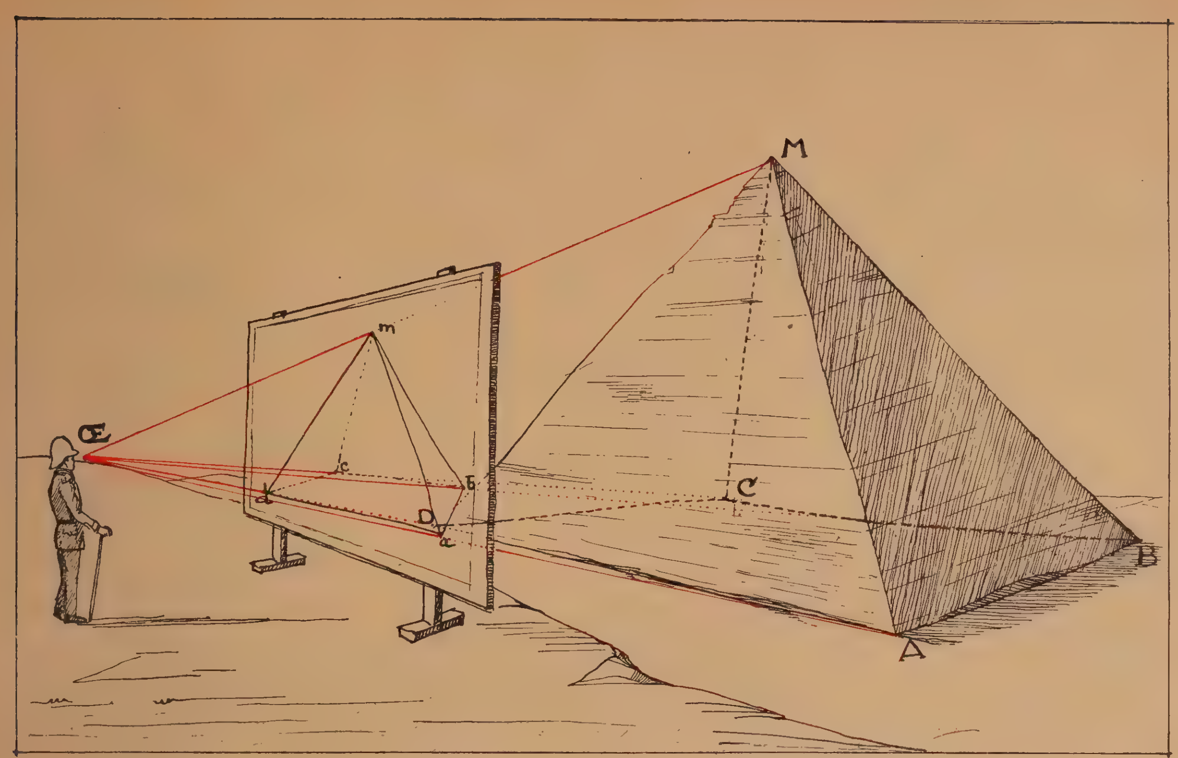


Fig. 19. — Un triangle a pour image un triangle correspondant mais non semblable à lui-même.

triangles MAB, MBC, MCD et MDE sont en réalité semblables, tandis que les images de chacun d'eux, *mab, mbc, mcd* et *mde* leur correspondent mais ne sont aucunement semblables entre elles.

Ces triangles peuvent prendre dans certains cas particuliers l'aspect de simples lignes droites : ce sera lorsqu'ils sont dans un plan visuel, et le cas le plus fréquent se produira pour les triangles placés dans le plan d'horizon et aussi dans le plan vertical principal (fig. 20 et 21). Cela est évident puisque j'ai montré plus haut que tous les points d'un plan visuel ont leur image sur une même ligne droite.

Vision binoculaire

Jusqu'à présent, nous avons toujours supposé que le dessinateur ne se servait que d'un œil. En fait, une telle vision monoculaire ne donne pas exactement le même aspect des objets que leur vision par les deux yeux, ou vision binoculaire.

Lorsque l'attention d'un observateur se porte sur un objet, sur un point, il dirige instinctivement ses deux yeux de façon que chacun des deux rayons visuels principaux émanent de ce point unique. Autrement dit, les regards des deux yeux

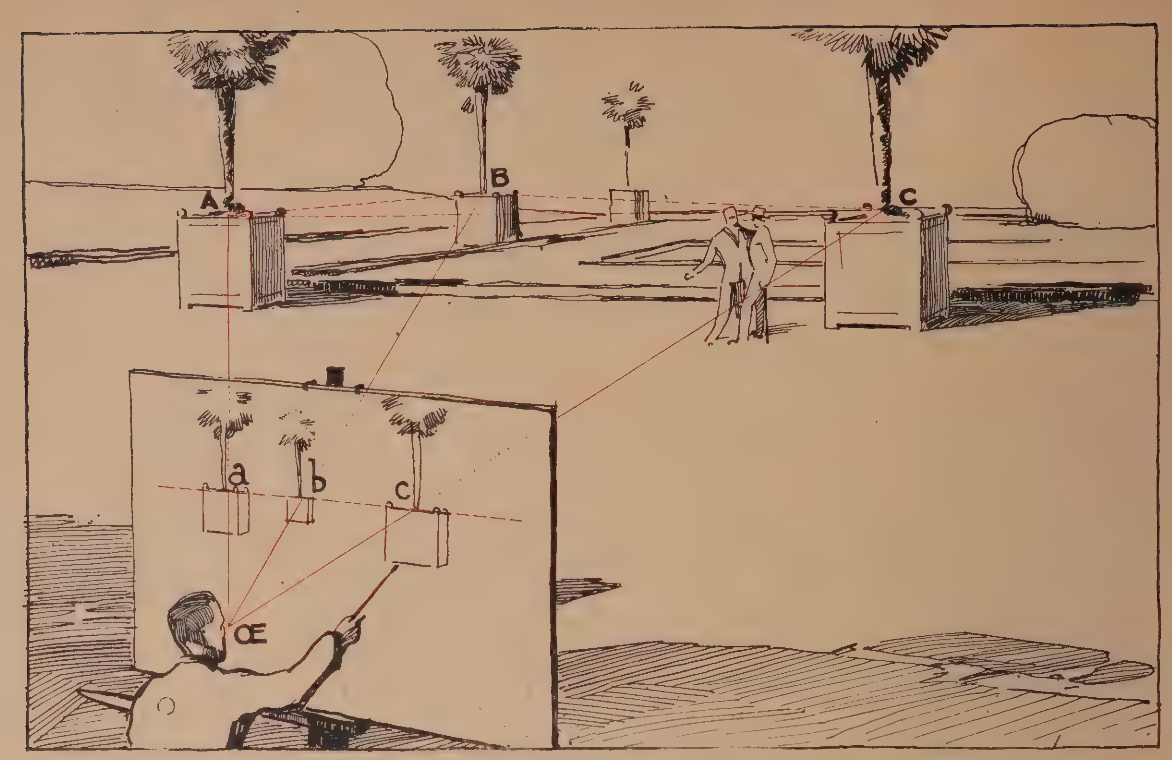


Fig. 20. — Un triangle situé dans le plan d'horizon a une image qui se réduit à une droite horizontale.

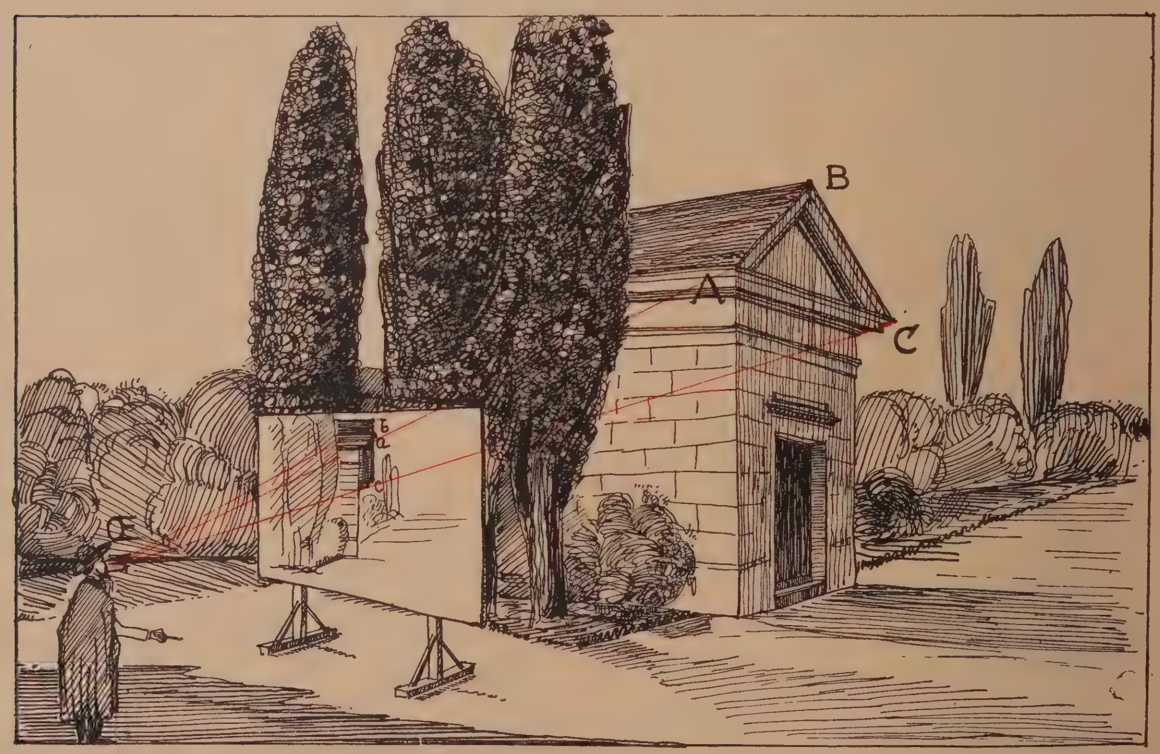


Fig. 21. — De même un triangle situé dans le plan visuel principal a pour image une droite verticale.

convergent. L'examen de la figure 22 montre tout de suite que les deux tableaux rétiniens *td* et *tg* ne sont pas dans le prolongement l'un de l'autre, dans le même plan. Néanmoins, les images rétiniennes *ad* et *ag* du point spécialement regardé A se produisent toutes deux aux points correspondants de chacune des deux rétines et coïncident avec les points P*d* et P*g*. Il en résulte que les deux sensations visuelles correspondront et seront, pour ainsi dire, superposées. Mais le point A regardé par les deux yeux est le seul dans ce cas. Tout autre point, tel que B, aura deux images rétiniennes qui ne correspondront plus en aucune façon, pouvant même, comme pour le point C, être à l'opposé l'une de l'autre. Il résulte de ces faits que le cerveau reçoit constamment de chaque point autre que celui regardé deux sensations visuelles différentes de chacun des deux yeux.

Il est à remarquer que ces deux sensations sembleront venir de deux points différents mais situés au même niveau, jamais à des niveaux différents, à moins de position tout à fait anormale de la tête. Les deux sensations seront donc repérées par le cerveau comme situées à la même hauteur en dessous ou au-dessus de l'horizon, qui reste un plan de comparaison parfait, à la différence de tous autres plans principaux. C'est une des raisons de la si grande importance du plan d'horizon.

Voici les conséquences de ces faits : Lorsque les yeux du jeune enfant s'ou-

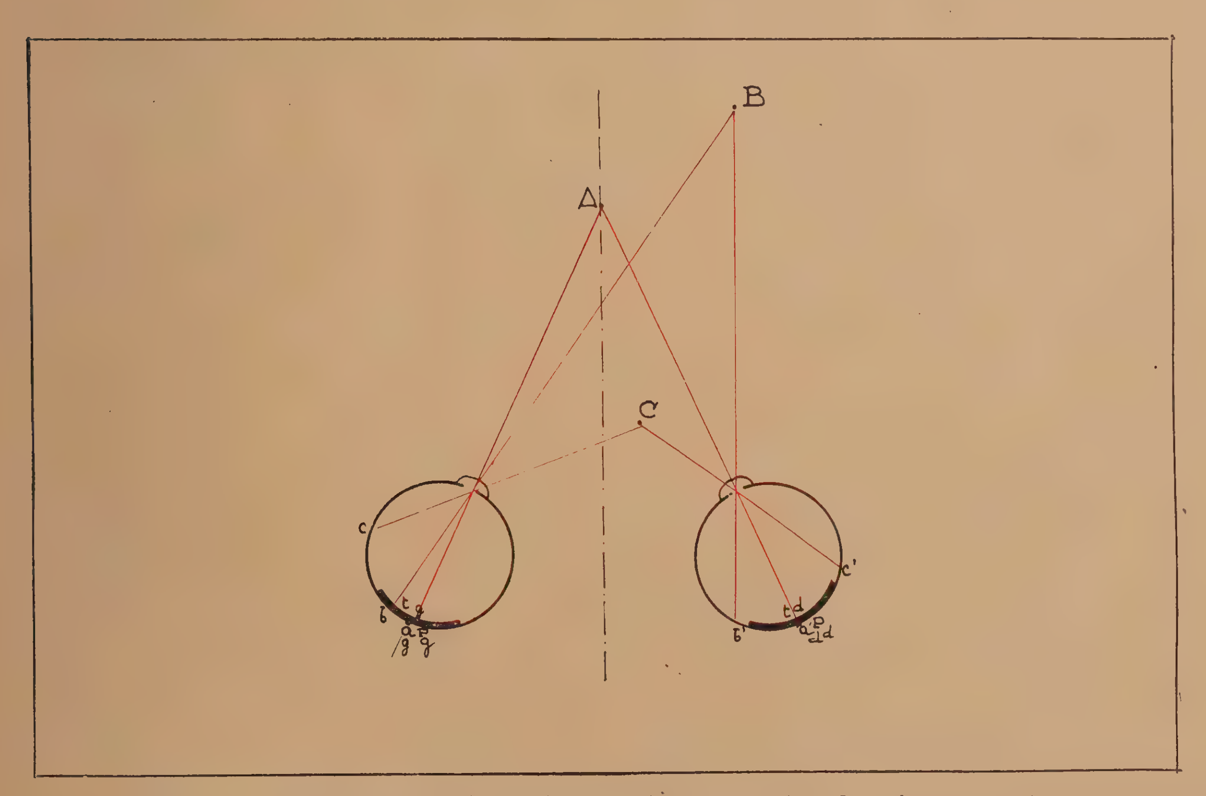


FIG. 22. — Dans la vision binoculaire, le point regardé A a deux images a_d et a_g identiquement placées sur le tableau rétinien.
Il n'en est pas de même pour d'autres points tels que B ou C, dont les images sont *bb'*, *cc'*.

vrent, il reçoit des sensations de luminosité d'abord, de formes ensuite, et enfin de couleurs. Mais il n'a aucune notion de l'éloignement, sa maladresse à saisir un objet mis à sa portée en est la preuve. Plus tard, en se déplaçant, l'enfant acquiert la notion de l'espace et constate des coïncidences entre les éloignements et les différences des sensations visuelles produites dans les deux yeux. Petit à petit, l'accoutumance se fait et le résultat final est une vision spéciale et qui paraît immédiate du relief, c'est-à-dire des différences d'éloignement des divers points.

Plusieurs expériences très simples montrent nettement ce qu'est cette vision du relief. J'en veux citer quelques-unes.

Si l'on fait suspendre par une autre personne à deux fils deux objets nettement différents tels que deux billes de grosseur inégale et que l'on dispose les choses de manière que les points de fixation des fils soient cachés et l'éclairage diffus et uniforme, il sera absolument impossible de distinguer, en restant immobile et *avec un seul œil ouvert*, lequel des deux objets est le plus rapproché ou le plus éloigné. Au contraire cette distinction sera faite immédiatement par le double regard.

Autre expérience : un seul objet étant suspendu dans les mêmes conditions, il faudra généralement s'y reprendre à plusieurs fois pour le frapper *latéralement* par une baguette tenue verticalement si on ne le regarde qu'avec un œil. Au contraire, si on se sert des deux yeux, l'appréciation de l'éloignement sera immédiate et on réussira du premier coup.

Si on regarde un arbre dépouillé de ses feuilles ou tout autre ensemble aux éléments enchevêtrés, il y aura ou non vision de relief, d'« air » comme on dit, suivant qu'on l'examinera avec les deux yeux ou non.

Enfin, les photographies stéréoscopiques, ou bien les figures géométriques dites anaglyphes (1), qui sont faites avec deux points de vue, écartés comme la moyenne des yeux, montrent très nettement la différence entre les visions monoculaire et binoculaire (fig. 23).

Les principales conséquences de la vision binoculaire sont les anomalies suivantes :

Un œil unique ne verra jamais que deux des faces verticales d'un objet prismatique. Ce sera le cas d'un barreau de grille carré, d'une boîte d'allumettes, etc. Au contraire, il peut arriver que par la vision binoculaire on voie trois des faces : celle qui est tournée vers l'observateur est vue par les deux yeux, celle de droite

---

(1) Les anaglyphes sont des figures imprimées en deux couleurs complémentaires, généralement vert et rouge. L'épure de l'une, la verte par exemple, est faite d'un point de vue correspondant à l'œil droit, l'autre, la rouge, d'un point de vue correspondant à l'œil gauche. Il faudra, pour avoir la vision du relief, regarder l'ensemble avec un binocle bicolore, rouge pour l'œil droit et vert pour le gauche. Chacun des deux yeux ne percevra que l'image qui lui correspond et la vision du relief se produira comme au stéréoscope.

par l'œil droit et celle de gauche par l'œil gauche (fig. 24). Cela n'est vrai que si la largeur du prisme est plus petite que la distance qui sépare les deux yeux.





Fig. 23. — Reproduction d'une photographie stéréoscopique.
Pour examiner cette photographie, prendre un carton noir mesurant 5 cm. × 10 cm., le placer entre les deux parties de la photographie d'une part et le long du nez d'autre part. Après un moment d'accommodation, on verra le relief.

Autre fait remarquable : un corps vertical et étroit, tel encore qu'un barreau de grille, ne masquera complètement aucune des parties des objets situés à une certaine distance en arrière. En effet (fig. 25), l'œil gauche verra tout l'espace devant

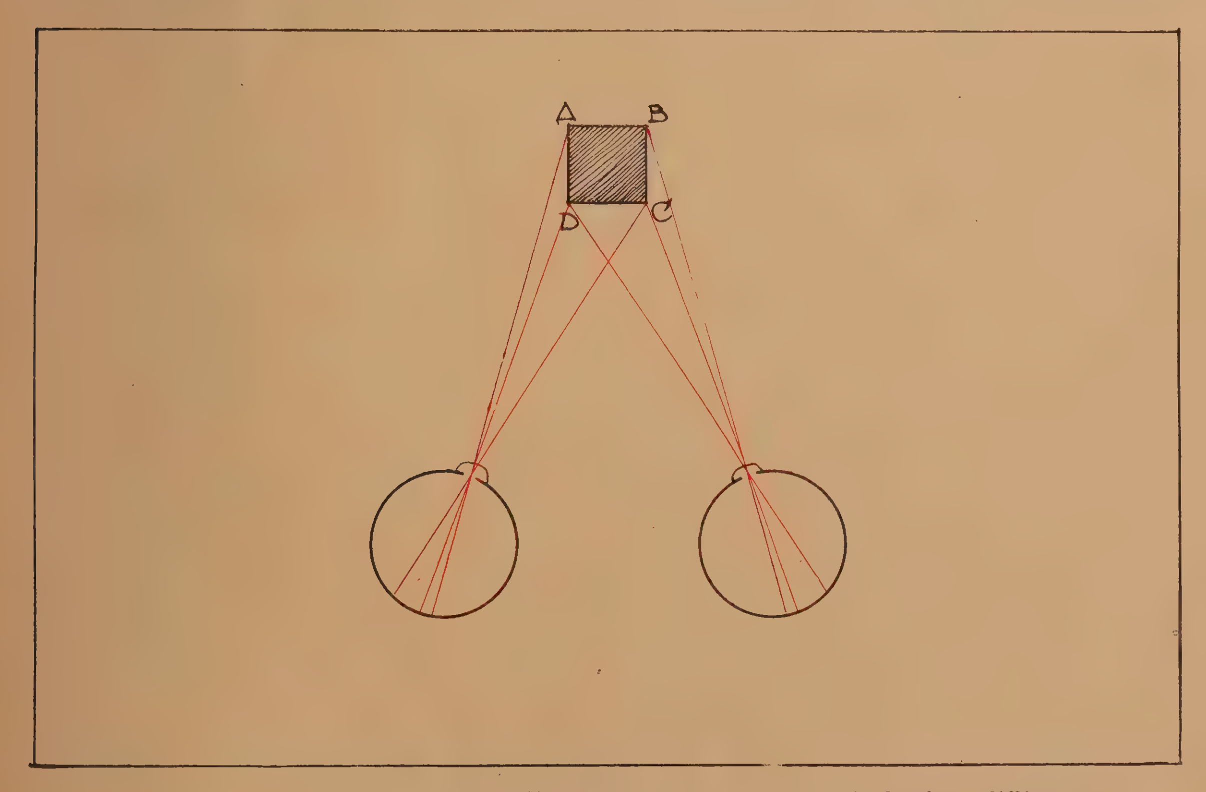


Fig. 24. — Un objet plus étroit que l'écartement des yeux peut avoir des faces différentes vues par chacun des deux yeux.

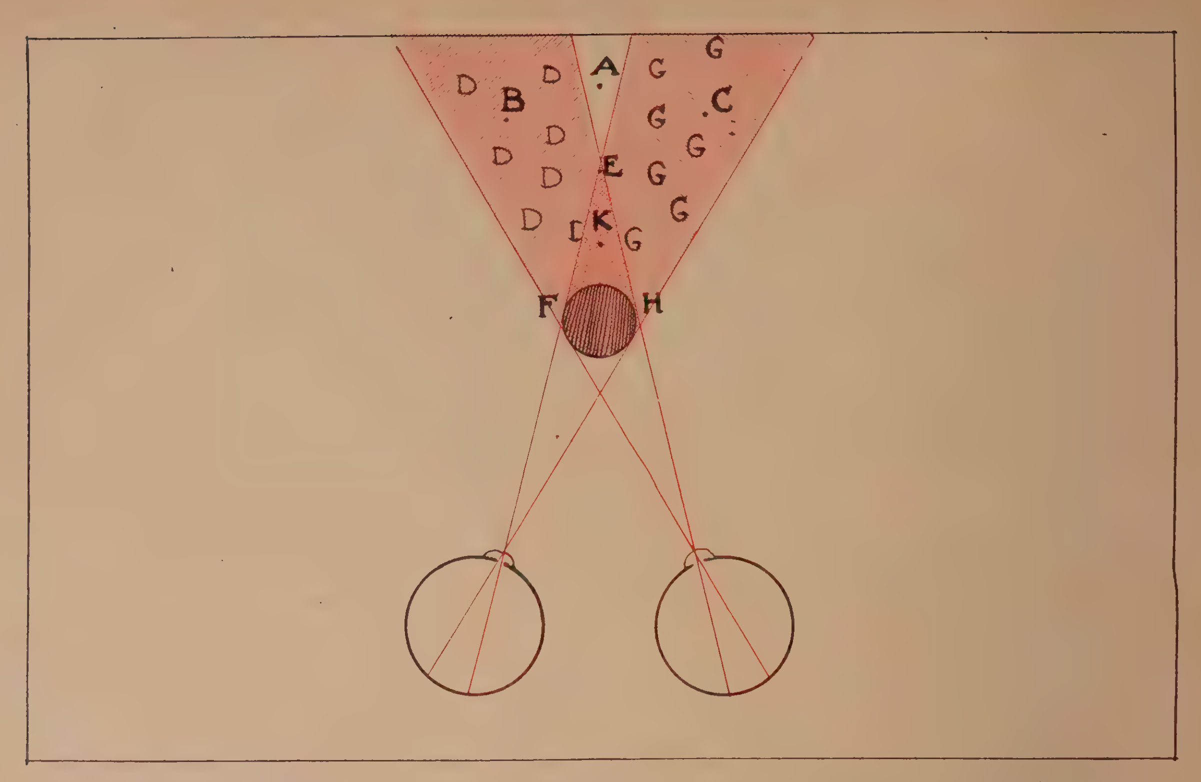


Fig. 25. — Un objet ne masque pas la même zone plus lointaine pour les deux yeux, et les points A par exemple, bien que situés juste derrière l'objet masquant, peuvent être vus des deux yeux.

lui sauf la région marquée GG; l'œil droit verra tout l'espace, sauf la région marquée DD. Il en résulte qu'un point A suffisamment éloigné et bien que placé exactement derrière le barreau de grille sera vu des deux yeux comme si ce barreau n'existait pas; un point B ou C sera vu d'un seul œil, et enfin un point K placé dans le triangle EFH sera masqué pour les deux yeux. En fait, lorsque le regard se fixe sur un objet situé au delà d'un obstacle de ce genre, l'objet est vu en entier et l'obstacle apparaît comme dédoublé et transparent. L'expérience est bien facile à faire avec un crayon tenu vertical et en face du nez.

Une autre expérience un peu plus compliquée produira un aspect incompréhensible tout d'abord : Si on prend deux petites feuilles de papier blanc, semblables et d'environ 0 m. 04 de large, que l'on tienne chacune d'elles d'une main et qu'on les rapproche peu à peu devant les yeux, en fixant du regard un objet placé sensiblement plus loin et bien en face, les deux feuilles de papier seront d'abord vues bien séparées mais comme transparentes. Puis, lorsqu'elles seront suffisamment rapprochées, l'apparence sera de trois feuilles dont celle du milieu, opaque, masquera le point fixé par le regard, bien que, en réalité, ce point se trouve juste en face de l'intervalle entre les deux feuilles de papier. En effet (fig. 26), l'œil gauche aura la sensation d'une feuille de papier en *bg*, au point P, et d'une seconde en *cg*, à gauche

de la première. Pour l'œil droit, ce sera l'inverse, une des feuilles aura son image rétinienne en *cd*, au point P, et l'autre en *bd*, à droite. Or les deux images placées aux points P seront semblables si les feuilles de papier le sont, et ne produiront

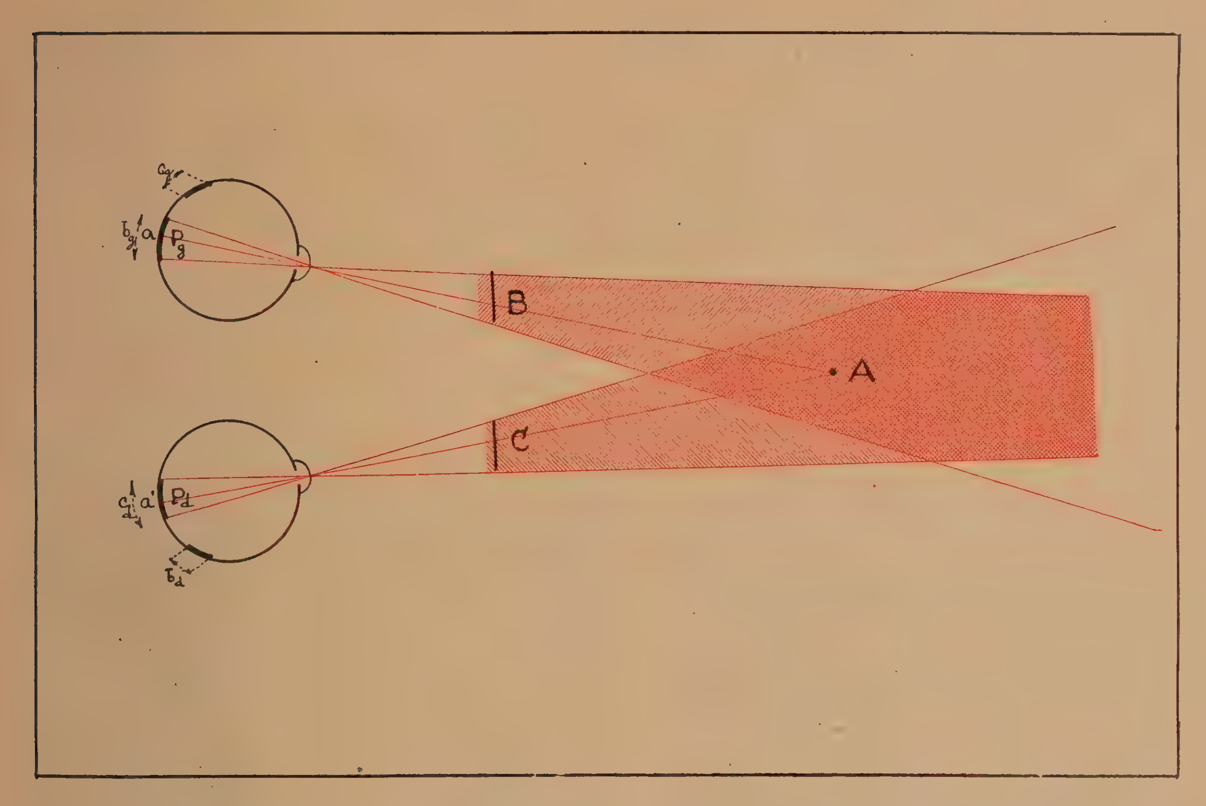


Fig. 26. — Deux feuilles de papier B et C varieront considérablement d'aspect suivant que le regard des deux yeux sera fixé sur un point A situé en arrière dans le plan, ou en avant de B C.

qu'une sensation unique et complète, tandis que les images rétiniennes *cg* et *bd* seront localisées par le cerveau à droite et à gauche et produiront des demi-sensations, si je puis ainsi m'exprimer. Il résultera dans l'ensemble l'aspect de trois feuilles de papier dont l'une masquera complètement les objets et les deux autres les laisseront apercevoir.

Il va sans dire que ces aspects anormaux ne peuvent être reproduits exactement dans un tableau : il serait incompréhensible de figurer un prisme avec trois faces vues ou de dédoubler les objets de premier plan et de laisser apercevoir à travers eux les arrière-plans, ou encore de tripler des objets simplement doubles.

Mais ces anomalies contribuent à la vision du relief, par suite de l'éducation progressive de l'œil, et leur non-représentation empêche de produire l'illusion complète de ce relief. L'artiste devra donc chercher à suppléer à cette faiblesse de ses

moyens d'exécution et, pour cela, il devra exagérer les contrastes de couleurs et d'éclairement. Je reviendrai plus loin sur ce dernier point, que je ne fais qu'indiquer ici.

Représentation de la vie et du mouvement

Nous avons toujours supposé jusqu'ici le modèle inerte et immobile. Souvent, au contraire, le dessinateur aura à représenter une figure ou un objet animé d'un mouvement plus ou moins vif, et le peintre doit parvenir à donner l'impression de ces mouvements.

Pour les figures, c'est le talent de l'artiste de choisir les attitudes qui font le mieux comprendre le mouvement et la vie, comme aussi les sentiments des sujets qu'ils représentent.



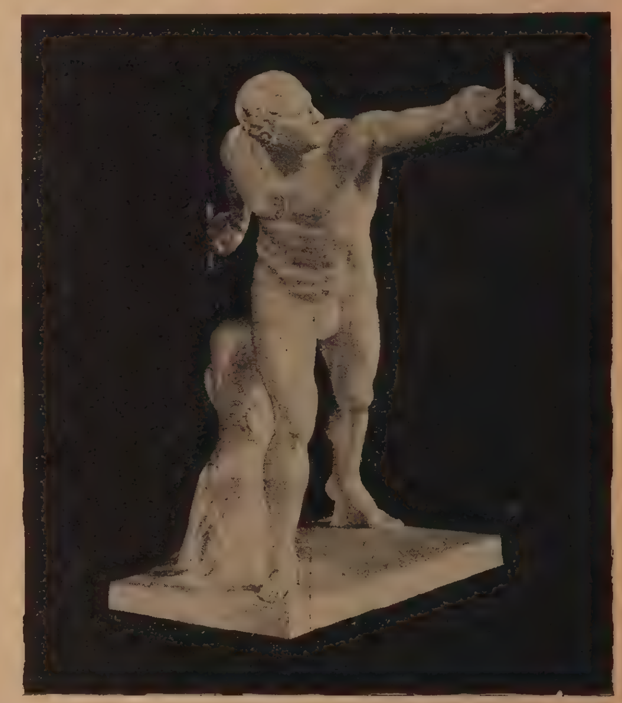


Fig. 27. — Deux vues du « Gladiateur » prises avec distances principales de 0,05 et 0,30.

Mais cela, c'est l'Art proprement dit, et l'Art ne s'enseigne pas « ex cathedra » dans un cours. Ce n'est qu'à l'atelier, sous la direction d'un maître aimé que l'on peut acquérir ou perfectionner ce talent.

Cependant, pour pouvoir en faire ensuite usage pour le but cherché, il est absolument nécessaire que l'artiste connaisse les procédés, les conditions de la pro-

duction par des moyens artificiels d'une de ces images rétiniennes semblables à celles produites par la nature. Cette connaissance évitera à l'artiste de créer involontairement des images contraires aux lois de la vision humaine et par cela même, choquantes. Et d'ailleurs, il faudra encore apprendre à faire un choix entre ces procédés et à se placer dans les conditions voulues pour que l'image, bien qu'exacte mathématiquement, ne soit pas choquante, ou même monstrueuse. En voici en passant un exemple : la figure 27 est la reproduction d'une photographie, ce qui revient à dire d'un dessin créé par des moyens purement mécaniques et automatiques. Cela ne peut donc être inexact, et en effet cela est parfaitement exact. Mais le choix du point de vue est mauvais pour la figure de gauche parce que beaucoup trop rapproché. Il en résulte que dès que le spectateur bouge et que l'œil n'est plus exactement au point de vue, les déformations monstrueuses apparaissent. Faites l'expérience en regardant cette photographie d'un seul œil et à travers un petit trou percé dans un carton et placé bien au milieu de la photographie et à une distance de 50 millimètres. Alors l'image prendra un fort relief et l'énormité apparente de la jambe disparaîtra.

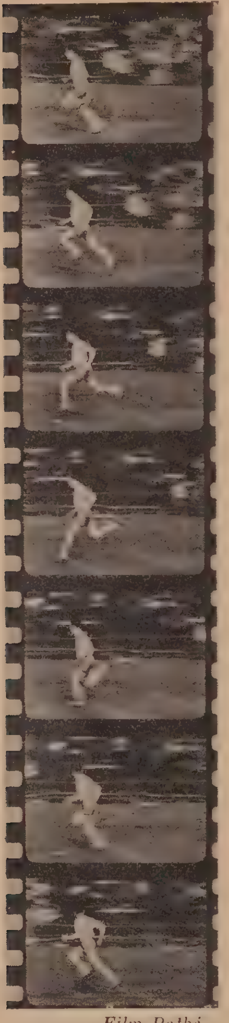
C'est là le but d'un cours de perspective et c'est cette étude qui va faire l'objet des chapitres suivants. Avant de l'aborder, je veux dire quelques mots de la représentation du mouvement proprement dit.

S'il s'agit de représenter un sujet animé en mouvement : un homme ou un animal en marche par exemple, il faudra avoir le plus grand soin de ne pas s'en



FIG. 28. — Carrousel de chasseurs d'Afrique.

rapporter aux documents que nous fournit la photographie instantanée. L'objectif est bête; il enregistre au hasard une attitude quelconque du sujet en mouvement. L'artiste, au contraire, est intelligent et doit choisir l'attitude qui est le plus facilement saisie par l'œil, soit qu'elle dure plus longtemps, soit que par sa répétition, elle s'impose au spectateur. La figure 28 montre deux photographies instantanées d'un carrousel militaire prises, l'une à un moment favorable, l'autre à un moment défavorable. Le cheval en avant a une pose peu agréable, tandis que celle du suivant satisfait l'œil.



Film Pathé.
Fig. 29. — Exemple du film représentant un coureur.

Tout cela ne veut pas dire que je nie l'intérêt des photographies instantanées ni des suites de photographies prises à des moments très rapprochés comme commença à le faire l'illustre savant Marey et qui devinrent le cinématographe.

Il est bien évident que l'intérêt scientifique de ces travaux est considérable. Et même pour nous, la photographie instantanée précise les détails de certaines attitudes, et la bande cinématographique nous permet de parfois mieux nous rendre compte de la durée relative des diverses attitudes d'un même mouvement. Cela nous aide à faire notre choix. Par exemple, la figure 29 nous montre les diverses attitudes d'un homme courant. Il est facile de voir que, puisque chaque photographie est prise à intervalle régulier, l'attitude n° 1 est extrêmement fugace et ne peut être saisie par l'œil, tandis que l'attitude des n°s 3 à 5 dure longtemps et laissera un souvenir. Sa reproduction donnera donc un aspect vraisemblable pour l'œil, tandis que la première ne ferait que l'étonner par son invraisemblance.

S'il s'agit d'objets animés ou inanimés en mouvement, il faudra distinguer entre le mouvement uniforme et le mouvement de rotation d'un objet. Dans le premier cas, chaque point de l'objet reste dans une situation constante par rapport à l'ensemble de cet objet : celui qui est le plus haut reste le plus haut, le plus central reste le plus central, etc. Il en résulte que l'image de l'objet reste continuellement à peu près semblable à elle-même mais se déplace uniformément.

Comme d'autre part, pour que la sensation visuelle se produise, il est nécessaire que le coup d'œil dure un instant, il se trouvera que la sensation visuelle enregistrera pour les transmettre au cerveau toute une série d'images seulement déplacées. La sensation de chaque point réel sera transmise ainsi au cerveau sous

la forme de l'image d'une petite ligne parallèle au sens du mouvement de l'ensemble. L'aspect du modèle se trouvera ainsi modifié et présentera du *flou* d'une manière uniforme et dans un seul sens. C'est ce que nous montre la figure 30, où l'objet photographié en mouvement se trouve moins net que ceux immobiles. Et cela nous donne l'impression du mouvement. Au contraire, si la photographie était absolument



Fig. 30. — Photographie d'une locomotive en mouvement : celle-ci est floue, le reste est net.

instantanée, l'impression de mouvement serait nulle. La figure 31 vous fera bien voir cette différence. La photographie instantanée paraît figée dans une immobilité invraisemblable, tandis que celle qui est posée un instant donne une impression de mouvement bien plus réelle. Cette différence s'accentuerait d'une façon surprenante s'il s'agissait de vues stéréoscopiques.

Dans le cas de mouvements non uniformes, les principes expliqués plus haut restent vrais mais leur application sera un peu plus complexe. La diminution de

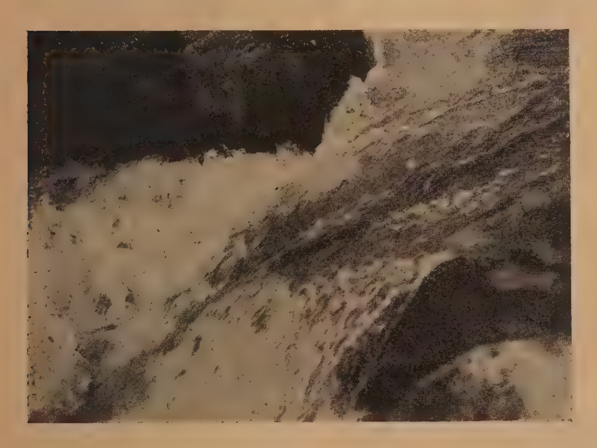




Fig. 31. — Les rapides du Loup.

Photo instantanée : sensation d'immobilité. L'eau est comme figée.

Photo rapide mais non instantanée : sensation de mouvement.

netteté ne sera plus uniforme, mais d'autant plus forte que le mouvement sera plus rapide. Par exemple, la figure 32 montre nettement que le pied est beaucoup moins net que la hanche parce que le mouvement en est beaucoup plus rapide.

De même les rayons d'une roue de voiture en mouvement devront être figurés moins nets à leur partie supérieure qu'au centre et qu'à la partie qui touche le sol.



Fig. 32. — Photographie d'un coureur : les pieds qui se déplacent plus vite sont moins nets que les genoux ou que le torse qui se déplacent moins vite.

Je pourrais multiplier les exemples, mais ceux-ci suffisent pour vous montrer la façon dont vous devez orienter vos observations pour *bien voir* les objets en mouvement.

Aperçu de l'histoire de la perspective

Avant d'en terminer avec les généralités et d'aborder l'étude des tracés proprement dits, je veux résumer en quelques mots l'histoire de la perspective.

Dès les âges les plus reculés, l'homme s'est essayé à reproduire par des dessins ou des gravures l'aspect des objets qui frappaient son regard.

C'est ainsi que dans des grottes de la vallée de la Dordogne, habitées par nos ancêtres au temps de la préhistoire, on a trouvé des figurations d'animaux gravées et ayant même une valeur artistique incontestable dans leur naïveté. Aucune trace de représentation du relief ne peut être relevée dans ces gravures où on doit remarquer que les animaux sont toujours représentés de profil.

Il en est de même dans les bas-reliefs ou peintures des anciennes civilisations asiatiques telles que chaldéenne ou assyrienne ou bien égyptienne. Mais en étudiant attentivement les scènes de chasse, de guerre, etc., représentées sur ces monuments,

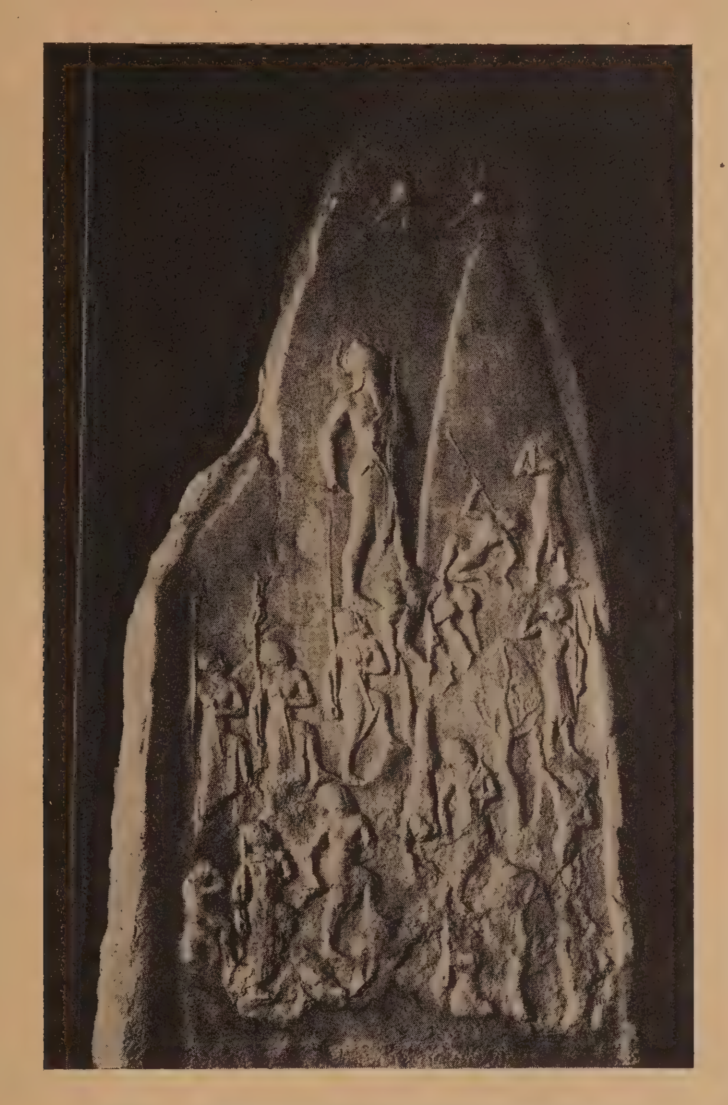


Fig. 33. — Photo d'une stèle assyrienne, au Louvre.

on voit que les personnages sont de taille différente, non pas suivant leur situation dans l'espace, mais suivant leur situation dans la hiérarchie sociale : le roi est très grand, les guerriers moyens et les esclaves petits. Cependant, la recherche de la représentation de l'éloignement est patente : en effet, les personnages sont disposés en rangs superposés et les rangs supérieurs sont les plus éloignés dans la réalité (fig. 33).

Et cela n'est pas au fond aussi naïf qu'il nous paraît, car, dans les cas les

plus fréquents, il est exact que les personnages éloignés paraissent placés plus haut en ce sens que leurs têtes apparaissent au-dessus des têtes de ceux placés plus près.

Puis, la civilisation est passée en Grèce et à l'époque attique et dorienne

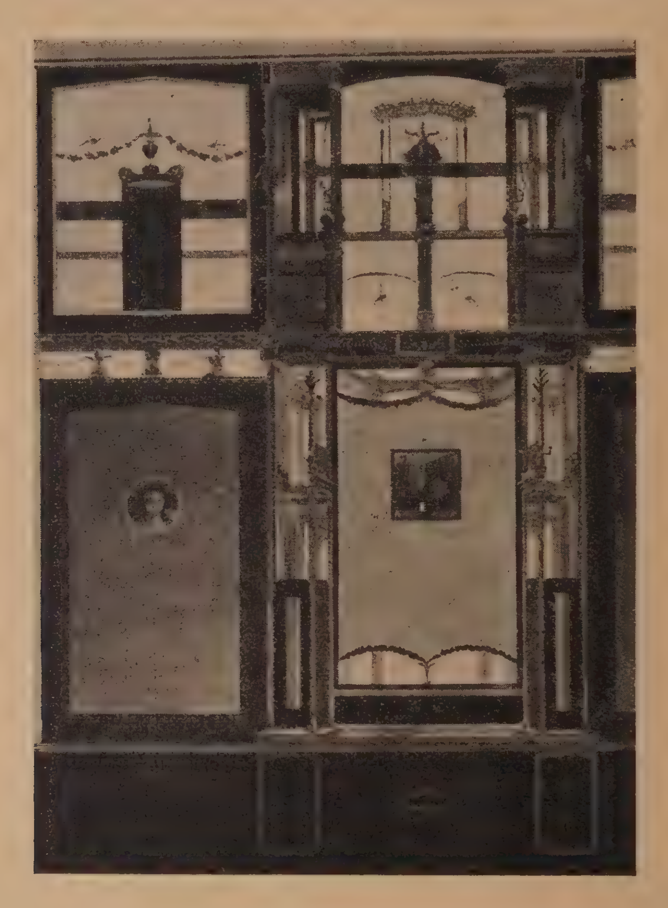


Fig. 34. — Photo d'une aquarelle de mon père (Pompéi).

aucun monument ne nous laisse deviner de tentatives de perspective ni dans les bas-reliefs des temples ni dans les peintures ou reliefs des vases. Il semble improbable cependant que les admirables artistes de cette époque aient été tout à fait ignorants de la représentation de l'éloignement.

Cela est d'autant plus vrai que la belle mosaïque de la bataille d'Arbelles, puis les peintures de Pompeï montrent quelques siècles plus tard une science perspective remarquable (fig. 34).

Dans les pays d'occident, au moyen âge, les tapisseries et les miniatures des manuscrits essayent de perfectionner la représentation primitive de l'éloignement

par la superposition (fig. 35); la Renaissance seulement, reprenant nettement la tradition antique, arrive à pratiquer la perspective qui était complètement connue au XVIIe siècle. A cette époque on en fit même abus par des « trompe-l'œil » antiartistiques au premier chef (fig. 36).



Fig. 35. — Tapisserie de Bayeux.



Fig. 36. — Piranesi. — Projet d'escalier en perspective.

CHAPITRE III

DÉGRADATION LINÉAIRE. ECHELLE D'UN PLAN DE FRONT. EMPLOI DES ECHELLES DE LARGEURS, DE HAUTEURS ET DE PROFONDEURS. CRATICULAGES. POINTS DE DISTANCE.

Dégradation linéaire

Nous avons vu précédemment que plus un objet est éloigné, plus il apparaît petit; c'est ce qu'on appelle le phénomène de la *dégradation linéaire.*

Mais il faut préciser les lois de cette dégradation linéaire. Cela nous servira à connaître la grandeur de l'image d'un objet si nous connaissons par ailleurs sa dimension réelle, son éloignement et la distance principale.

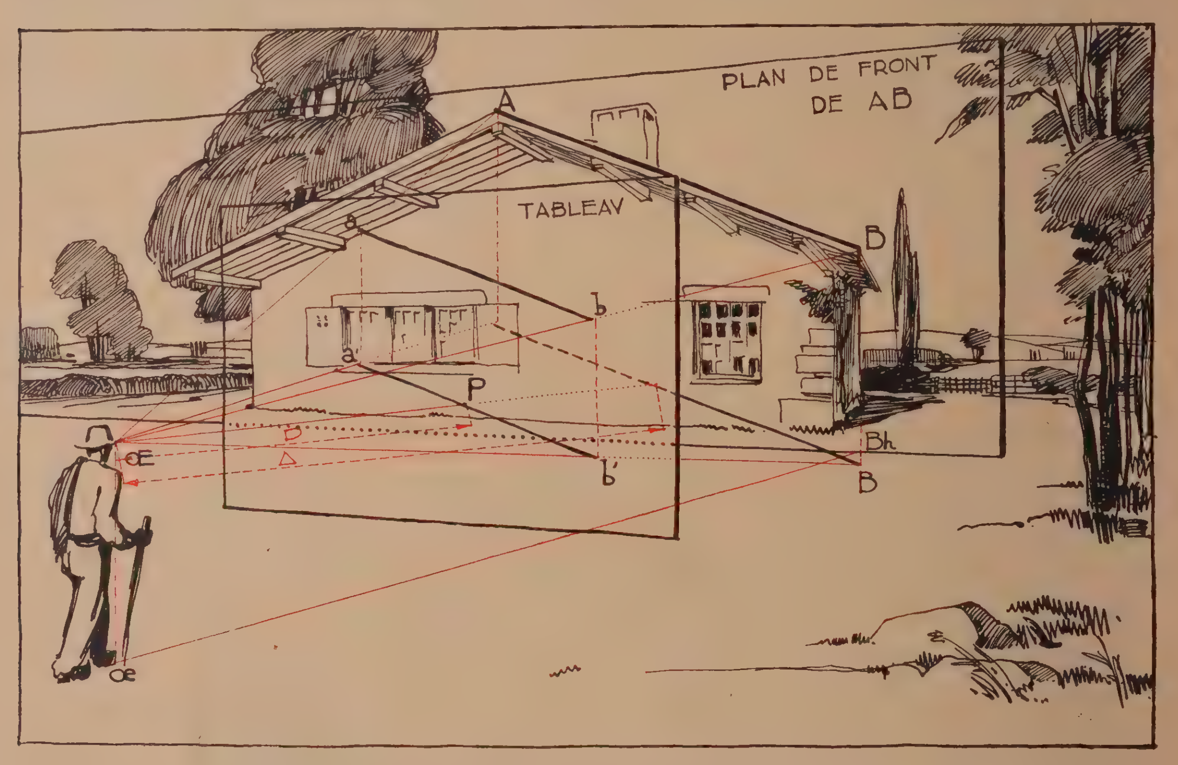


FIG. 37. — L'image *ab* d'une ligne de front AB lui est parallèle. ŒP = D, ŒP' = Δ, AB = I et *ab* = *i*; on a : $\left(\frac{D}{\Delta}\right) = \left(\frac{i}{I}\right)$ ou $i = I \times \left(\frac{D}{\Delta}\frac{D}{\Delta}\right)$ est l'*échelle* du plan de front de AB.

Je figure, pour simplifier la démonstration, un objet par une ligne AB, et je suppose que cet objet soit situé dans un plan de front (fig. 37).

L'image de AB sur le tableu sera, évidemment *ab*, les points *a* et *b* étant les rencontres des rayons visuels ŒA et ŒB et du tableau.

Or, si je suppose qu'il existe un deuxième objet identique à AB, dans le même plan de front, mais placé de manière qu'il rencontre le rayon visuel principal, il sera représenté par exemple par A'B', rencontrant le rayon visuel principal en P' et l'image de A'B' sera *a'b'*, identique à *ab* mais rencontrant le rayon visuel principal au point principal P.

Quelles sont les valeurs de ŒP et de ŒP'? Nous avons vu plus haut (p. 13) que ŒP est la distance principale que nous notons D et ŒP' sera l'éloignement que nous notons Δ. Donc :

$$\text{ŒP} = D;$$
$$\text{ŒP'} = \Delta.$$

Si maintenant nous considérons les triangles Œ*a'b'* et ŒA'B', nous voyons immédiatement qu'ils sont semblables et ont pour hauteurs ŒP et ŒP'. Or, on sait que deux triangles semblables ont tous leurs éléments proportionnels et nous pouvons par conséquent dire que les deux hauteurs sont dans le même rapport que deux côtés correspondants, et écrire que :

$$\frac{\text{ŒP}}{\text{ŒP'}} = \frac{a'b'}{A'B'}$$

mais comme ŒP = D et ŒP' = Δ , cela revient au même que d'écrire :

$$\frac{D}{\Delta} = \frac{a'\,b'}{A'B'}$$

et comme *a'b'* est identique à *ab* et A'B' = AB, nous pouvons les remplacer l'un par l'autre :

$$\frac{D}{\Delta} = \frac{ab}{AB}$$

Or, *ab* est précisément la grandeur de l'image de l'objet et AB la grandeur de cet objet lui-même. Si j'appelle I cette grandeur de l'objet et *i* celle de son image, j'obtiens la formule très générale de la dégradation linéaire qui *s'applique à toutes lignes droites de front, quelle que soit leur direction :*

$$\frac{D}{\Delta} = \frac{i}{I}$$

Suivant que l'on connaîtra telle ou telle des grandeurs qui figurent dans cette formule, on pourra lui donner telle ou telle forme. Pour le moment, nous nous bornerons à supposer que la grandeur de l'objet (I) est connue, de même que son éloignement (Δ) et la distance principale (D). Dans ces conditions, la grandeur que je

ne connais pas c'est i, la grandeur de l'image. Je transforme alors la formule en me souvenant des règles arithmétiques des proportions et j'ai la valeur de i suivante :

$$i = I \times \frac{D}{\Delta}$$

Ce qui peut s'énoncer comme suit :

L'image d'une ligne de front est égale à sa grandeur réelle multipliée par le rapport de la distance principale et de l'éloignement du plan de front qui contient la ligne.

Pour bien faire comprendre cet énoncé qui est à la base de toute la perspective, je vais prendre un exemple concret :

Je suppose (fig. 27) que la longueur de la rive d'un toit, située de front, soit 5 m. 00, que l'éloignement de son plan de front à l'œil du spectateur soit 15 m. 00 et que la distance de l'œil du spectateur au tableau, ou distance principale, soit 1 m. 80; j'ai, en conséquence :

$$I = 5 \text{ m. } 00$$
$$D = 1 \text{ m. } 80$$
$$\Delta = 15 \text{ m. } 00.$$

La formule ou l'énoncé de la dégradation linéaire donne pour la grandeur i de l'image :

$$i = 5 \text{ m. } 00 \times \frac{1 \text{ m. } 80}{15 \text{ m. } 00.}$$

Il y a intérêt, le plus souvent, à calculer d'abord le rapport $\frac{D}{\Delta}$ qui reste le même pour tous les objets situés dans le même plan de front. Nous avons ainsi :

$$i = 5 \text{ m. } 00 \times 0{,}12$$

ou bien : $i = 5 \text{ m. } 00 \times \frac{3}{25}$

et enfin : $i = 0 \text{ m. } 60.$

Le rapport $\frac{D}{\Delta}$ qui peut s'exprimer numériquement sous forme d'une fraction ordinaire telle que $\frac{3}{25}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$, etc., ou sous forme d'une fraction décimale, telle que 0,12, 0,333, 0,50, 0,25, 0,10, 0,05.....par mètre, est ce qu'on appelle l'*échelle* du plan de front correspondant. On dira donc : le plan de front de la rive du toit est à l'échelle de trois vingt-cinquièmes, ou bien il est à l'échelle de 0 m. 12 par mètre.

Une faute très fréquente et pouvant conduire à des erreurs graves est de mesurer l'éloignement suivant le rayon visuel d'un des points de l'objet, par exemple ŒB, ou, ce qui est plus fréquent, suivant la projection sur le sol ŒBh d'un de ces rayons visuels. *L'éloignement doit toujours se mesurer sur le rayon visuel principal.*

Nous pouvons tirer immédiatement un certain nombre de conclusions de ce que nous venons de voir :

Les images de lignes de front situées dans un même plan, quelles que soient leurs directions, sont égales si ces lignes sont égales; elles sont entre elles dans le même rapport que les lignes réelles si celles-ci ne sont pas égales : une ligne triple d'une autre aura une image triple aussi.

Les images de lignes de front égales mais situées dans des plans de front différents seront entre elles dans le rapport inverse des éloignements des plans de front. Autrement dit, une ligne située dans un plan de front à un éloignement triple de celui d'une autre ligne aura une image qui sera le tiers de celle de la ligne la plus rapprochée.

Cela découle très simplement de la loi de dégradation linéaire. En effet, si j'appelle i_1 l'image de la ligne située dans le premier plan de front et Δ_1 l'éloignement de ce plan de front, et i_2 et Δ_2 les mêmes grandeurs pour le deuxième plan de front, nous avons d'après la formule de la dégradation linéaire :

$$\frac{i_1}{I} = \frac{D}{\Delta_1} \quad \text{et} \quad \frac{i_2}{I} = \frac{D}{\Delta_2}$$

$$\text{ou : } i_1 = I \times \frac{D}{\Delta_1} \quad \text{et} \quad i_2 = I \times \frac{D}{\Delta_2}$$

Le rapport $\frac{i_1}{i_2}$ des deux images est donc :

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{I \times \frac{D}{\Delta_1}}{I \times \frac{D}{\Delta_2}}$$

ou en simplifiant : $$\frac{i_1}{i_2} = \frac{\Delta_2}{\Delta_1}$$

ou encore, ce qui nous donnera la valeur de i_2 : $i_2 = i_1 \frac{\Delta_1}{\Delta_2}$.

On peut encore conclure de tout ceci que *les figures de front ont des images qui leur sont semblables,* qui ont même forme. Par exemple, dans la figure 37, on voit de suite que *ab* a la même inclinaison que AB. Les dimensions seules varient.

Les considérations qui précèdent permettraient théoriquement de mettre en perspective n'importe quel objet ou ensemble d'objets dont on connaîtrait les dimensions, les positions et les situations : il suffirait de faire pour chaque point le calcul qui précède. Pour ce faire, on considérerait l'écartement réel à droite ou à gauche du plan visuel principal et la hauteur en dessous ou en dessus du plan d'horizon du point dont on cherche l'image. Ces écartement et hauteur sont deux lignes de front, la première horizontale et la seconde verticale. On peut dès lors calculer leurs images et par conséquent mettre en place l'image du point.

Par exemple, je suppose que l'on sache qu'un personnage a sa tête dans le plan d'horizon, que sa taille est de 1 m. 75 et qu'il est placé à 2 m. 50 à droite du plan vertical principal dans un plan de front dont l'éloignement est 10 m. 00. On connaît aussi, nécessairement, la distance principale qui serait : 2 m. 50. Si je cherche à connaître l'image des pieds du personnage, je calculerai d'abord la hauteur i_h de cette image en dessous de la ligne d'horizon :

$$i_h = I_H \times \frac{D}{\Delta} = 1^m75 \times \frac{2.50}{10.00} = 1^m75 \times 0.25 = 0^m4125$$

Je tracerai donc à 0 m. 4125 en dessous de l'horizon une ligne horizontale et je sais que les pieds du personnage auront leur image sur cette ligne.

De même pour l'écartement à droite :

$$i_e = I_E \times \frac{D}{\Delta} = 2^m50 \times \frac{2.50}{10.00} = 2^m50 \times 0.25 = 0^m625$$

L'image cherchée sera donc sur une verticale placée à 0 m. 625 à droite du point principal P.

En définitive, la rencontre des deux lignes donnera l'image des pieds du personnage (Voir fig. 38).

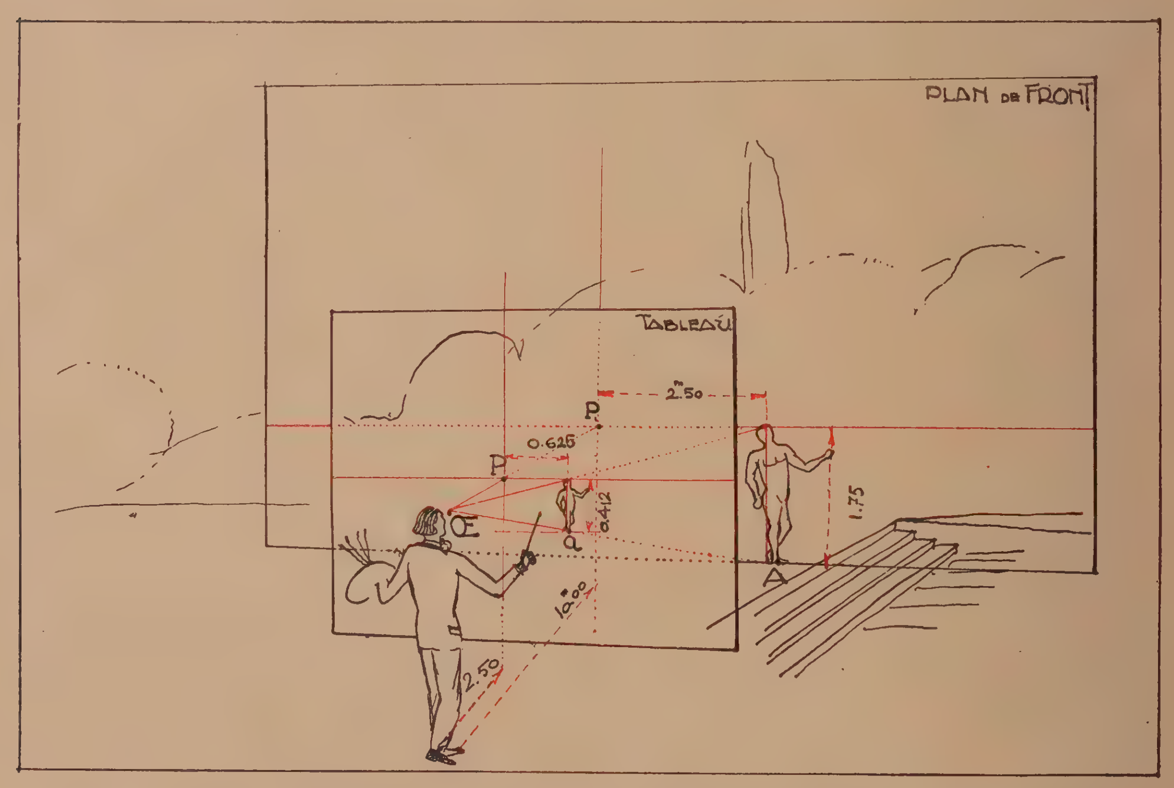


Fig. 38 .— L'image d'une hauteur ou d'un écartement est égale à cette hauteur multipliée par $\frac{D}{\Delta}$.

Il est bien évident que cette méthode ne peut s'appliquer en pratique à un grand nombre de points à cause de sa longueur.

Mais elle sera indispensable, et c'est ce qui en fait l'intérêt, pour mettre en perspective une ou deux lignes qui serviront de base pour toute l'épure à faire : il est indispensable de connaître l'échelle de représentation d'un des plans de front. Dans l'exemple qui vient d'être pris, l'échelle serait de 1/4 ou de 0 m. 25 par mètre.

Echelles

On peut généraliser le procédé de la manière suivante :

Au lieu de rapporter les hauteurs au plan d'horizon on les rapportera à un plan horizontal coïncidant ou non avec le sol naturel, mais qui prendra dans les épures le nom de sol. Il y aura le plus souvent intérêt à le prendre le plus éloigné possible de l'horizon pour avoir de meilleurs recoupements de lignes.

On pourra facilement figurer sur ce sol une série de lignes horizontales de front à intervalle régulier dans la nature. En effet, je puis porter (fig. 39 et 40) sur la ligne d'horizon ou sur VV′, à partir du point P une longueur égale à la Distance

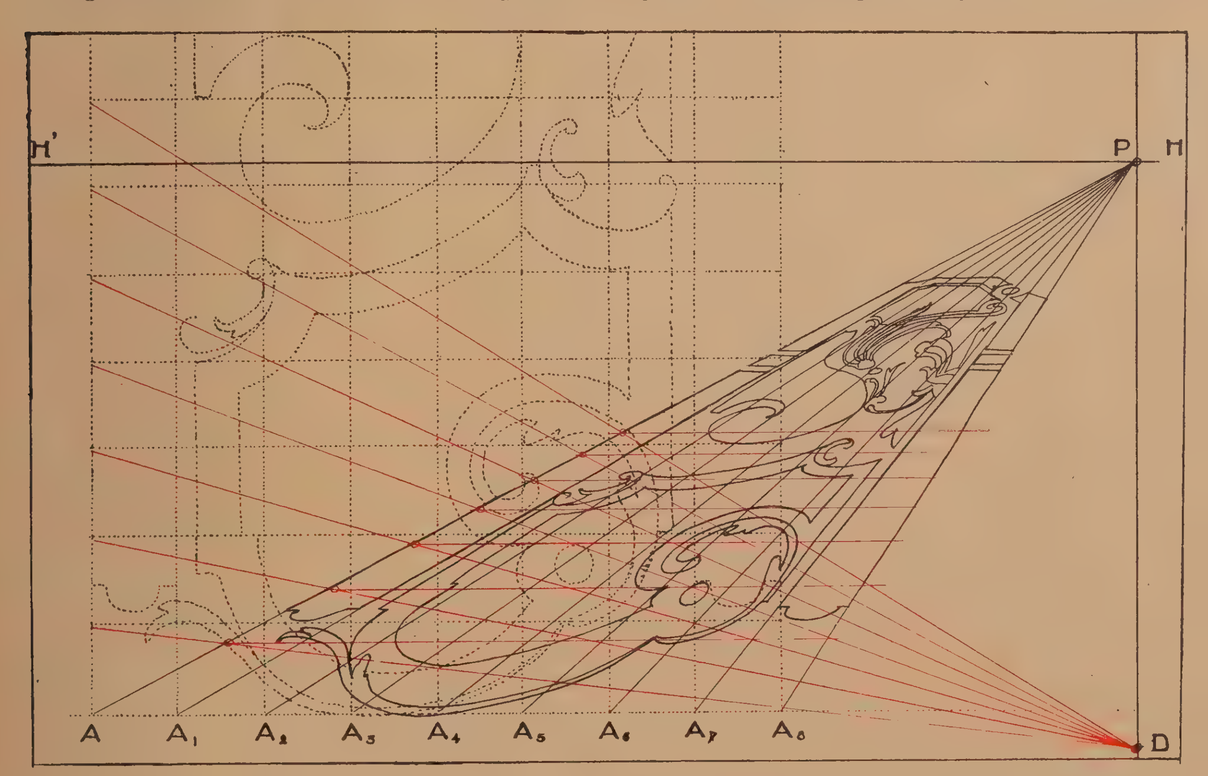


Fig. 39. — On peut, par le tracé très simple ci-dessus, dessiner un quadrillage, ou craticulage, qui servira à faire une mise en perspective au carreau.

principale, ou, si cela sort des limites de l'épure, une certaine fraction de cette Distance principale (dans la figure 40, on a porté le quart en D/2). Je puis mettre en perspective un point A du sol par la formule $i = I \times \frac{D}{\Delta}$ appliquée à sa hauteur et à son écartement. J'ai de même l'échelle du plan de front de A. Je puis donc sur l'horizontale de A, ou sur sa verticale, porter une série de longueurs égales entre elles et qui seront, par exemple le mètre, à l'échelle de A; cela donne les points A_1, A_2, A_3, A_4, A_5...

La droite AP est une horizontale, perpendiculaire au tableau, dont les points sont d'autant plus éloignés qu'ils sont plus proches de P. Ceci résulte de la loi de dégradation linéaire, car si je mesure l'écartement C′P et la hauteur C′C d'un point C de AP, ces deux grandeurs seront toujours dans le rapport $\frac{A'P}{A'A}$ à cause de la similitude des triangles, C′ et A′ étant les projections de C et de A sur HH′.

Si maintenant je joins le point D au point A_1, il déterminera sur la droite AP un point C_1, image d'un point situé sur le sol. Comme en général le point D sera hors des limites de l'épure, j'emploierai un point réduit tel que D/3, mais alors il faudra réduire dans la même proportion les longueurs AA_1, AA_2, AA_3, etc., par exemple les diviser par 3. J'obtiens ainsi le point B_1, que je joins à D/3 pour obtenir C_1.

Le point C_1 est à un éloignement plus grand que A puisque l'image de sa hauteur en dessous de l'horizon est plus petite que celle de la hauteur de A. Soit Δ_2, son éloignement qui est inconnu, mais que je veux démontrer être égal à celui de A augmenté de AA_1 :

Nous savons (voir p. 39) que :

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{\Delta_2}{\Delta_1}$$

ou bien, si j'appelle δ la différence, inconnue, des deux éloignements Δ_2 et Δ_1, telle que $\Delta_2 = \Delta_1 + \delta$:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{\Delta_1 + \delta}{\Delta_1}$$

Or, i_1 c'est AA′ et i_2 c'est $C_1C'_1$, donc :

$$\frac{AA'}{C_1C'_1} = \frac{\Delta_1 + \delta}{\Delta_1} = 1 + \frac{\delta}{\Delta_1}.$$

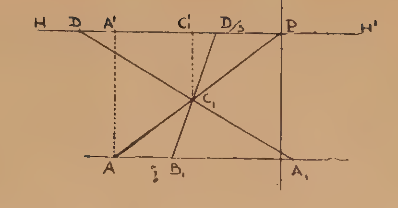
Mais les deux triangles AA′P et $C_1C'_1P$ sont semblables et leurs côtés sont proportionnels; donc :

$$\frac{AA'}{C_1C'_1} = \frac{AP}{C_1P}$$

ou, comme $AP = C_1P + AC_1$:

$$\frac{AA'}{C_1C'_1} = \frac{C_1P + AC_1}{C_1P} = 1 + \frac{AC_1}{C_1P}$$

et, par conséquent :



$$I + \frac{A\,C_1}{C_1\,P} = I + \frac{\delta}{\Delta_1}$$

ou en retranchant 1 dans les deux termes de l'égalité :

$$\frac{A\,C_1}{C_1\,P} = \frac{\delta}{\Delta_1}$$

Mais, les deux triangles DPC_1 et AA_1C_1 sont semblables et :

$$\frac{A\,C_1}{C_1\,P} = \frac{A}{PD}$$

et on obtient en remplaçant $\frac{A\,C_1}{C_1\,P}$ par $\frac{\delta}{\Delta_1}$:

$$\frac{A\,A_1}{D} = \frac{\delta}{\Delta_1}$$

ou bien :

$$\delta = A\,A_1 \times \frac{\Delta_1}{D}$$

Mais $\frac{\Delta_1}{D}$ est précisément l'inverse de l'échelle du plan de front de A et en définitive δ est donc égal dans la réalité à la longueur représentée par les points A, A_1, A_2, A_3..... par exemple un mètre.

Il résulte de ceci que les points C_1, C_2, C_3..... sont les images de points situés à un éloignement supplémentaire égal à $A\text{-}A_1$, $A_1\text{-}A_2$, $A_2\text{-}A_3$.....

On obtiendrait de même toute une série de points C_2, C_3, etc., en faisant la même construction sur B_2, B_3, etc., et en traçant par les points ainsi obtenus une série de lignes horizontales on dessine sur le sol une série de lignes de front équidistantes.

On peut substituer à la construction qui vient d'être expliquée un autre tracé dont la théorie est identique et l'emploi parfois légèrement avantageux : C'est de marquer le point D sur la verticale principale au lieu de l'horizon et de porter alors les divisions égales A_1, A_2, A_3, etc., sur la verticale de A. C'est le tracé indiqué à la figure 39. Toute la démonstration qui précède et celle qui suit s'appliquent exactement à ce deuxième tracé comme au premier.

Puis, en joignant les points A, A_1, A_2, A_3..... au point P, on figure sur le sol aussi une série de lignes perpendiculaires aux précédentes. Il est évident, en effet, que dans les deux triangles semblables PC_1C_2 et PAA_1, par exemple, et dans les deux autres PC'_1C_1 et $PA'A$, on a l'égalité de rapports suivants :

$$\frac{C_1\,C'_2}{A\,A_1} = \frac{C'_1\,C_1}{A'\,A}$$

Or, $\frac{C'_1 \; C_1}{A' A}$ est précisément le rapport des deux éloignements Δ_1 et Δ_2 (Voir p. 42 et 43); par conséquent, $\frac{C_1 \; C_2}{A \; A_1}$ est égal aussi à ce rapport, et les deux lignes C_1C_2 et AA_1 sont les images de deux grandeurs égales aux éloignements Δ_1 et Δ_2.

On obtient ainsi un quadrillage horizontal, appelé souvent *craticulage,* qui pourra servir à mettre en perspective un dessin horizontal par une mise au carreau analogue à celle que l'on emploie pour agrandir ou réduire un dessin.

Les graduations portées sur les horizontales de front sont des *échelles de largeurs.*

Le point D s'appelle *point de Distance* et, s'il est réduit, *point de Distance réduit.*

La graduation ainsi tracée sur la ligne AP prendra le nom d'*échelle des profondeurs;* on peut en effet porter exactement sur cette ligne une profondeur quelconque donnée au delà du plan de front de A : pour cela on portera cette profondeur en M/3 sur l'horizontale de A, *à l'échelle de A,* et en *réduisant en outre dans le même rapport que l'est le point D,* et on joindra à ce point de distance réduite pour obtenir en *m* un point à cette profondeur.

Je donne à la figure 40 un exemple de mise en perspective d'une portion de

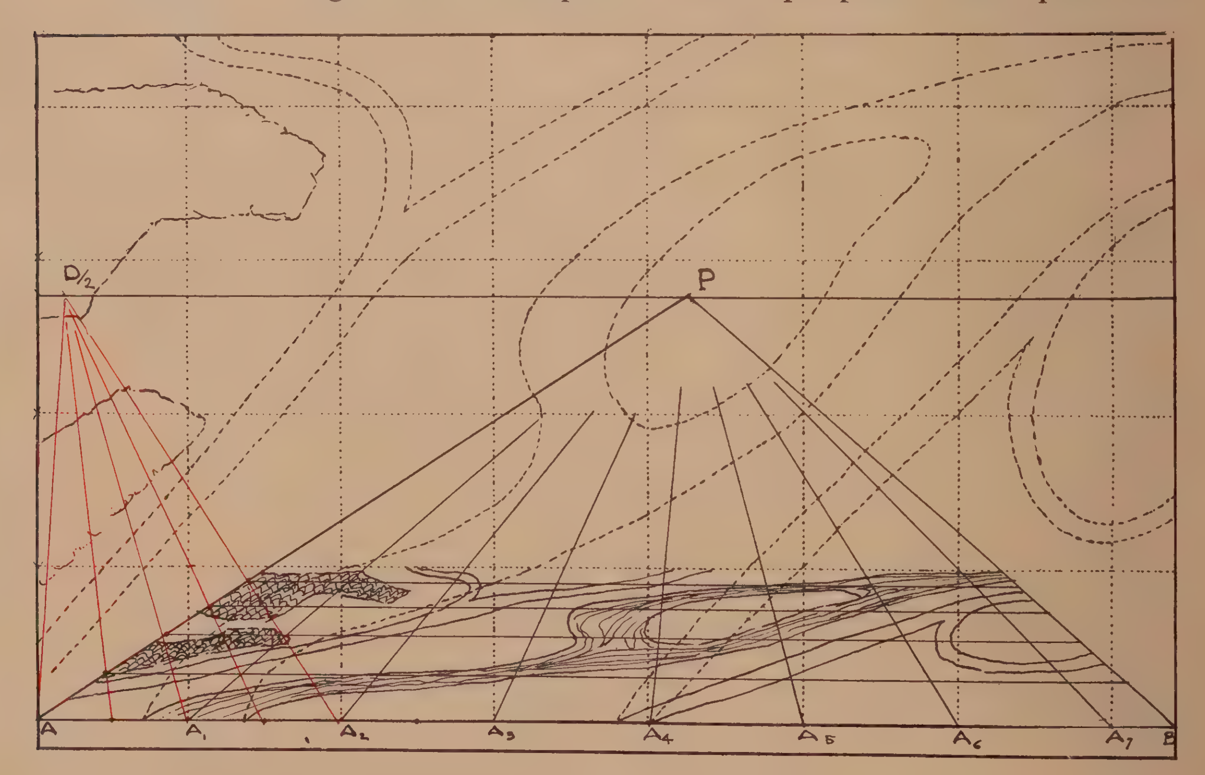


Fig. 40. — On peut, dans le même but que fig. 39, se servir d'un point D (ou D/2, D/3, etc.) sur la ligne d'horizon au lieu de la verticale principale.

carte géographique, comprenant une rivière avec une île, des routes et deux bois. La carte elle-même et le quadrillage qui a été tracé sur elle sont figurés en pointillés; le craticulage et le dessin en perspective sont figurés en traits pleins. Cet exemple suppose être assimilé à un plan horizontal.

Echelles des hauteurs

Si nous nous reportons à la figure 39, nous verrons facilement que les hauteurs AA′, $C_1C'_1$, etc., sont dans les mêmes rapports que les lignes horizontales AA_1, C_1C_2, etc. C'est d'ailleurs évident, puisqu'elles sont dans les mêmes plans de front et par conséquent aux mêmes échelles.

Ces lignes verticales pourront donc nous servir d'échelles des hauteurs tout comme les lignes horizontales nous servent d'échelles des largeurs.

Pour rendre cet usage pratique, on portera sur AA′ une série de divisions égales, comme horizontalement en A, A_1, A_2, A_3..... et on joindra chacune de ces divisions B, B_1, B_2..... au point P. On obtiendra ainsi une série de lignes qui seront les images d'horizontales aux diverses hauteurs portées sur AA′.

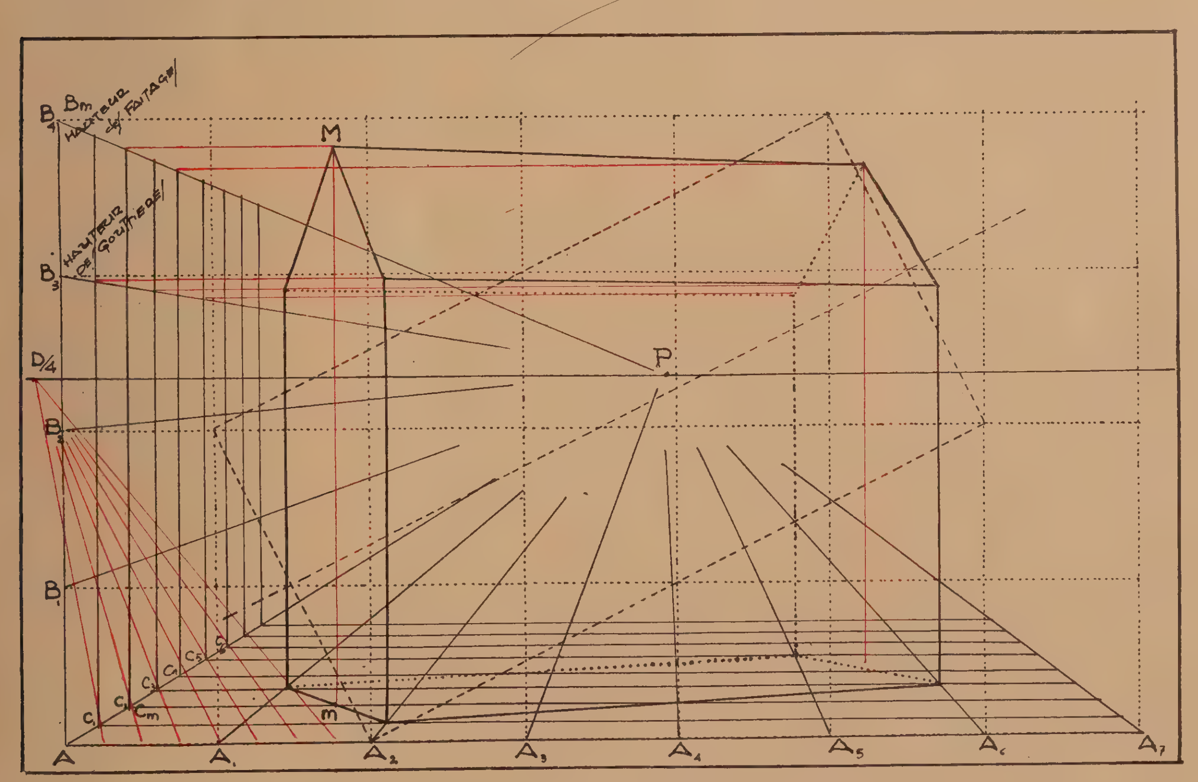


Fig. 41. — L'emploi des trois échelles : largeurs, profondeurs et hauteurs, permet une mise en perspective très simple : ce sont deux craticulages, l'un horizontal, l'autre vertical.

Dès lors si l'on désire mettre en perspective un point à une hauteur connue, on commencera par mettre en perspective sa projection sur le sol, son *plan, m*, puis une horizontale de front donnera sur AP le point C*m* correspondant. Par ce point, on tracera une verticale. Sur la verticale de A on marquera la hauteur à l'échelle de ce point A; on obtiendra ainsi un point B*m*. On tracera B*mP* et, par sa rencontre avec la verticale de C*m*, on mènera l'horizontale de front qui donnera sur la verticale de *m* l'image M du point cherché.

La figure 41 donne un exemple figurant le schéma d'une maison.

On peut encore se servir du même procédé en dessinant la projection latérale de l'objet à représenter sur le plan vertical ABP et en menant par divers points de ce tracé des horizontales de front qui rencontrent les verticales des points correspondants de la projection horizontale mise en perspective et donnent ainsi la perspective achevée.

La figure 42 donne un exemple de ce procédé. La voûte d'arête dont il s'agit a même élévation latérale que de front, c'est-à-dire le cercle de centre O. Comme l'horizon est ici proche du plan de naissance et que le vrai sol est hors de l'épure,

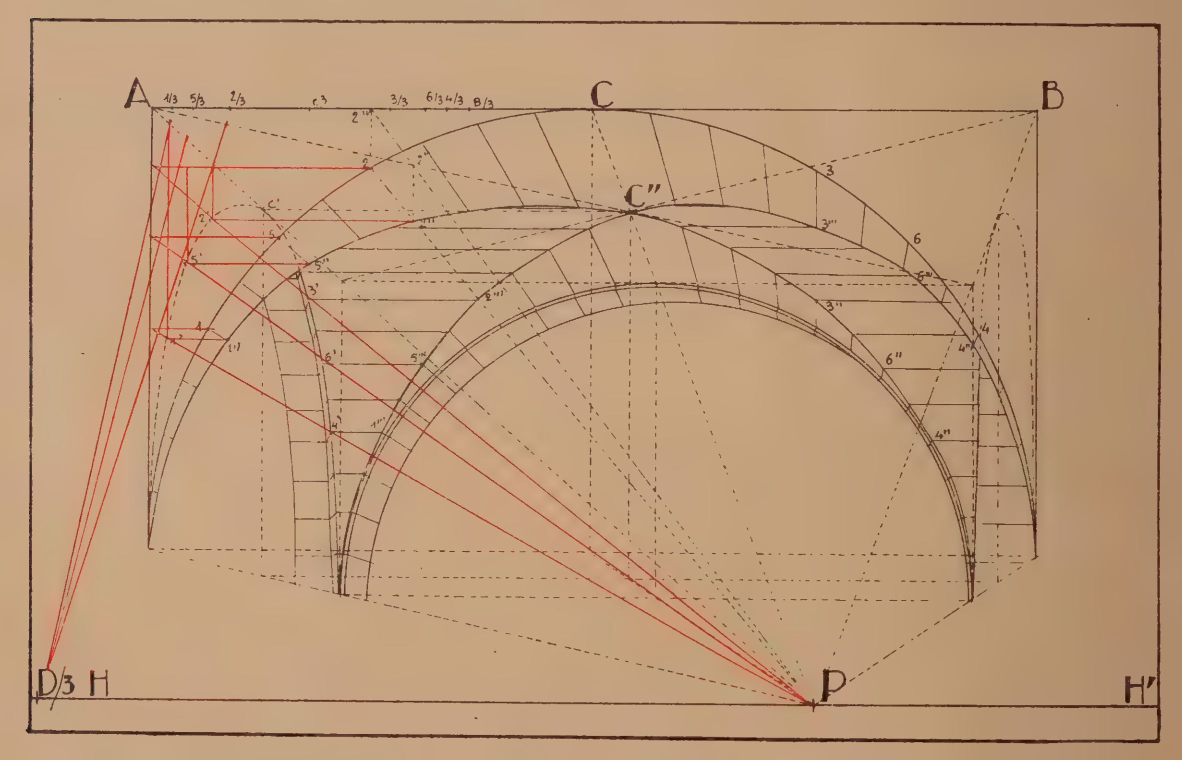


Fig. 42. — *Mise en perspective d'une voûte d'arête plein cintre points par points.* — Pour le point 2, par exemple, on mène la verticale 2 2_{IV}; puis 2 méthodes : 1° Mener 2_{IV}P et 2P, 2_{IV}P rencontre AC'', diagonale du carré, plan de la voûte, en 2_{V} dont la verticale donnera 2_{II}, point cherché; 2° Mener l'horizontale de 2 jusqu'à la verticale de A et de ce point la fuyante en P. Déterminer sur AP la distance de 2 (ici par 2/3 et D/3), abaisser la verticale qui donne 2'; 2'' sera à la rencontre de 2P et de l'horizontale de 2'. Dans le cas où aucun des arcs ne serait de front, la méthode sera analogue.

on a pris comme sol fictif le plan tangent au sommet du cercle O. On évite ainsi les recoupements de lignes sans aucune précision que donnerait l'emploi du plan de la naissance.

Le point O est mis en perspective par les formules de la dégradation linéaire et son échelle déterminée de même. On connaît donc le rayon du cercle et ce cercle O étant de front, on n'a qu'à le tracer au compas.

Pour dessiner l'élévation latérale 1′, 5′, 2′, C′, 3′, 6′, 4′, on choisit un certain nombre de points 1, 5, 2, C, 3, 6, 4 sur le cercle O; on mesure leur distance à la verticale de A et on la porte réduite sur AC, en 1/3, 5/3, 2/3, C/3, 3/3, 6/3, 4/3, et en joignant au point de distance réduit D/3 on obtient sur AP une série de points aux mêmes éloignements; pour ne pas rendre l'épure confuse, on n'a figuré ce tracé que pour quelques points. Pour chacun d'eux, par exemple pour le point 2, on mènera par 2 une horizontale de front jusqu'à la verticale de A, puis on joindra ce point à P et, à la rencontre de la verticale du point correspondant obtenu sur AP, on aura le point cherché 2′.

Pour mettre en perspective le point 2″ de l'arc diagonal, il suffira ensuite de mener par 2 une horizontale de profondeur 2P et par 2′ une horizontale de front. On obtiendra ainsi 2″.

On agira de même pour chacun des points, ce qui donnera deux arcs d'ellipse se coupant en C″.

Je pourrais multiplier à l'infini ces exemples; mais, comme je l'ai dit au début, je ne veux aucunement accumuler les *recettes,* mais bien plutôt indiquer les méthodes que l'on peut employer : à chacun il appartient, par des exercices répétés et variés de se familiariser avec ces méthodes et d'appliquer toute son ingéniosité à les adapter le plus simplement possible au problème à résoudre.

Dans le cas de la figure 42, il eût, par exemple, été plus rapide, mais moins démonstratif et moins précis, de mettre en place les points tels que 2″ en se servant de 2^{IV}, projection horizontale de 2, puis de la diagonale AC″ recoupée par 2^{IV}P en 2^{V} et de la verticale de 2^{V} recoupant 2 P au point cherché 2″.

Résumé

1. La loi de dégradation linéaire est la suivante :

L'image d'une ligne de front est égale à sa grandeur réelle multipliée par le rapport de la distance principale et de l'éloignement du plan de front qui contient la ligne.

Ceci peut s'écrire :

$$i = I \times \frac{D}{\Delta}$$

2. *L'éloignement doit toujours se mesurer sur le rayon visuel principal.*

3. *Les figures de front ont des images qui leur sont semblables.*

4. L'*échelle* d'un plan de front est la valeur du rapport $\frac{D}{\Delta}$ de la distance principale à l'éloignement lui correspondant.

5. Si on porte sur une horizontale de front une série de longueurs égales et qu'on joigne ces points au point P on obtient l'image d'une série de lignes perpendiculaires au tableau et équidistantes (voir fig. 29).

6. On appelle *point de distance* un point D de la ligne d'horizon (ou de la verticale principale) tel que DP soit égal à la distance principale.

On peut se servir de *points de distance réduits* D/3, D/4... tels que leur distance à P soit 1/3, 1/4... de la distance principale.

7. Si à partir du point de rencontre A d'une horizontale de front (ou d'une verticale) et d'une perpendiculaire au tableau on marque sur l'horizontale de front (ou sur la verticale) un point M à une longueur donnée mesurée à l'échelle de cette ligne de front, puis *qu'on joigne ce point M au point de distance D, on obtient sur la perpendiculaire au tableau l'image* m *d'un point tel que son éloignement de A soit égal à la longueur donnée AM.*

On peut (voir fig. 29) se servir de même d'un point de distance réduit D/3, D/4, etc.; mais alors il faut avoir soin de réduire dans la même proportion la longueur AM qui devient AM/3, AM/4, etc.

8. On peut établir ainsi un quadrillage perspectif (appelé *craticulage*). (Voir fig. 39 et 40).

9. La série des divisions perspectives sur AP prend le nom d'*échelle des profondeurs.*

10. On obtient de même une *échelle des hauteurs* en se servant de la ligne AP et de la verticale AB sur laquelle on porte la série de divisions égales (Voir fig. 41).

CHAPITRE IV

Droites horizontales. Points de fuite. Procédés de réduction. Relations entre les points de fuite de directions données par rapport a l'une d'elles.

Droites horizontales — Points de fuite

Lorsque plusieurs lignes des objets à représenter sont parallèles, on pourra employer avec fruit des méthodes beaucoup plus rapides que celles qui précèdent.

Je vais étudier d'abord la représentation de lignes horizontales. Je suppose (voir fig. 43) qu'un spectateur se trouve au milieu d'une route horizontale bordée de poteaux télégraphiques (c'est l'exemple classique parce que très démonstratif). Les lignes qui joignent les pieds et les têtes de poteaux constituent un ensemble de quatre lignes horizontales parallèles.

Comment ces quatre lignes seront-elles représentées?

Il est bien évident, d'après le chapitre III, que plus un poteau sera éloigné, plus son image sera petite, plus, par conséquent, l'image de sa tête et celle de son pied se rapprocheront de la ligne d'horizon. Nous pouvons donc dire que les images des lignes AB et AB′ d'une part et celles des lignes AC et AC′ d'autre part, convergeront sur la ligne d'horizon.

Convergeront-elles en un même point? Oui; car le raisonnement qui vient d'être tenu pour les images des poteaux peut être exactement répété pour les largeurs de la route entre chaque paire de poteaux telle que BC.

Donc les quatre lignes AB, AB′, AC et AC′ (et, par conséquent, toute autre ligne parallèle) auront leurs images convergentes en un point F.

Je dis que ce point F est situé sur la ligne d'horizon : en effet, les images de tous les points de tous les poteaux au niveau de l'horizon sont situées sur la ligne d'horizon. Donc les lignes les joignant ont pour image la ligne d'horizon et comme elles convergent en F, étant parallèles à AB, AB′, etc., il est nécessaire que F soit sur l'horizon.

Mais quelle est la position de ce point F? Ce sera évidemment l'image des poteaux situés à l'infini, c'est-à-dire le point où le rayon visuel parallèle à AB, ŒA, perce le tableau. En effet, si je considère les distances des têtes de poteaux

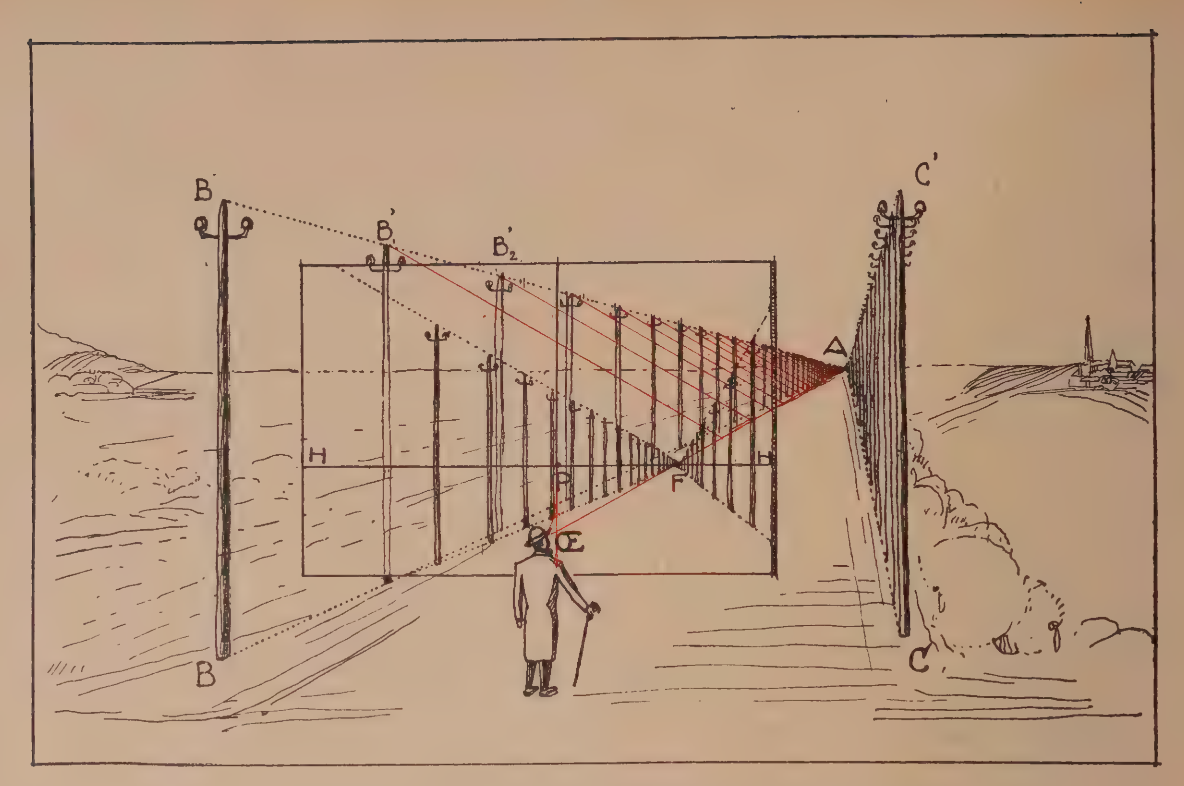


Fig. 43. — Les images de lignes horizontales parallèles convergent en un *point de fuite*, F, sur HH', point où le rayon visuel parallèle perce le tableau.

B'_1, B'_2, B'_3, etc., à ce rayon visuel, mesurées dans des plans de front, j'obtiens une série d'obliques de front toutes parallèles et égales, figurées en rouge à la figure 43; les images de ces obliques diminuent au fur et à mesure de leur éloignement. D'autre part, la droite AŒ étant un rayon visuel a tout entière pour image un point, car elle est vue en raccourci complet, étant dirigée vers l'œil. Une des extrémités de ces images d'obliques est donc toujours ce point et l'autre extrémité s'en rapprochera au fur et à mesure que l'éloignement augmentera.

Comme l'image du rayon visuel AŒ est forcément le point F où ce rayon visuel perce le tableau, c'est le point F vers qui converge l'image de AB'. C'est vers lui que convergent toutes les images de toutes les horizontales parallèles à la direction ŒF.

On l'appelle le *point de fuite* (1) de la direction ŒF.

Et nous pouvons poser comme règle : *Les images de lignes horizontales parallèles convergent en un point de fuite qui est le point où le rayon visuel parallèle perce le tableau, sur l'horizon.*

---

(1) Je préfère cette appellation à celle de point d'évanouissement, parfois employée, qui est exactement synonyme.

Il me reste à montrer comment, en pratique, on peut déterminer ces points de fuite.

Si l'on sait que la direction dont il s'agit est oblique sur la droite ou vers la gauche, on en déduit immédiatement que le point de fuite sera à droite ou à gauche.

Sa distance au point P sera déterminée soit par le calcul, soit graphiquement.

Si l'on sait que l'obliquité de la direction, vers la droite, est telle que l'écartement soit toujours 1/5 mc. par exemple de l'éloignement (ce qu'en trigonométrie on appelle la tangente de l'angle α en Œ), on en déduira que la distance de F à P ou PF sera 1/5 mc. de la distance principale. Cette fraction est ce que j'appellerai le *coefficient d'obliquité* ω. On peut alors énoncer la règle suivante : *La distance du point de fuite F d'une direction horizontale au point P est égale à la distance principale multipliée par le coefficient d'obliquité* ω.

Si on préfère opérer graphiquement (voir fig. 44), on devra figurer la distance principale sur la perpendiculaire à la ligne d'horizon en P, cela donnera le point Œ; puis on mènera par ce point une droite faisant avec ŒP l'angle donné qui déterminera F sur la ligne d'horizon.

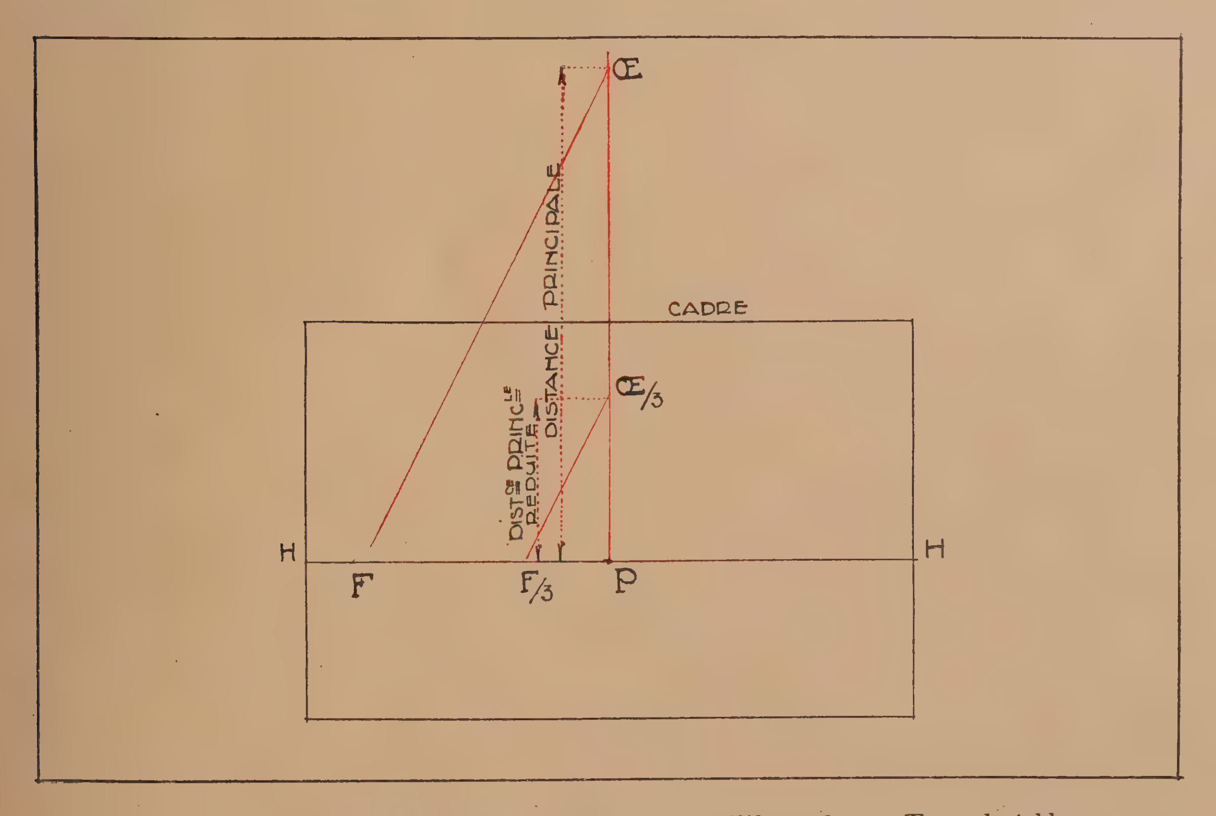


Fig. 44. — Pour déterminer le point de fuite de parallèles, rabattre Œ sur le tableau (ŒP = D), puis mener ŒF faisant avec ŒP l'angle réel des droites. On obtient F sur HH'.

Mais, comme pour le point de distance, il arrivera fréquemment que Œ se trouvera en dehors de l'épure. Il faudra donc le figurer en réduction; pour cela on prendra 1/3, par exemple, de la distance principale et on aura Œ/3. En traçant la parallèle à ŒF on obtiendra un point F réduit dans la même proportion. Ce sera F/3 et, pour avoir le véritable point F, il faudra multiplier la longueur PF/3 par 3.

On doit noter que, en général, l'horizon étant en dessous du milieu de l'épure, il y aura intérêt à faire la construction au-dessus de l'horizon comme il est fait à la figure 44. Mais il est absolument indifférent au point de vue du résultat, qu'elle soit faite au-dessus ou au-dessous de l'horizon.

Procédés de réduction

Il arrivera très souvent que le point de vue d'une direction se trouve en dehors de l'épure et, s'il s'agit de lignes presque parallèles au tableau, il sera même très éloigné. Dans ce cas, on devra se servir d'un procédé de réduction.

On peut imaginer un grand nombre de tels procédés. Je vais en indiquer quelques-uns :

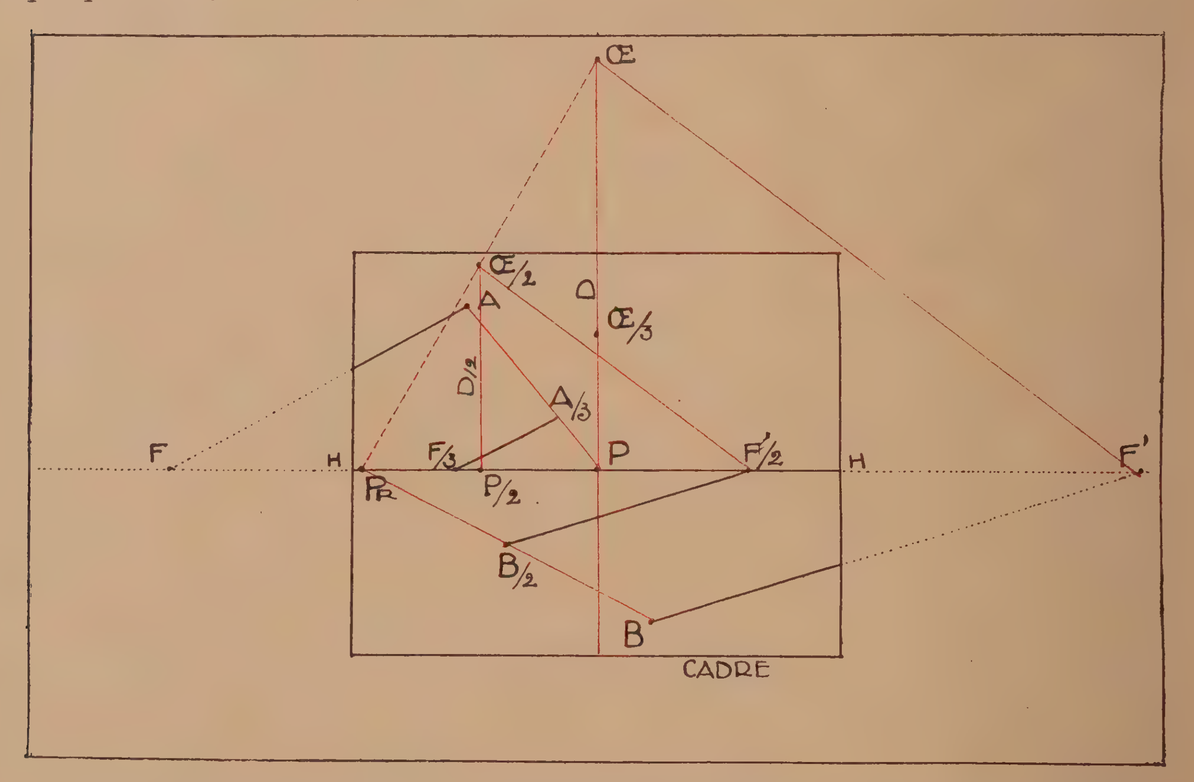


Fig. 45. — Dans le cas de points F ou Œ inaccessibles, on emploie des points réduits F/3, F1/2, mais alors il faut réduire aussi les points de l'épure par rapport au même pôle de réduction P ou PR et cela dans le même rapport. On mène ensuite par A, B, etc., des parallèles aux lignes trouvées A/3F/3, B/2F/2, etc.

Procédés de réduction homothétique. — On choisira un pôle de réduction Pr suivant les circonstances : le plus souvent il sera sur l'horizon et sera ou bien le point P ou bien un point placé près de l'une des extrémités de la ligne d'horizon.

On figurera le point de fuite F/*m* réduit à partir de ce pôle; il se trouvera sur l'horizon si le pôle y est lui-même et s'il s'agit de droites horizontales.

On réduira, dans la même proportion, le point A par lequel on doit mener une fuyante. Pour cela on joindra A au pôle Pr et on marquera sur cette ligne un point A/*m* tel que sa distance à Pr soit égale à $\frac{\text{Pr A}}{m}$. En joignant A/*m* à F/*m* on obtiendra la direction de la fuyante cherchée.

La figure 45 donne deux exemples de ce procédé de réduction : Pour F et A la réduction est faite par rapport à P pris comme pôle de réduction et pour F′ et B par rapport à Pr pris comme pôle. Dans ce deuxième procédé, la détermination du point de fuite réduit est un peu plus longue : il faut en effet commencer par réduire Œ par rapport à Pr et non par rapport à P. Le plus simple pour cette réduction est de porter, à partir de Pr, sur l'horizon une longueur $\frac{\text{P Pr}}{m}$ puis, par le point ainsi trouvé P/*m* une verticale de longueur égale à la distance principale réduite dans la même proportion. On a ainsi Œ/*m* qui permet de tracer F/*m* d'après

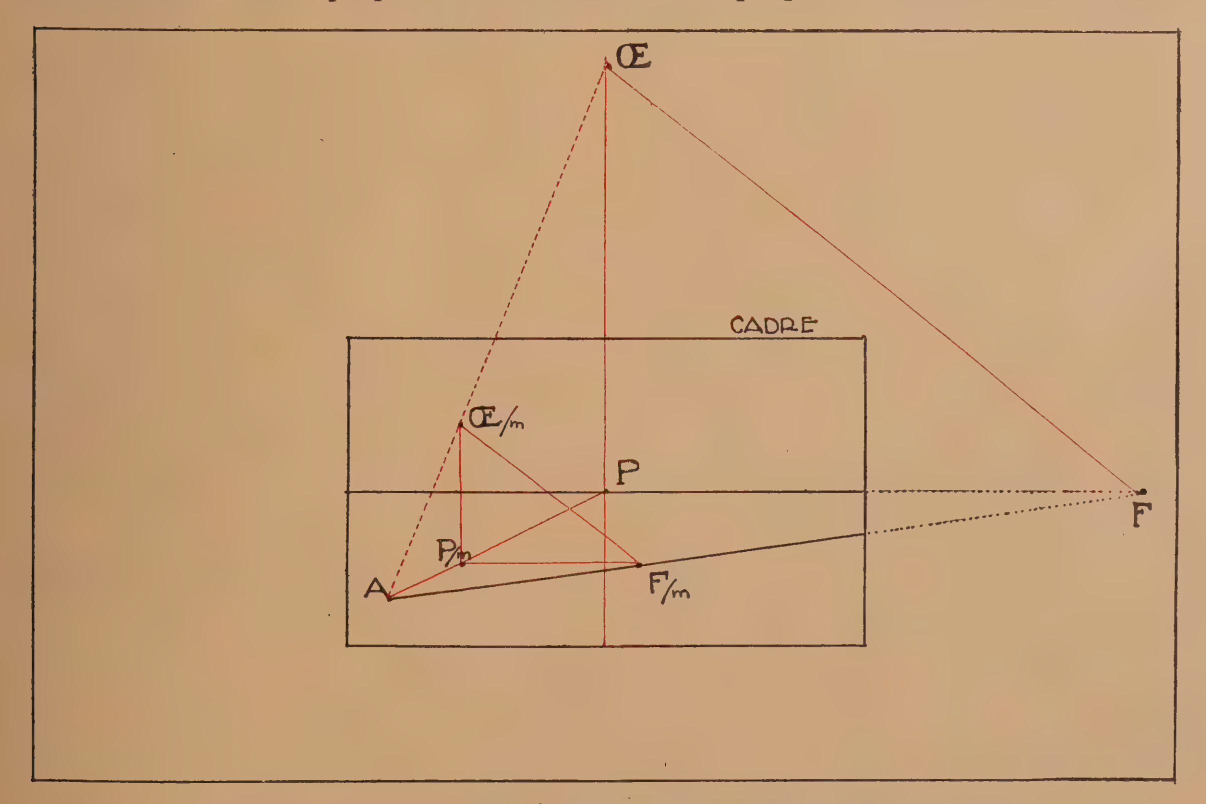


Fig. 46. — On peut également prendre le point A comme pôle de réduction, on obtient ainsi directement AF/*m*. Mais F/*m* n'est bon qu'uniquement pour A.

la direction fuyante donnée. Ces points sont notés à la figure 45 en remplaçant *m* par la valeur 2 : P/2, Œ/2 et F1/2. Mais, s'il est un peu plus long, ce procédé a l'avantage de permettre toujours une réduction moins forte et de donner deux points B/*m* et F/*m* (B/2 et F1/2 de la figure 45) plus éloignés, ce qui donne une plus grande précision à la direction de la fuyante cherchée.

Il est inutile de démontrer tout ceci qui découle immédiatement des similitudes des triangles.

On pourrait encore prendre comme pôle de réduction le point A lui-même : en ce cas, il faudrait réduire les points Œ et P par rapport à A, ce qui donnerait Œ/*m* et P/*m*; sur l'horizontale de P/*m* marquer le point de fuite réduit F/*m* que l'on n'a qu'à joindre directement à A (Voir figure 46).

Procédé par graduation. — Les constructions qui viennent d'être exposées sont exactes et précises mais nécessitent un temps long dès qu'il s'agit de mener un certain nombre de fuyantes au même point de fuite inaccessible..

Dans ce cas, on pourra déterminer avec précision par l'un des procédés ci-dessus la fuyante extrême la plus inclinée sur l'horizon et la prolonger des deux côtés jusqu'à deux verticales arbitraires. Si on divise les portions de ces verticales comprises entre l'horizon et la fuyante en un même nombre de divisions, on obtiendra

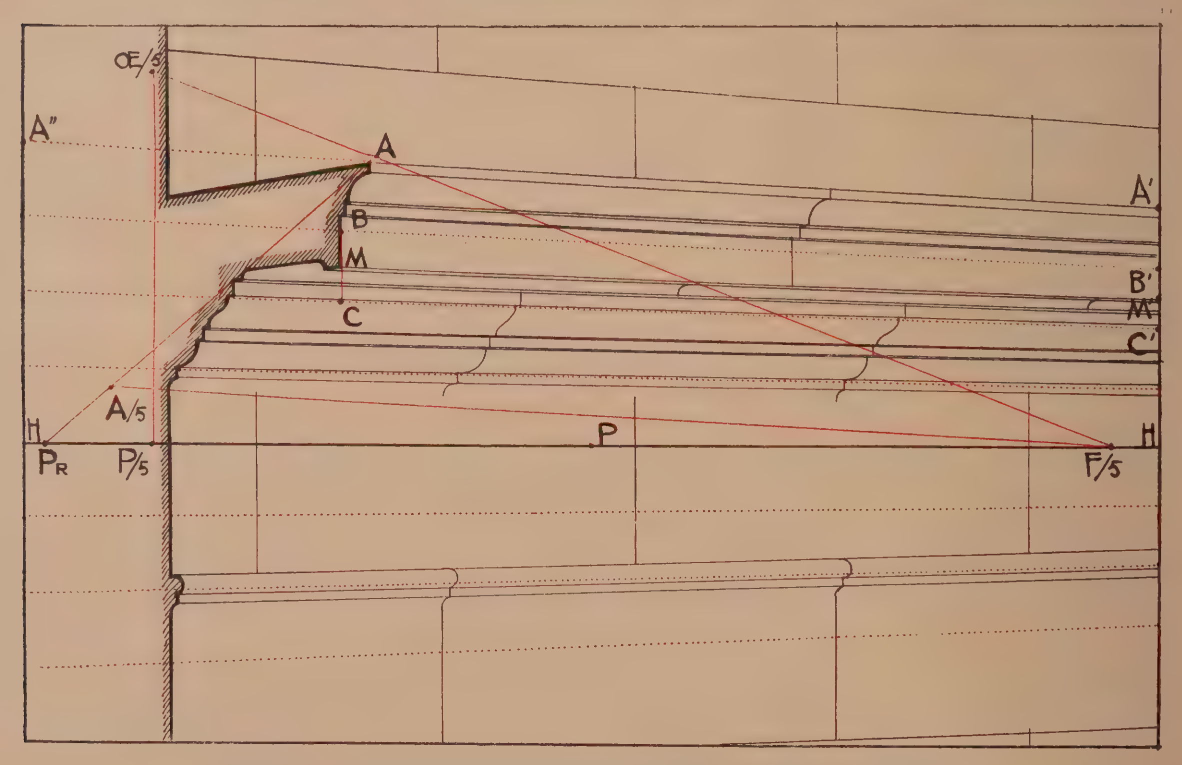


Fig. 47. — Exemple de réduction par réseau de lignes parallèles, supprimant les tracés de chacune des lignes à mettre en perspective.

évidemment une série de lignes convergentes au point de fuite. On aura ainsi un réseau de fuyantes. Si on veut en mener une nouvelle par un point donné quelconque M, il suffira de tracer par M une petite verticale entre deux fuyantes voisines et de diviser la division verticale correspondante dans la même proportion que l'est celle de M, par le point M lui-même.

Par exemple, la figure 47 donne un profil d'architecture mis en perspective et la mise en perspective des diverses fuyantes par un réseau. La construction détaillée est indiquée pour le point M.

Si on trace même un réseau de fuyantes suffisamment serré, on n'aura pas besoin de construction et il suffira de placer la règle à vue pour tracer la fuyante passant par un point quelconque.

Procédés par appareils. — Enfin, il est vendu dans le commerce des appareils plus ou moins ingénieux et pratiques qui permettent le tracé automatique de lignes convergentes quand on en a déterminé au préalable deux ou trois.

Relations entre les points de fuite de directions données par rapport à l'une d'elles

Une direction peut ne pas être donnée par rapport au tableau ou au rayon visuel principal mais par rapport à une autre direction déjà connue dont on possède le point de fuite. Il sera donc intéressant de connaître les relations entre les points de fuite de directions faisant entre elles certains angles.

Un cas très fréquent est celui de directions perpendiculaires entre elles.

On peut alors (voir fig. 48) si l'on connaît le point de fuite F d'une des deux directions, déterminer facilement celui F_{90} de l'autre.

En effet, si je porte sur la verticale de P une longueur égale à D, j'obtiens un point Œ, duquel je dois mener, d'après ce qui a été dit au début du précédent chapitre, deux droites ŒF et ŒF_{90} perpendiculaires entre elles pour obtenir les deux points F et F_{90}.

Le triangle FŒF_{90} est donc rectangle en Œ. Or, on sait que la hauteur d'un triangle rectangle est la moyenne proportionnelle des deux segments qu'elle détermine sur l'hypothénuse; on a donc :

$$\frac{PF}{ŒP} = \frac{ŒP}{PF_{90}}$$

Mais ŒP c'est la distance principale, donc :

$$\frac{PF}{D} = \frac{D}{PF_{90}} \quad \text{ou bien } PF_{90} = \frac{D^2}{PF}.$$

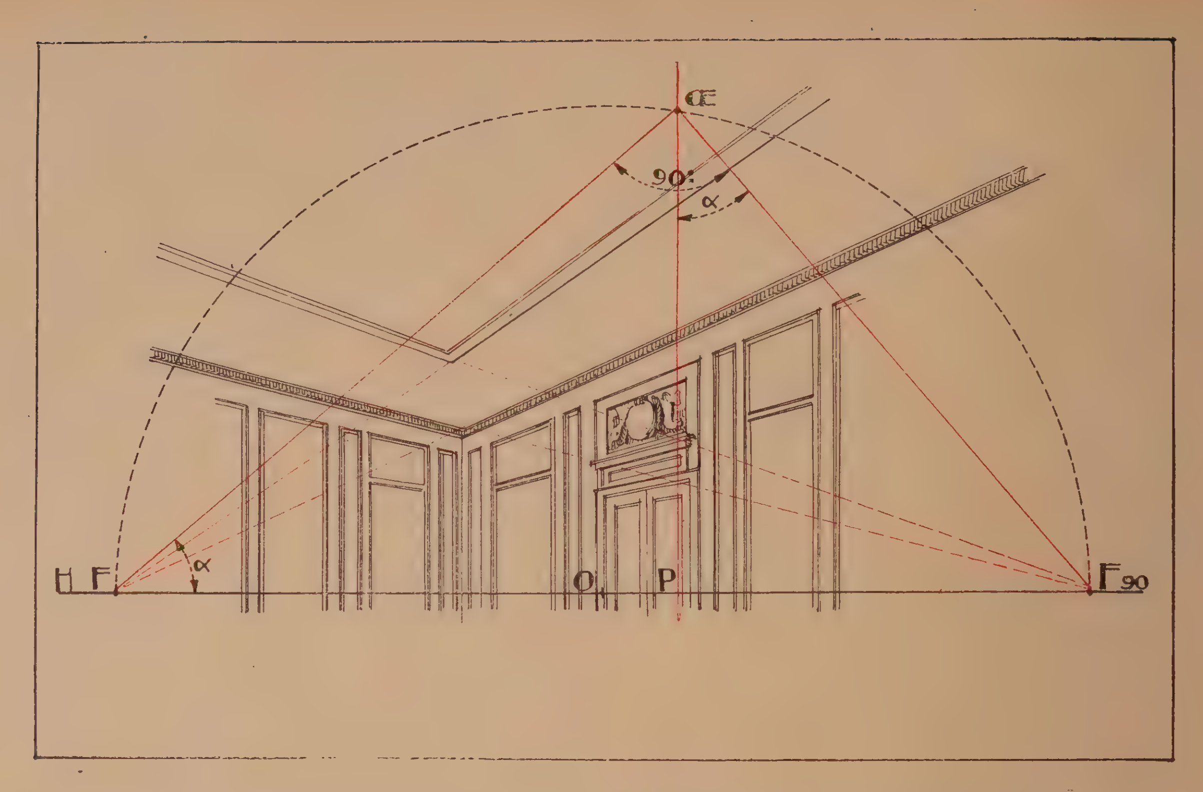


Fig. 48. — Le point de fuite F de lignes perpendiculaires à celles fuyant en F se trouve en rabattant Œ (voir fig. 44) et menant par Œ une perpendiculaire à Œ F.

Cette formule permet de calculer facilement PF_{90}. On peut la mettre sous une autre forme si on connaît déjà l'obliquité de ŒF sur le rayon visuel principal. Cette obliquité se mesurera par le coefficient d'obliquité $\frac{PF}{D} = \omega$; par exemple 9/8. C'est, en trigonométrie, la tangente de l'angle α. On a alors : $D = \frac{PF}{\omega}$ et la formule de PF_{90} devient :

$$PF_{90} = \frac{D^2}{PF} = \frac{\frac{\overline{PF}^2}{\omega^2}}{PF} = \frac{PF}{\omega^2}$$

par exemple :

$$PF_{90} = \frac{PF}{\left(\frac{9}{8}\right)^2} = \frac{PF}{\frac{81}{64}} = PF \times \frac{64}{81} = 0.790 \text{ PF.}$$

On remarquera aussi que le point Œ se trouve sur une demi-circonférence ayant PF_{90} pour diamètre. Ceci est évident si l'on se rappelle que la demi-circonférence est *capable* de l'angle droit.

Cette propriété servira dans les problèmes de perspective inverse, quand il s'agit de reconstituer les projections géométrales d'objets dont on ne possède que des photographies, par exemple.

S'il ne s'agit que de faire un croquis approximatif, il faudra se souvenir des principes suivants :

Les deux points de fuite de deux directions perpendiculaires sont de part et d'autre du point P.

Plus l'un des points de fuite est près de P, plus l'autre en est éloigné et quand le premier se rapproche davantage du point P, le deuxième s'en éloigne plus rapidement.

Les deux points de fuite sont à égale distance de P, s'il s'agit de lignes à 45° sur le rayon visuel principal. Dans ce cas, ils sont à une distance de P égale à D et se confondent avec le point de distance. Cela se déduit immédiatement des observations qui précèdent.

S'il s'agit de carrés, on pourra avoir intérêt à connaître les points de fuite des diagonales.

Je suppose (fig. 49) que les deux points A et B aient été mis en perspective

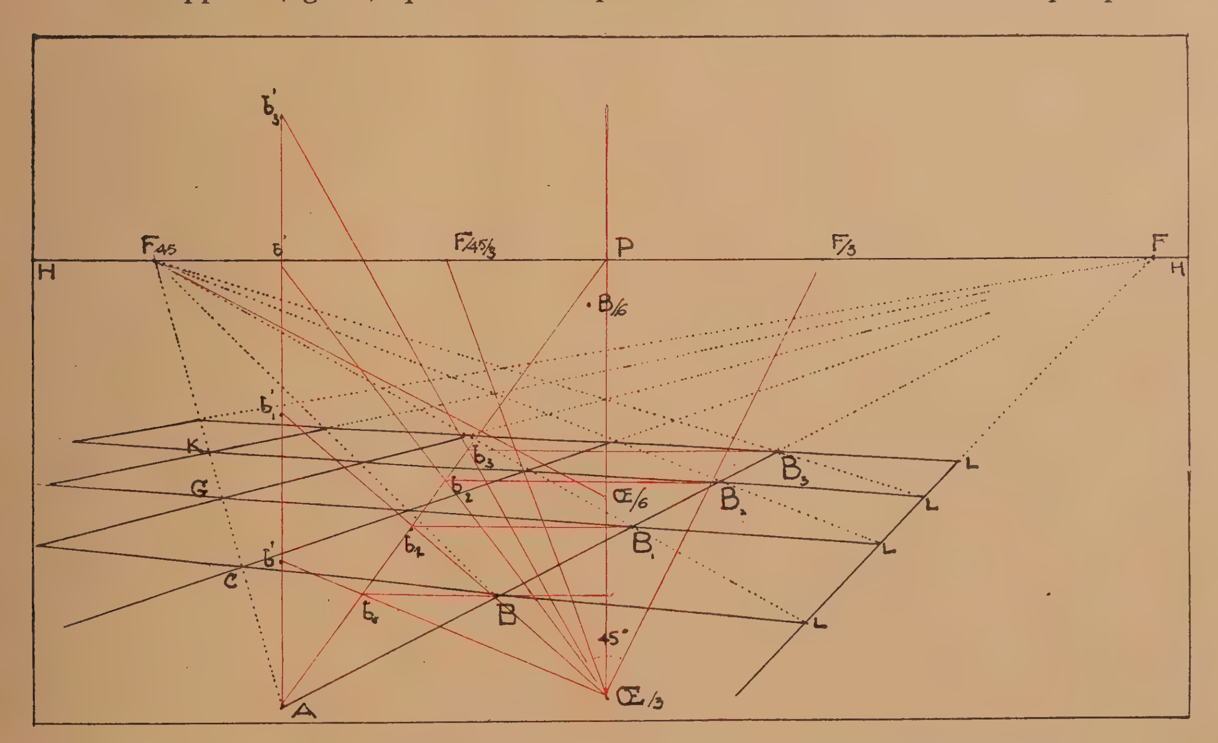


Fig. 49. — Le point F_{45}, point de fuite des lignes faisant 45° avec celles fuyant en F, s'obtient de même en rabattant Œ (ou Œ/3) puis en menant Œ F_{45} (ou Œ/3 F_{45}/3) telle que l'angle avec Œ F ou Œ/3 F/3) soit de 45°.

antérieurement. Je prolonge la ligne AB jusqu'à l'horizon et j'ai F. Sur la verticale de P je marque Œ/3 et sur l'horizon F/3; j'ai en Œ/3F/3 la direction de AB. Si je construis Œ/3F_{45}/3 faisant un angle de 45° avec Œ/F/3 j'obtiens F_{45}/3 sur l'horizon et par suite F_{45}.

Je construis BC par une réduction au 1/6 de Œ et de B. Cela me donne en B/6F_{90}/6 la direction de BC.

Le point C est donné par l'intersection de BC et AF/$_{45}$. Je puis alors mener la fuyante CF, ce qui me donne C_1 à la rencontre de BF_{45}.

J'ai déterminé, au préalable, B_1, B_2, B_3, etc., sur AF en remarquant que les éloignements entre les plans de front successifs sont égaux comme AB = BB_1 = B_1B_2, etc., ce qui me permet d'utiliser une échelle de profondeur figurée en b, b_1, b_2, b_3, etc., b', b'_1, b'_2, b'_3, etc., à la figure 49.

Je puis dès lors mener C_1B_1, ce qui détermine deux points G et L, et en continuant ainsi de proche en proche j'obtiens tous les points G, K, L, etc., et je puis dessiner les carrés qui figureront par exemple un dallage.

On peut poser comme règle que : *le point de fuite de la direction à* 45° *sur*

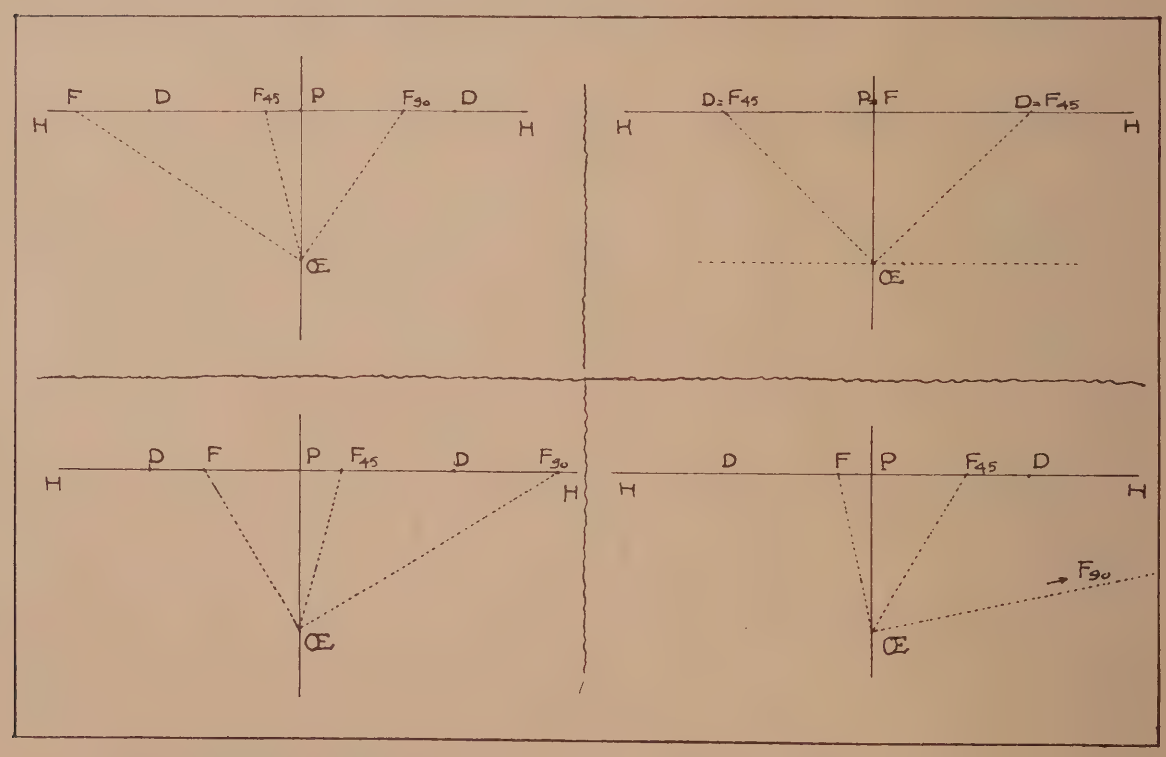


Fig. 50. — Positions respectives des points F, F_{45} et F_{90} dans les divers cas. F et F_{45} sont toujours séparés par un des points P ou D. F et F_{90} le sont toujours par les deux points P et D.

deux directions perpendiculaires se trouve situé entre les deux points de fuite de ces deux directions.

Il est du même côté de P que le point de fuite le plus éloigné. Il est entre P et le point de distance de son côté.

La figure 50 donne les diverses positions possibles des points de fuite des directions perpendiculaires et à 45°. Son simple examen explique et démontre les règles ci-dessus.

Si l'on veut tracer l'image d'une ligne faisant un angle donné quelconque avec une direction dont on connaît le point de fuite, on pourrait, par une résolution trigonométrique de triangle, calculer le point de fuite cherché; mais ce serait inutilement long et il sera toujours préférable de figurer le point Œ sur la verticale principale (réduit ou non), de tracer alors la direction donnée en joignant ŒF, puis celle demandée en faisant avec ŒF l'angle donné.

C'est ainsi qu'il fut procédé pour la perspective d'un carrelage d'hexagones (fig. 51), qui s'explique d'elle-même, mais au sujet de laquelle je tiens à faire cependant deux remarques :

Pour rendre la figure explicite, j'ai choisi une distance principale PŒ très petite, il en résulte des déformations choquantes que seuls les lecteurs myopes pour-

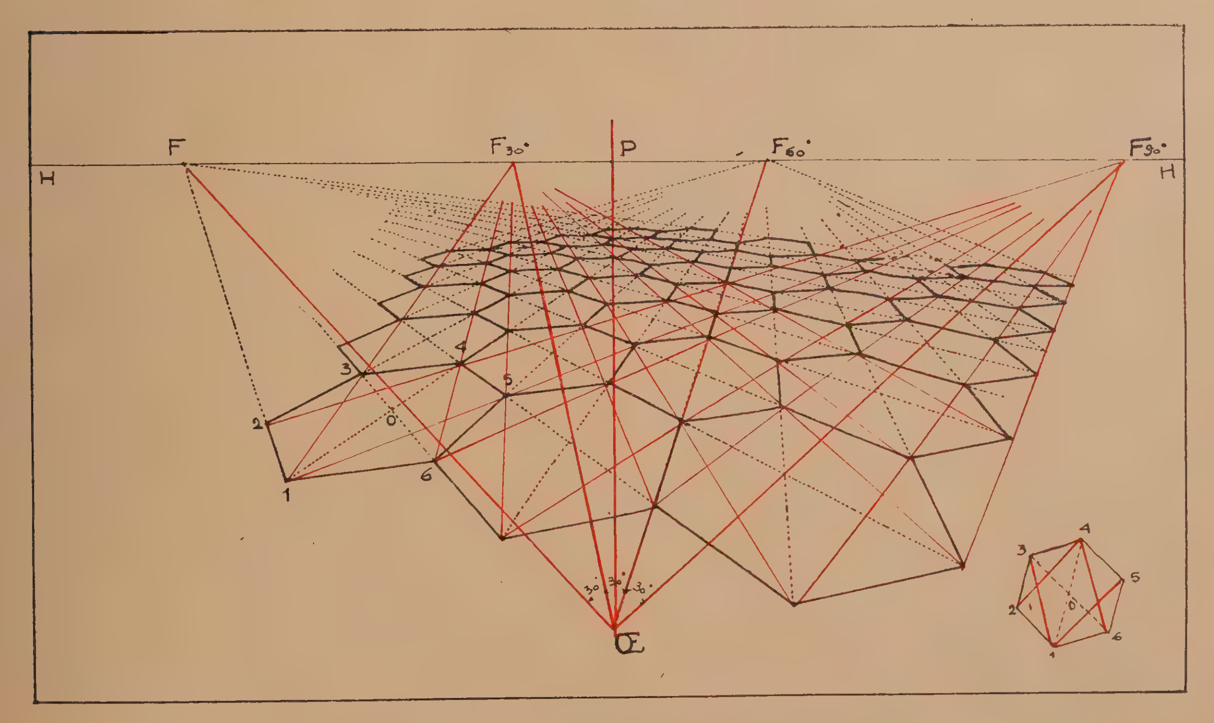


FIG. 51. — Le procédé employé pour trouver F_{90} et F_{45} s'emploiera aussi pour trouver F_{30} et F_{60}, mais les lignes Œ F_{30} et Œ F_{60} font avec Œ F des angles de 30° et 60°.

ront corriger en fermant un œil et en plaçant l'autre juste au-dessus de P, à une hauteur égale à PŒ.

D'autre part, il eût paru logique au premier abord de se servir pour cette mise en perspective de la direction 2-5 qui est de la même famille que 1-4 et 3-6, on eût alors déterminé 0 par 2-0 et 1-0, 3 par 2-3 et 0-3, etc., et on n'aurait pas eu besoin de $F_{30°}$ ni de $F_{90°}$; mais son point de fuite est inaccessible, tandis que ceux de $F_{30°}$ et $F_{90°}$ sont accessibles. Il y a donc intérêt à les employer pour éviter des réductions. Et ceci montre qu'en plus de toutes les méthodes et de tout enseignement théorique, il faut, en perspective, faire montre de beaucoup de discernement et d'ingéniosité; ces deux qualités pratiques ne se peuvent acquérir que par la pratique, et je conclus cette petite disgression en vous disant : Pour apprendre la perspective, il faut faire beaucoup d'exercices pratiques.

Résumé

Les images de lignes horizontales parallèles convergent en un point de fuite F qui est le point où le rayon visuel parallèle perce le tableau, sur l'horizon.

La distance de ce point de fuite F au point P est égale à la distance principale D multipliée par le coefficient d'obliquité ω de la direction donnée.

Ce coefficient d'obliquité ω est le rapport constant de l'écartement à l'éloignegnement de tout point du rayon visuel parallèle à la direction horizontale donnée.

On peut aussi tracer F graphiquement. Pour cela, on marque le point Œ sur la verticale principale, tel que PŒ = D et on mène par Œ une droite faisant avec la verticale principale l'angle que fait la direction donnée avec le rayon visuel principal. Cette droite détermine le point F cherché sur l'horizon.

Si Œ est inaccessible, on se servira d'un point réduit en ne prenant qu'une fraction de D. Le point obtenu sera réduit par rapport à P dans la même proportion.

Si F est inaccessible, on peut se servir d'un point de fuite réduit.

Il peut être réduit par rapport à n'importe quel point choisi de préférence sur l'horizon, appelé pôle de réduction; ce sera le plus souvent le point P ou un point Pr *voisin du bord de l'épure.*

Un point de fuite réduit d'une direction horizontale est toujours sur l'horizon si le pôle de réduction y est lui-même.

Les points par où doivent être menées des fuyantes devront être réduits sur la ligne les joignant au pôle de réduction et dans la même proportion que l'est le point de fuite.

On peut aussi se servir d'une graduation de convergence.

La graduation de convergence sera établie sur deux parallèles, généralement verticales aussi éloignées que possible. Pour l'établir, on tracera par un point de fuite réduit la fuyante la plus éloignée possible de l'horizon. Puis on divisera en un même nombre de parties égales les parties des deux parallèles interceptées entre la fuyante et l'horizon, en prolongeant au besoin la graduation au delà de celui-ci. On joint les deux graduations, ce qui donne une série de fuyantes.

Pour tracer une fuyante par un point M, il suffit dès lors de mener une petite parallèle par M interceptée entre deux fuyantes voisines. On divise la division correspondante d'une des graduations dans le même rapport que l'est la petite parallèle de M et on a ainsi un point de la fuyante cherchée.

Les distances au point P des points de fuite de directions horizontales perpendiculaires obéissent à la relation suivante : $PF_{90°} = \frac{PF}{\omega^2}$. *Ils sont aux deux extrémités du diamètre d'une demi-circonférence passant par Œ.*

Les deux points de fuite de deux directions perpendiculaires sont de part et d'autre du point P; plus l'un en est proche, plus l'autre en est éloigné et, quand le premier se rapproche davantage de P, le deuxième s'en éloigne plus rapidement.

Ils sont à égale distance de P et se confondent alors avec les points de distance D s'il s'agit de directions à 45° avec le rayon visuel principal.

Le point de fuite de la direction à 45° sur deux directions perpendiculaires se trouve entre leurs deux points de fuite et du même côté de P que le plus éloigné des deux.

CHAPITRE V

LONGUEURS SUR LES FUYANTES HORIZONTALES. DIVISION PAR PARTIES ÉGALES D'UNE LONGUEUR DONNÉE. POINTS D'ÉGALE RÉSECTION. POINTS DE RÉSECTION RÉDUITE. POINTS DE RÉSECTION RÉCIPROQUE.

Division par parties égales d'une fuyante

Il est nécessaire, une fois une fuyante tracée, de savoir la diviser en parties égales ou porter sur elle des longueurs données.

Pour diviser une droite fuyante horizontale donnée en un certain nombre de parties égales, on opérera très simplement comme suit :

Si on prend un point K quelconque sur l'horizon (voir fig. 52), ce sera le point de fuite d'une direction horizontale quelconque. Si je suppose alors les deux

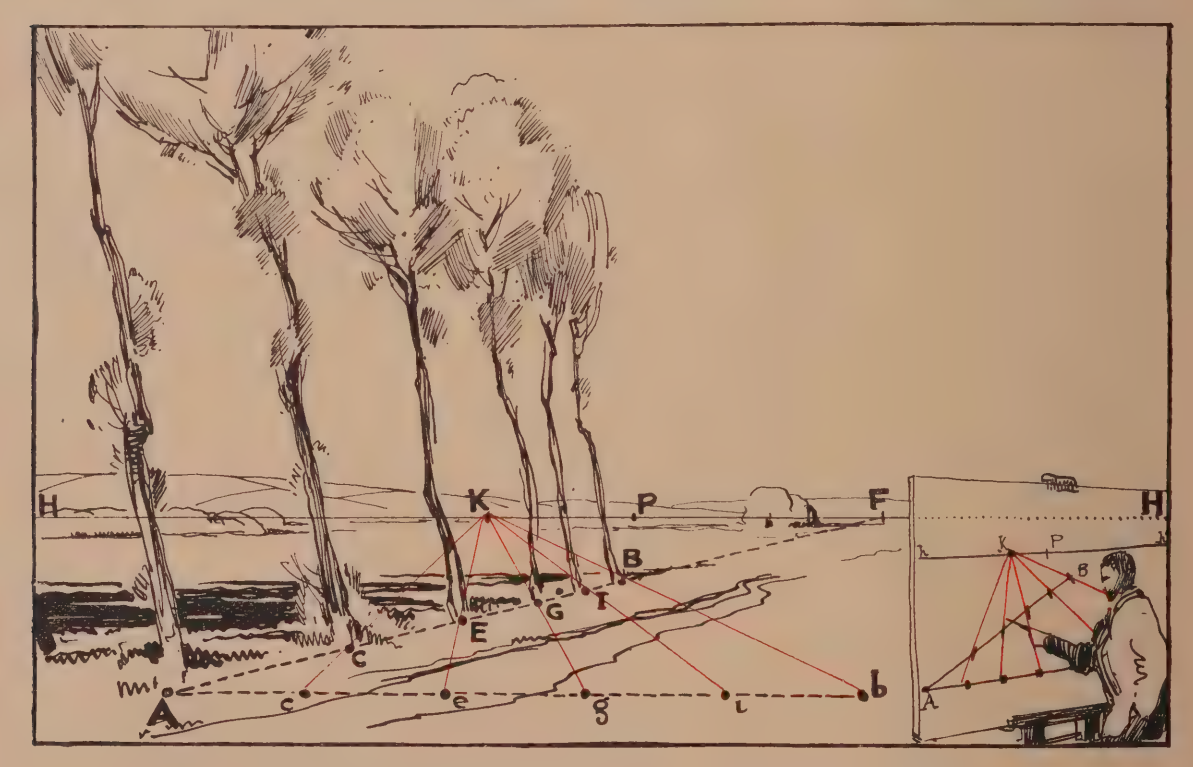


FIG. 52. — Pour diviser une droite AB fuyant en F sur HH' en parties égales, on prend un point de fuite auxiliaire K, on mène K B *b* jusqu'à la frontale horizontale de A. On divise A *b* et on mène les fuyantes en K qui donnent les points cherchés *c*, *e*, *g*, *i*.

points A et B mis en perspective antérieurement et que je veuille diviser AB en 5 parties égales par exemple, je tracerai A*b* de front, *b* étant choisi de manière que B*b* soit une fuyante en K, et je diviserai A*b* en 5 parties égales.

Si par les points *c*, *e*, *g* et *i* ainsi obtenus, je mène sur le sol des parallèles à B*b*, il est bien évident que tous les triangles AC*c*, AE*e*, AG*g*, AI*i* et AB*b* sont semblables et que, par conséquent, si A*c* = *ce* = *ag* = *gi* = *ib*, AC = CE = EG = GI = IB. Perspectivement, ces parallèles fuiront au point K, point de fuite de B*b*. Je puis donc poser la règle suivante :

Pour diviser une droite horizontale donnée en un certain nombre de parties égales, il faut mener par une de ses extrémités une frontale horizontale; puis, choisir sur l'horizon un point de fuite quelconque, mener par l'autre extrémité de la longueur donnée la fuyante en ce point et la prolonger jusqu'à la frontale.

On divise alors la frontale ainsi délimitée en parties égales et les fuyantes des points de division au point de fuite arbitraire déterminent sur la droite donnée les points de division cherchés.

On peut noter, bien que ce soit sans grand intérêt pratique, que l'on peut opérer exactement de même en prenant une frontale de direction quelconque, mais alors le point de fuite arbitraire doit être choisi sur une ligne parallèle à la frontale et passant par le point de fuite de la droite donnée.

Longueurs sur les fuyantes horizontales

Pour porter une longueur donnée sur une fuyante horizontale, il faut se servir d'un *point de fuite de résection.* On appelle ainsi un point de fuite choisi de telle manière que les parallèles dont il est le point de fuite déterminent sur les frontales horizontales et sur les parallèles à la droite donnée des longueurs égales ou, dans certains cas, proportionnelles dans un rapport connu.

Pour nous rendre compte de ce qu'est ce point et de la manière de le tracer, je suppose avoir posé sur le sol, en avant du spectateur, une règle divisée (voir fig. 53). Si je suppose la fuyante MF divisée de même et si je joins chacun à chacun les points de division de la frontale et ceux de la fuyante, il est bien évident que j'ai une série de lignes horizontales parallèles qui fuiront en un certain point RF de l'horizon.

Or la direction de ces parallèles est facile à connaître. En effet, si du point Œ je mène ŒF et que sur l'horizon, considéré comme ligne de front, je porte cette longueur ŒF à partir de F, j'aurai le point de fuite cherché RF, car les parallèles à la direction ŒRF détermineront toujours des longueurs égales sur les horizontales frontales et sur celles de direction ŒF.

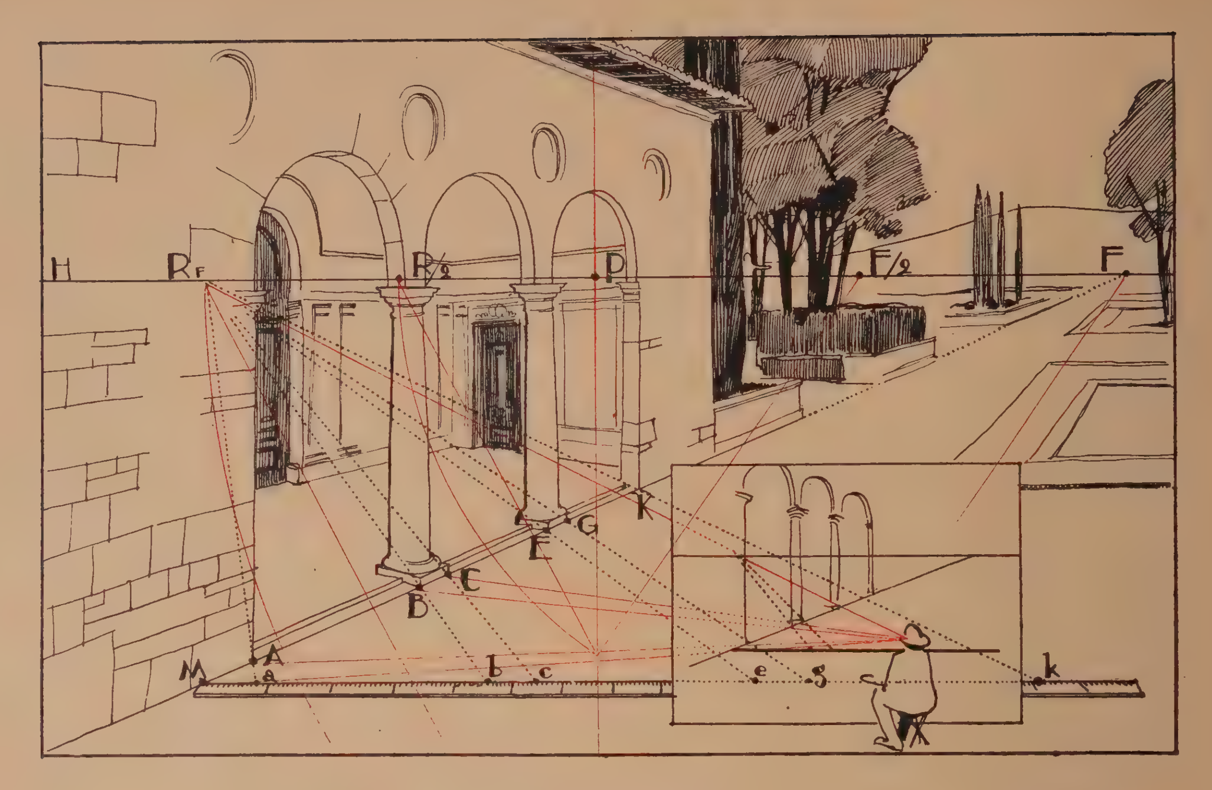


Fig. 53. — Les *droites d'égale résection* déterminent sur une frontale et sur une fuyante des longueurs égales. En réalité elles sont parallèles. Sur l'épure, elles fuient au point Rf, *point de fuite d'égale résection*. On trouve Rf en rabattant Œ et en portant à partir de F sur HH′ s'il s'agit d'horizontales, une longueur égale à FŒ.

Le point Rf sera appelé *point d'égale résection* à cause de la propriété des fuyantes en ce point de recouper également les frontales et les fuyantes en F.

Une fois ce point connu, il suffit de tracer en *a, b, c, e, g, k,* sur la frontale du point M, *à l'échelle de cette frontale,* les longueurs qu'on désire porter sur MF *à partir et en avant ou en arrière de* M sur la fuyante, puis de tracer les fuyantes en Rf, ce qui donne les points cherchés A, B, C, E, G, K.

Je puis donc poser la règle suivante :

On obtient le point de fuite d'égale résection Rf *d'une direction horizontale donnée fuyant en* F *en traçant de* F *comme centre, avec* FŒ *comme rayon, un arc de cercle qui coupe l'horizon au point cherché* Rf.

Pour porter une longueur sur une fuyante MF *à partir de* M, *il faut construire le point de fuite d'égale résection* Rf *de la direction* F*; puis sur l'horizontale frontale de* M *on porte la longueur donnée à l'échelle de* M *et on joint à* Rf. *On détermine ainsi sur* MF *le point cherché.*

De ce qui précède on conclura immédiatement que le point d'égale résection et le point de fuite d'une même direction sont de part et d'autre du point P, que plus l'un s'en éloigne, plus l'autre s'en rapproche, et que le point RF sera toujours entre P et D.

Bien entendu, si Œ est inaccessible, on opérera sur un Œ réduit par rapport à P; mais alors, il faudra réduire de même F et on obtiendra un point RF réduit aussi qu'il faudra rétablir.

On peut, en certains cas de très grandes épures, avoir avantage à calculer RF par la trigonométrie : si j'appelle α l'angle PŒF, j'ai :

$$PR_F = R_FF - PF$$

$$= ŒF - D\,tg\,\alpha$$

et comme

$$ŒF = \frac{D}{\omega} = D\sqrt{1 + tg^2\alpha}$$

$$PR_F = D\left(\sqrt{1 + tg^2\alpha} - tg\,\alpha\right)$$

Ce qui peut s'écrire, en remplaçant $tg\,\alpha$ par ω (voir p. 51) :

$$PR_F = D\left(\sqrt{1 + \omega^2} - \omega\right).$$

Je veux terminer en attirant votre attention sur des erreurs très fréquentes dans l'emploi des points d'égale résection.

D'abord, il est peu compris, en général, qu'un point d'égale résection est un point de fuite comme tous les autres points de fuite; cela est essentiel pour bien comprendre les tracés.

Ensuite, le point P ne sert en rien à la détermination du point d'égale résection; seuls entrent dans le tracé les points Œ et F. La longueur ŒF doit être portée sur l'horizon à partir de F et non de P.

Enfin, la distance principale ne doit pas intervenir non plus: ce n'est pas elle qu'il faut porter à partir de F.

Revoyez donc la figure 53 et comprenez bien que les lignes *b*B, *c*C, etc., pourraient être tracées matériellement sur le sol, qu'elles sont parallèles et que le point d'égale résection n'est tout simplement que leur point de fuite.

Points de résection réduite

Il arrivera que le point d'égale résection d'une direction donnée est inaccessible; il en sera ainsi surtout quand le point de fuite sera voisin de P, bien que, comme il a été dit plus haut, le point d'égale résection doive toujours être compris entre le point P et le point de distance.

On pourrait employer alors un point de fuite d'égale résection réduit, comme pour n'importe quel point de fuite. Mais cela entraînerait des constructions longues et fastidieuses. Il y aura souvent intérêt à employer alors un *point de fuite de résection* RÉDUITE, ce qui n'est pas la même chose qu'un *point de fuite* d'ÉGALE *résection* RÉDUIT.

Voici en quoi consiste cette méthode : au lieu de chercher à intercepter sur la direction donnée et sur les horizontales de front des longueurs égales, on cherchera à en intercepter dans une proportion connue et simple, telle que 1/3, 1/2, 3/5, 2/3, etc.

Pour cela (voir fig. 54), au lieu de prendre FŒ comme rayon, on prendra par exemple $\frac{FŒ}{2}$ et on obtiendra ainsi RF1/2. On devra, bien entendu, marquer alors

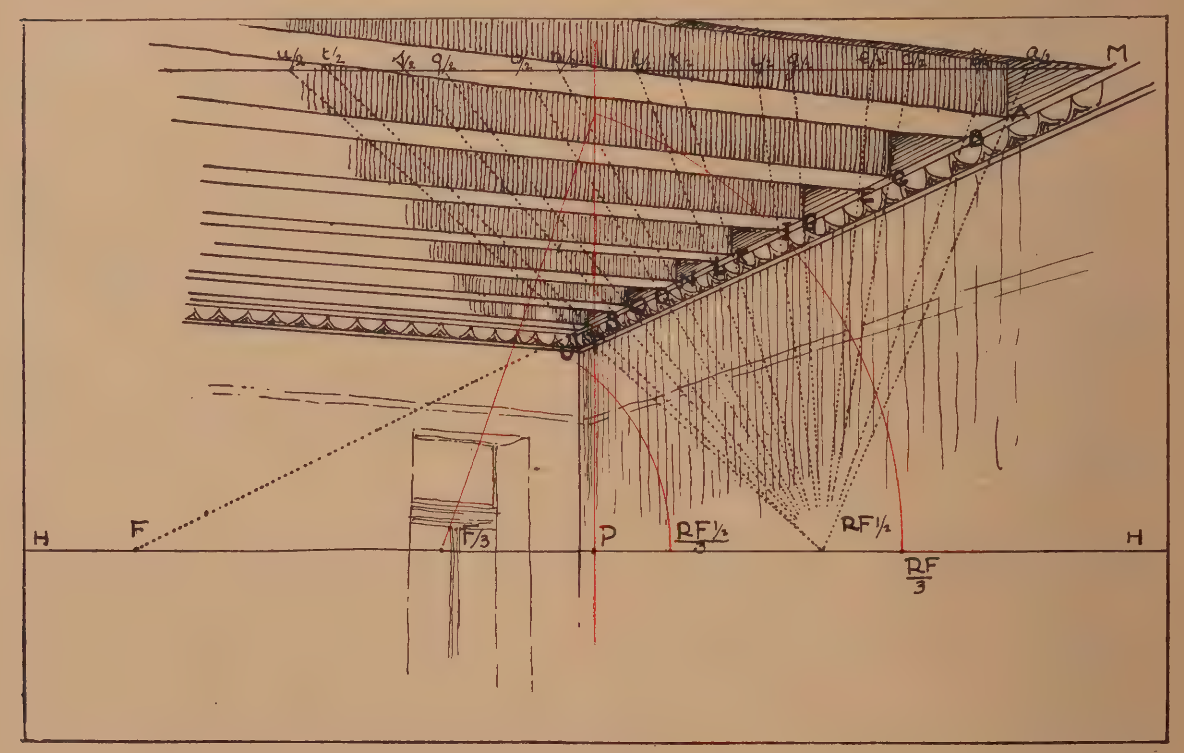


FIG. 54. — Au lieu d'employer un point d'égale résection, on peut employer un *point de résection réduite* (RF½). Ne pas confondre avec un point réduit d'égale résection $\left(\frac{RF}{3}\right)$.

sur la frontale du point M les longueurs que l'on désire porter sur la fuyante, réduites dans la même proportion; ici ce sera la moitié.

Si le point Œ est inaccessible comme à la figure 54, on le réduira, par exemple à Œ/3; mais on devra réduire de même F à F/3 et on obtiendra $\frac{\text{R}_\text{F}1/2}{3}$ qu'il faudra rétablir en RF1/2.

Points de résection réciproque

Il y a enfin une dernière catégorie de points de résection qui peut servir lorsque des longueurs étant portées sur une fuyante, on désire porter les mêmes sur une autre fuyante. Ce seront les *points de résection réciproque.*

Il est évident que le tracé imaginé entre les frontales et les parallèles à la direction fuyante donnée pour trouver le point d'égale résection (voir fig. 53 et 54) peut se concevoir d'une façon analogue entre deux directions fuyantes données : on peut tout aussi bien imaginer une troisième direction interceptant sur deux autres, non de front, des longueurs égales. Ce sera la direction de résection réciproque.

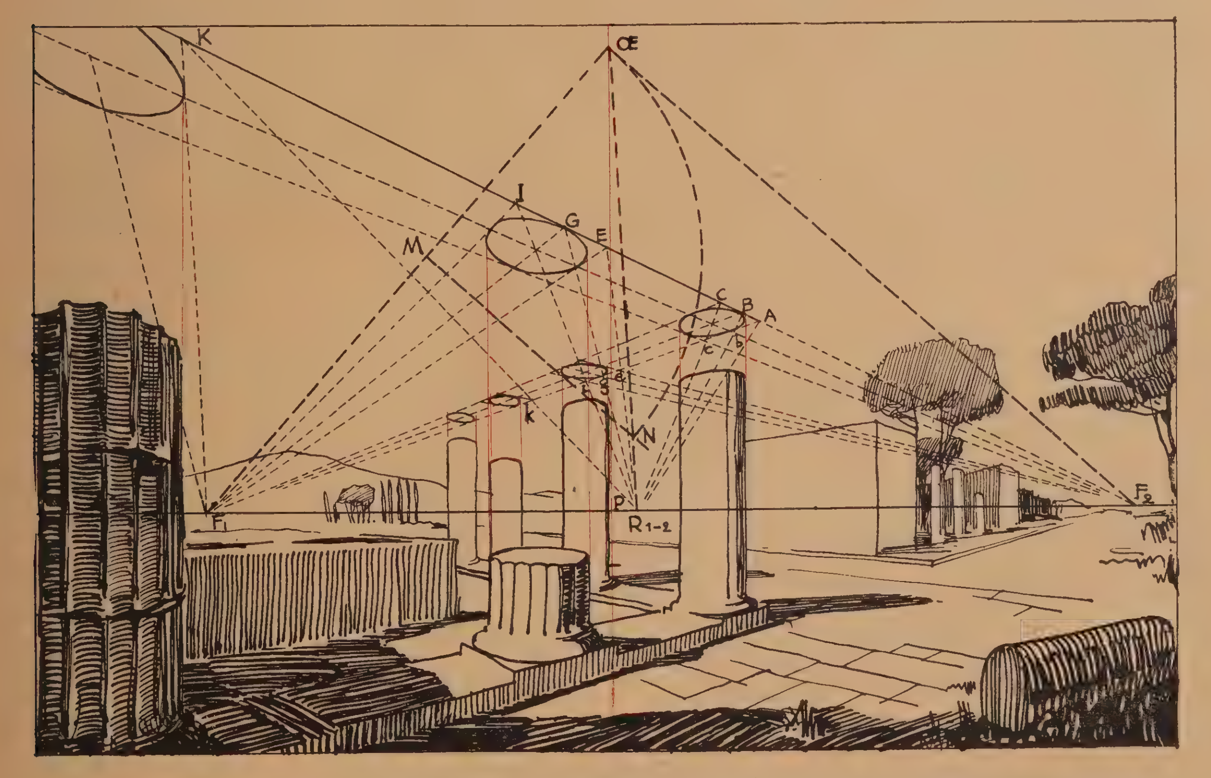


Fig. 55. — S'il s'agit de porter des longueurs égales sur deux fuyantes non parallèles, on cherchera le point de fuite R1-2 des droites d'égale résection relative aux directions F1 et F2 en rabattant Œ, en portant, sur ŒF1, ŒM quelconque; puis on trace MN parallèle à ŒF2 et en plaçant N de manière que MŒ = MN. On obtient ainsi R1-2. Les points A...K étant déterminés, on trouvera *b...k* par des fuyantes en R1-2.

Pour déterminer le point de fuite de cette direction ou point de résection réciproque, R_{1-2}, il suffira de tracer du point Œ comme centre, un arc de cercle de rayon quelconque; il interceptera deux longueurs égales sur $ŒF_1$ et $ŒF_2$ et, en joignant ces deux points on aura la direction cherchée, et par une parallèle en Œ son point de fuite R_{1-2}. En général, on aura intérêt à employer plutôt la construction indiquée à la figure 55. D'un point M quelconque du rayon visuel $ŒF_1$, on mène une parallèle à $ŒF_2$ et de M comme centre avec MŒ comme rayon on trace un arc de cercle qui donne le point N. On joint Œ à N et on prolonge jusqu'à l'horizon en R_{1-2}.

Une fois obtenu ce point R_{1-2}, si sur une fuyante à l'un des deux points de fuite sont figurées en A, *b, c, e, g, i, k,* etc., des longueurs que l'on veuille reproduire sur une fuyante à l'autre point de fuite, il n'y a qu'à joindre R_{1-2} à *b, c, e, g, i, k,* pour obtenir les points cherchés B, C. E, G, I, K.

Résumé

Pour diviser une droite fuyante horizontale donnée en un certain nombre de parties égales, il faut mener par une de ses extrémités une frontale horizontale. Puis on mène par l'autre extrémité de la fuyante horizontale une autre horizontale fuyant en un point quelconque de l'horizon qui rencontre la frontale en un certain point arbitraire.

On divise alors la frontale ainsi délimitée en parties égales et en menant les fuyantes joignant les points de division au point de fuite arbitraire, on obtient les points cherchés sur la droite donnée (fig. 52).

On appelle point de résection le point de fuite d'une direction ayant pour propriété d'intercepter sur une direction donnée et sur une frontale des longueurs égales ou proportionnelles dans un rapport donné : ce sera dans le premier cas un point d'égale résection, dans le deuxième cas un point de résection réduite.

On obtient le point d'égale résection RF *d'une direction horizontale donnée fuyant en* F, *en traçant de* F *comme centre, avec* FŒ *comme rayon, un arc de cercle qui coupe l'horizon au point cherché* RF (fig. 53).

Pour obtenir sur une fuyante en F *l'image d'une longueur donnée à partir d'un point M, on portera sur la frontale horizontale de M cette longueur à l'échelle de* M *et on joindra au point d'égale résection* RF *relatif à* F.

Si le point RF *est inaccessible, on se servira d'un point de résection réduite, obtenu en prenant toujours* F *comme centre, mais en se servant de* $\frac{FŒ}{2}$ ou $\frac{2FŒ}{3}$, etc. *comme rayon pour obtenir* RF1/2 *ou* RF2/3, *etc. On portera alors sur la frontale les longueurs réduites dans la même proportion* 1/2, 2/3, *etc.* (fig. 54).

CHAPITRE VI

Mise en perspective des figures horizontales; cercle; ellipse; courbes.

Mise en perspective d'une courbe

Si l'on veut mettre en perspective une courbe ou une figure horizontale, on commencera par la simplifier en la ramenant à une série de lignes droites qui formeront un polygone, et on mettra ce polygone en perspective d'après les diverses méthodes qui ont été exposées plus haut.

Il sera en général facile et toujours préférable de choisir des lignes droites tangentes à la courbe de manière à mieux guider le tracé. On devra déterminer sur chaque droite du polygone le point où elle est tangente à la courbe.

S'il s'agit d'une figure complexe, telle qu'une arabesque de parterre à la française (voir fig. 56), on aura intérêt, en général, à choisir une ligne de base de front telle que EG d'échelle connue et à tracer deux ou trois séries de tangentes de direc-

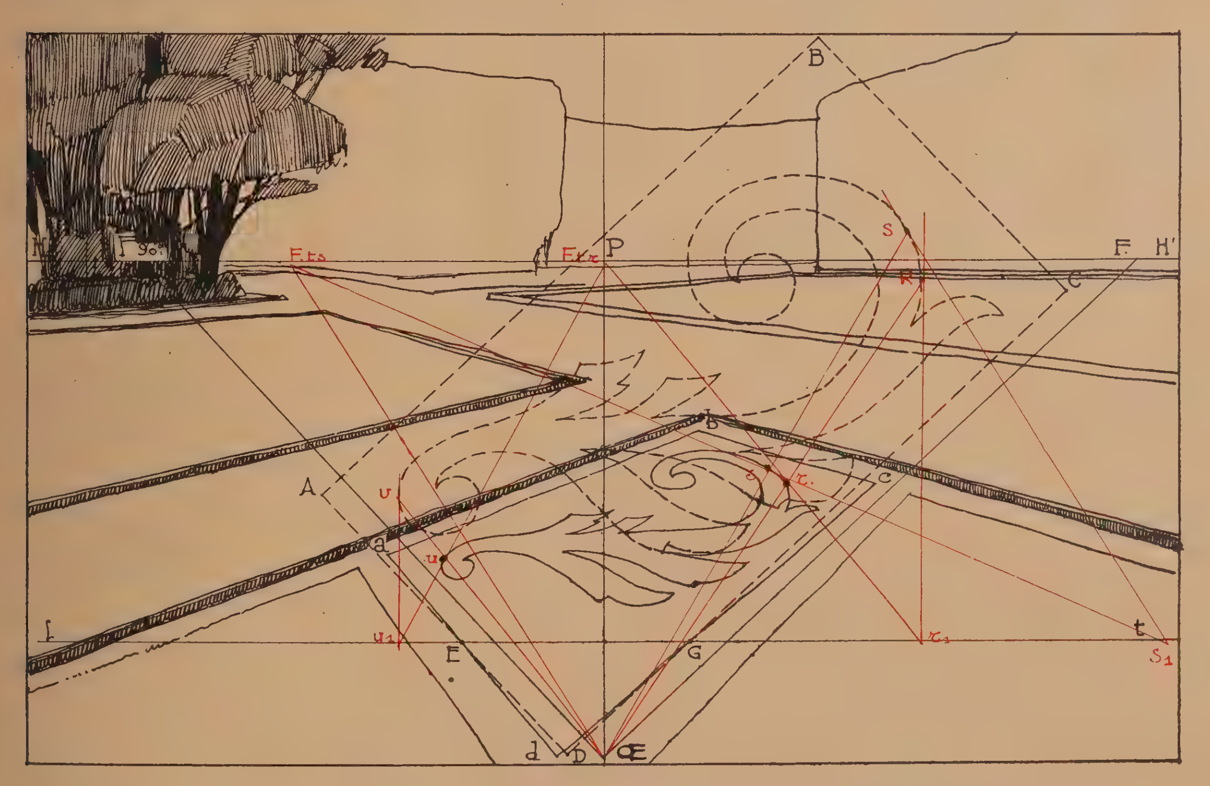


Fig. 56. — Pour mettre en perspective des lignes courbes, on se servira, de préférence au craticulage (fig. 39), des points principaux et surtout des tangentes en ces points. Ex. : R,*r*, S,*s*, U,*u*.

tions telles que les points de fuite soient accessibles. On pourra y ajouter une série de tangentes de front.

Pour faire ce tracé on se servira de EG comme d'une sorte de charnière pour ramener la figure à dessiner dans le plan du tableau, et alors on la dessinera, en géométral, en tenant compte de son orientation par rapport au tableau.

Puis, toujours en géométral, on dessinera les tangentes des différentes séries. Dans l'exemple figuré à la fig. 56, l'une de ces séries, les lignes Uu_1, Rr_1, etc., sont perpendiculaires au tableau; et celles Ss_1 sont inclinées à gauche.

On détermine les points de fuite d'après la méthode ordinaire (voir p. 50 et suiv.) : celui des droites du premier système est évidemment le point P et celui du deuxième système est F_{ts}

Enfin, chacune des droites de chacun des systèmes rencontre la charnière EG en un point u_1, r_1, s_1, etc., d'où l'on tracera les fuyantes en P, F_{ts}. Pour tracer les tangentes d'un quatrième système, qui serait de front, on se servira par exemple d'un des côtés limitant le parterre ou de son axe fuyant en F pour déterminer par son point d'égale résection RF ses points d'intersection avec les diverses tangentes de front. On n'a figuré à la figure 56 que le tracé d'une des courbes pour éviter la confusion.

Très souvent, ce tracé suffira; si l'on veut plus de précision, il faudra déterminer les points de tangence. Le tracé serait fait à titre d'exemple pour un point N du deuxième système. On détermine d'abord (voir p. 63 et suiv.) le point d'égale résection correspondant RF_{ts} (pour les tangentes perpendiculaires au tableau ce serait le point P). On mesure sur le géométral la longueur de la tangente du point N, entre ce point et le point n_1 correspondant de la charnière EG. On la porte sur cette charnière à partir de n_1 et on joint à RF_{ts}. On obtient ainsi en n le point cherché, où la courbe vient au contact de la tangente.

***

Le cercle est une des courbes que l'on a le plus souvent à mettre en perspective et, à ce titre, il mérite une étude spéciale d'autant plus que ses propriétés géométriques mènent à des tracés très simples.

La méthode est toujours la même : circonscrire à la courbe un polygone de droites dont on connaît la direction. Mais la symétrie absolue en tous sens du cercle, lorsqu'il s'agit d'un cercle complet, fait qu'il sera toujours possible de lui circonscrire un polygone situé de la même façon, que ce polygone sera un polygone

régulier et que le plus simple est de choisir le carré circonscrit au cercle dont deux côtés sont de front et les deux autres perpendiculaires au tableau (voir fig. 57), dont aussi les côtés sont égaux au diamètre du cercle.

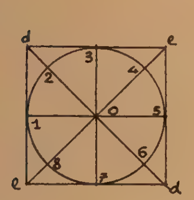


FIG. 57. — Carré circonscrit à un cercle.

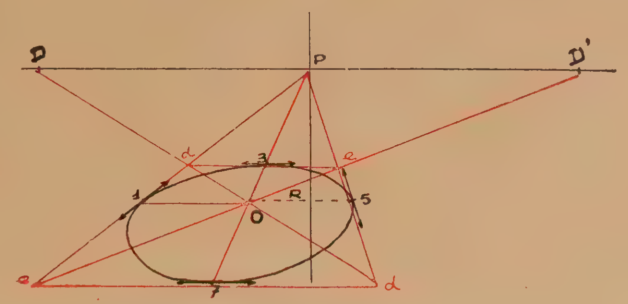


FIG. 58. — Mise en perspective du cercle par le carré circonscrit et les quatre points 1, 3, 5, 7.

On remarque immédiatement que le centre du cercle est au point de rencontre des deux diagonales du carré et que les points de tangence sont situés sur la ligne de front et sur la perpendiculaire au tableau passant toutes deux par le centre.

Or, les deux diagonales d'un carré dont deux côtés sont de front font avec le tableau un angle de 45° et fuient par conséquent aux deux points de distance.

Si donc on connaît le centre O d'un cercle et son rayon *r* à l'échelle de ce centre, on arrive tout de suite à la construction donnée par la figure 58 : Par le point O on construit le diamètre de front 1-5, par les deux points 1 et 5 on mène les fuyantes en P, qui sont donc des perpendiculaires au tableau et par conséquent deux des côtés du carré circonscrit. On trace ensuite par le centre O une des diagonales qui fuit en D et donne par intersection les points *dd* qui sont deux des sommets du carré. Pour compléter la figure, il suffit dès lors de tracer les côtés de front *de* qui achèvent la mise en perspective du carré, puis la fuyante en P passant par O qui est le diamètre du cercle perpendiculaire au tableau et donne les deux derniers points de tangence 3 et 7.

On a ainsi quatre points du cercle et les tangentes en ces points. Cela suffira lorsque la courbe à tracer est de petites dimensions. Dans le cas de courbe plus



FIG. 59. — Cercle inscrit dans deux carrés.

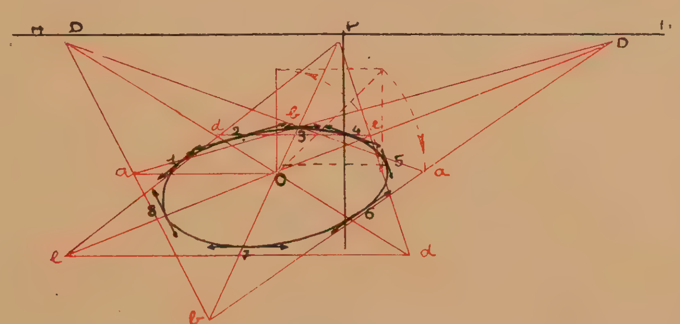


FIG. 60. — Mise en perspective du cercle par les deux carrés circonscrits et les huit points 1 à 8.

grande, il sera utile d'avoir une plus grande précision. Il sera facile de tracer par une méthode toute analogue les quatre points sur les diagonales en construisant le carré circonscrit dont les côtés font 45° avec le tableau (voir fig. 59).

Pour réaliser facilement cette construction, on tracera d'abord les points *a-a* au moyen d'un coup de compas de centre *o* et de rayon *oe*, et on mènera par les deux points A les fuyantes aux deux points de distance (voir fig. 60) et on obtient en 2-6 et 4-8 les quatre points situés sur les diagonales et où les fuyantes en D sont tangentes au cercle.

On peut aussi (voir fig. 61), et ce sera surtout intéressant dans le cas de plusieurs cercles concentriques, trouver les points de diagonales en se servant du point d'égale résection des lignes à 45° : Rᴅ. Il suffit de mener par 1 la fuyante en Rᴅ pour avoir les points 3 et 4 par où on doit alors mener la tangente fuyant en D. Ceci économise la petite construction AB, mais fait mener deux fuyantes au lieu d'une.

En définitive, on a ainsi 8 points et leurs tangentes; c'est, la plupart du temps, suffisant.

***

La courbe obtenue sera donc généralement une ellipse et en tout cas une des trois courbes du second degré : ellipse, parabole ou hyperbole (1).

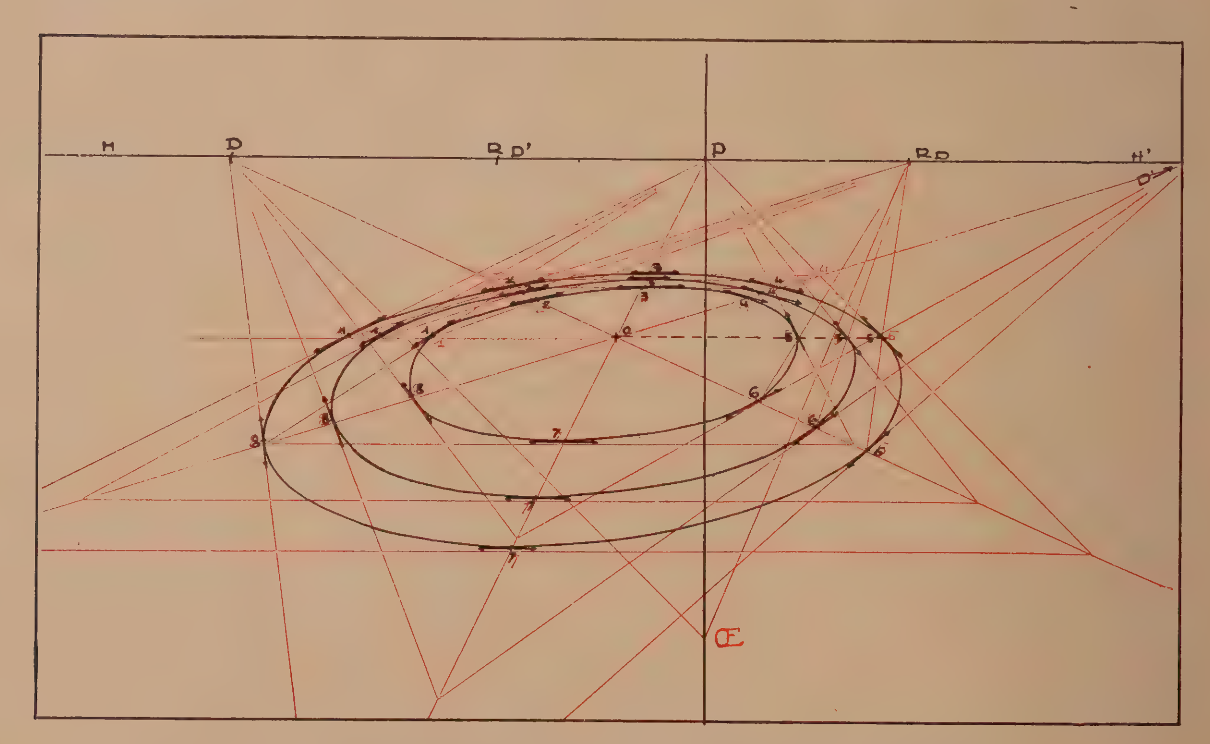


Fig. 61. — Mise en perspective de cercles horizontaux concentriques.

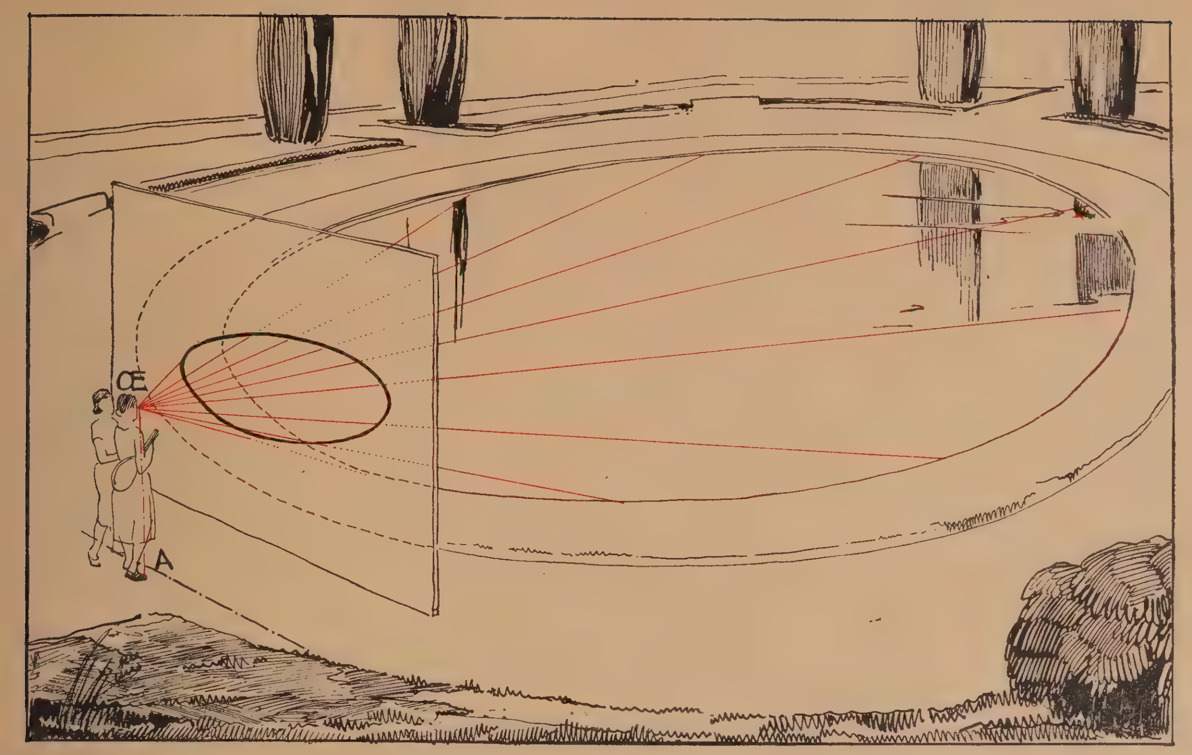


Fig. 62. — L'image du cercle est une ellipse (parfois un cercle) si le plan de front de Œ ne rencontre pas le cercle.

L'ensemble des rayons visuels d'un cercle constitue un cône du second degré dont toutes les sections planes sont une courbe du second degré et, entre autres, l'intersection de ce cône visuel et du tableau est une courbe du second degré.

Si le cercle est placé entièrement en avant du plan de front du spectateur, le tableau ne rencontrera qu'une des deux nappes du cône et en rencontrera toutes les génératrices (voir fig. 62). La courbe d'intersection, qui est l'image du cercle, sera une ellipse ou parfois un cercle. Le petit axe de cette ellipse fuit en un point de l'horizon toujours, sauf le cas de déformation choquante, assez voisin du point P et situé du même côté du plan visuel vertical principal que le centre; le cercle est tangent

(1) Je rappelle les définitions géométrique et algébrique de ces trois courbes, du second degré :

L'ellipse est une courbe telle que la somme des distances de chacun de ses points à deux points fixes appelés foyers et situés sur son grand axe soit constante.

Algébriquement, si on rapporte la courbe à deux axes de coordonnées rectangulaires confondus avec ses axes de figure, on a l'équation suivante, où a est le demi grand axe et b le demi petit axe de l'ellipse :

$$b^2x^2 + a^2y^2 - a^2b^2 = o.$$

L'ellipse est une courbe fermée que l'on peut tracer d'une façon continue avec des instruments spéciaux.

La parabole est une courbe telle que les deux distances de chacun de ses points à un point fixe appelé foyer et à une droite fixe, perpendiculaire à l'axe, appelée directrice, soient égales.

Algébriquement, si on rapporte la courbe à deux axes de coordonnées rectangulaires l'un étant confondu avec l'axe de figure et l'autre étant tangent au sommet de la courbe et parallèle à la direc-

au plan de front du spectateur, le tableau ne rencontrera encore qu'une des deux nappes du cône mais sera parallèle à une des génératrices, celle de front (voir fig. 64) ŒA.

---

trice, on a l'équation suivante, où a est la moitié de la distance du foyer à la directrice ou, ce qui revient au même, la distance du sommet de la courbe à la directrice ou au foyer :

$$x^2 - 4\,a\,y + 4\,a^2 = o.$$

La parabole est une courbe à deux branches infinies, qui s'éloignent toujours de l'axe en tendant à lui devenir parallèles, mais sans asymptotes. Toutes les paraboles sont semblables entre elles. On pourrait imaginer des instruments permettant de tracer d'une manière continue la parabole.

L'hyperbole est une courbe telle que la différence des distances de chacun de ses points à deux points fixes appelés foyers et situés sur l'axe passant par les deux sommets soit constante.

Algébriquement, si on rapporte la courbe à deux axes de coordonnées rectangulaires confondus avec ses deux axes de figure on a l'équation suivante, où a est la moitié de la distance des deux sommets et m le rapport de la distance des foyers à celle des sommets :

$$x^2 - (m^2 - 1)\,y^2 + (m^2 - 1)\,a^2 = o.$$

L'hyperbole est une courbe à quatre branches infinies qui s'éloignent toujours de l'axe des deux sommets et se rapprochent de deux lignes obliques passant par la rencontre des 2 axes et tendant à leur devenir tangentes à l'infini, ce sont les deux asymptotes dont l'obliquité se mesure par l'expression

$$\frac{1}{\sqrt{m^2 - 1}}$$

Si on considère un cône ayant pour section droite une des trois courbes du second degré, toute section plane de ce cône sera aussi une de ces trois courbes. Par exemple, un cône à section droite elliptique ou circulaire sera recoupé suivant une ellipse par tout plan rencontrant toutes les génératrices d'une seule nappe, suivant une parabole par un plan parallèle à une génératrice et suivant une hyperbole par tout plan rencontrant toutes les génératrices mais dans les deux nappes du cône.

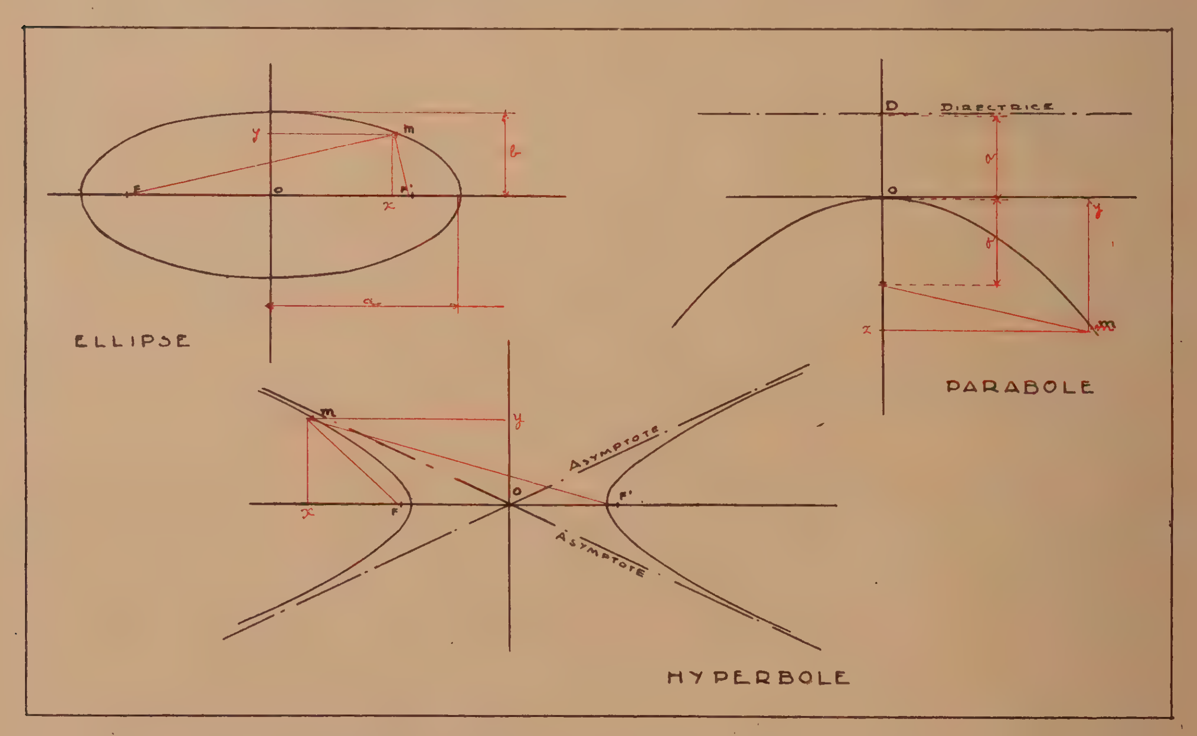


Fig. 63. — L'ellipse est une courbe telle que la somme des distances des points m à deux points fixes F et F′ soit constante. La *parabole* est une courbe telle que la somme des distances d'un point m à une droite, *directrice*, et à un point F soit constante. L'*hyperbole* est une courbe telle que la différence des distances d'un point m à deux points F et F′ soit constante.

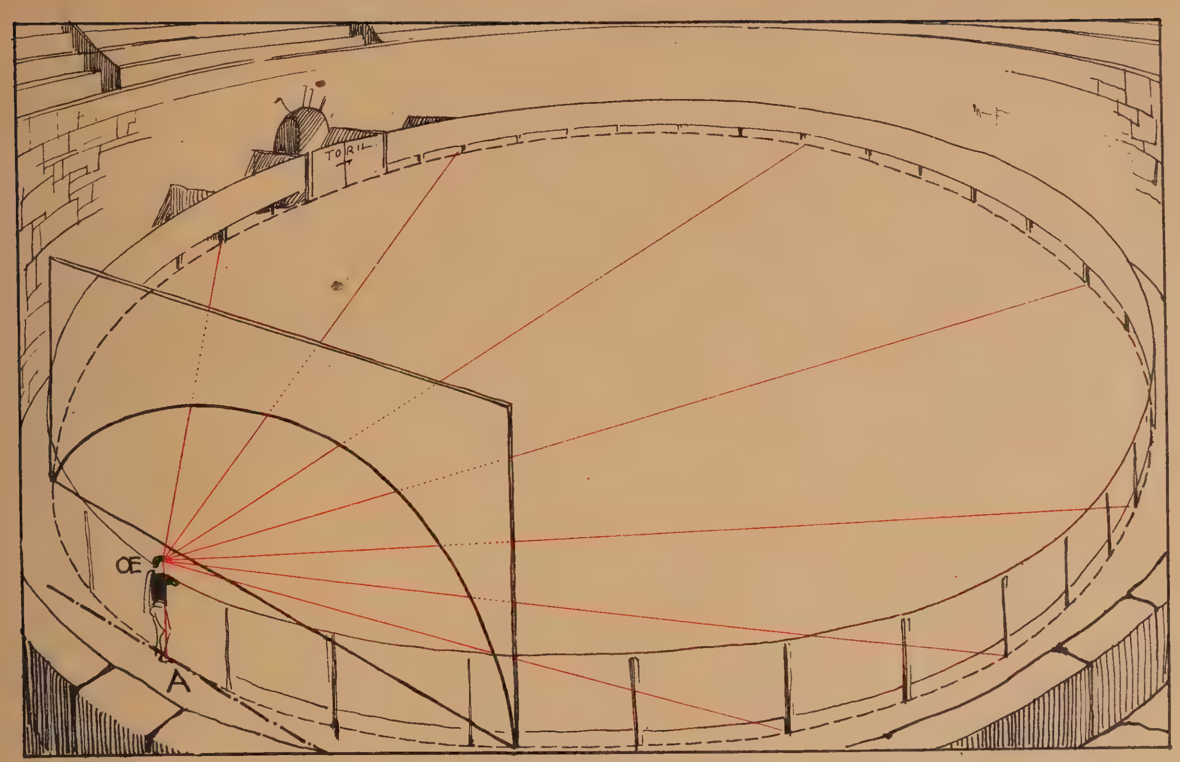


Fig. 64. — L'image du cercle est une parabole si le plan de front de Œ est tangent au cercle. (A pourrait se déplacer sur la ligne —.—.—.)

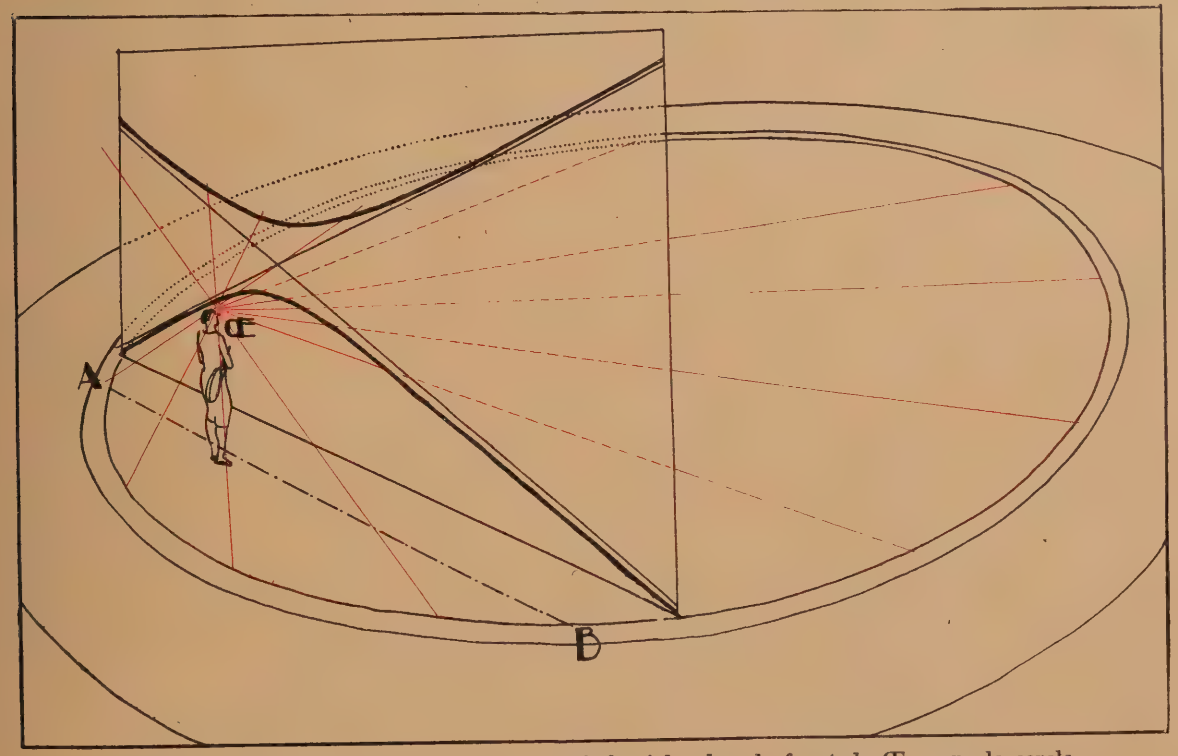


Fig. 65. — L'image du cercle est une hyperbole si le plan de front de Œ coupe le cercle. La deuxième branche de l'hyperbole est l'image *virtuelle* de ce qui est en arrière de AB.

Et la courbe d'intersection, image du cercle, sera une parabole dont l'axe est parallèle à la génératrice de front.

Enfin, si le cercle recoupe le plan de front du spectateur, le tableau rencontrera les deux nappes du cône formées par les rayons visuels proprement dits et par leurs prolongements (voir fig. 65).

Et la courbe d'intersection, image du cercle, sera une hyperbole dont les asymptotes seront parallèles aux deux génératrices de front.

Dans une série de cas particuliers, un cercle aura pour image un cercle; un seul peut s'exprimer simplement : Dans le cas où le plan du cercle est perpendiculaire au tableau et où le centre du cercle est dans le plan principal perpendiculaire à celui du cercle. Si l'angle α du rayon visuel du point du cercle le plus éloigné avec le rayon visuel principal est tel que l'on ait la relation :

$$tg^2 \alpha = \frac{D^2}{\Delta_0^2 - r^2}$$

ou, après transformation : $h^2 = \Delta_A D$.
où r est le rayon du cercle, Δ_0 l'éloignement du centre du cercle, Δ_A celui de A et h la hauteur et D la distance principale, l'image du cercle sera un cercle.

Pour le démontrer, je figure en ONŒ le cercle et le point de vue en projection par exemple horizontale, et en A'O'B'Œ' le cercle et le point de vue en projection verticale. Le tableau TT' est supposé tangent au cercle. Si cela n'est pas

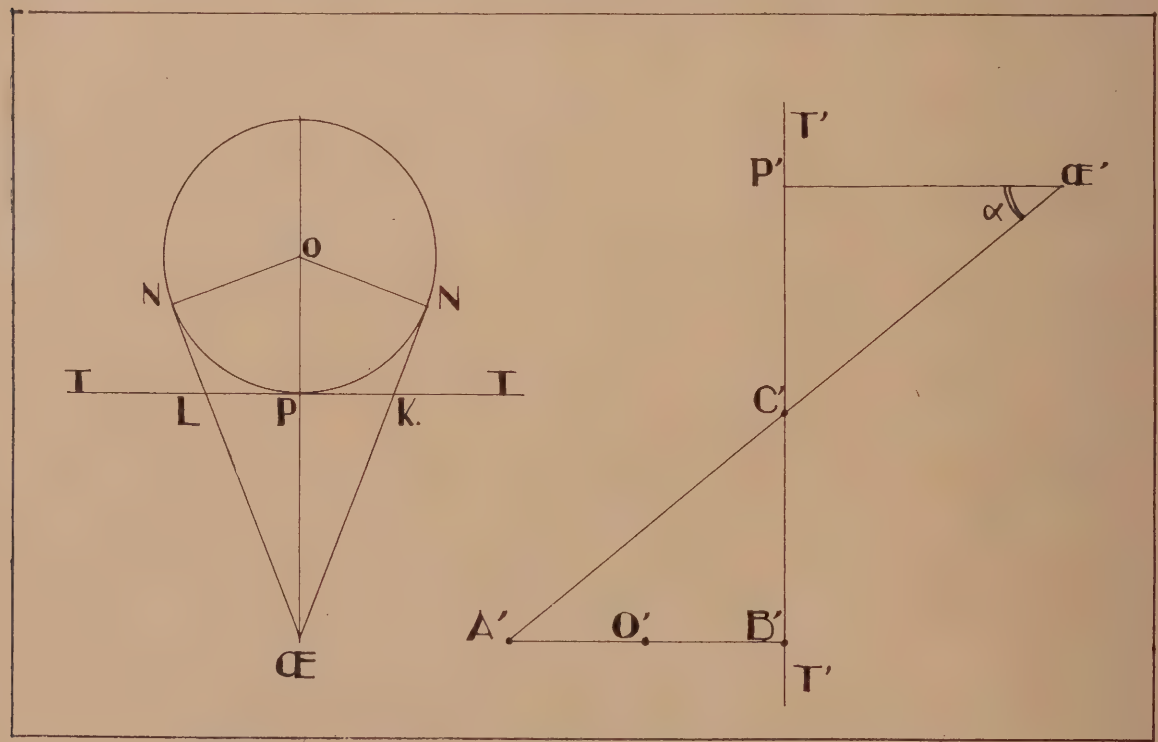


Fig. 66. — Dans certains cas particuliers, l'image du cercle sera un cercle.

en réalité, la similitude des images de front entraîne la généralisation de la démonstration.

KL et B′C′ sont deux diamètres perpendiculaires entre eux de l'image du cercle.

L'image du cercle est une ellipse (voir plus haut).

Si une ellipse a deux diamètres perpendiculaires égaux, elle devient un cercle.

Si donc j'établis les conditions pour que B′C′ = KL j'indiquerai celles nécessaires pour que l'image du cercle soit un cercle.

En effet : $$\frac{KL}{D} = \frac{2r}{NŒ} \text{ ou } KL = \frac{2r}{NŒ} D.$$

Mais : $$NŒ = \sqrt{\Delta_0^2 - r^2} \text{ et } KL = \frac{2r}{\sqrt{\Delta_0^2 - r^2}} D.$$

Or, C′B′ = KL, donc : $$C'B' = \frac{2r}{\sqrt{\Delta_0^2 - r^2}} D.$$

D'autre part : $$C'B' = 2r \, tg\, \alpha\,.$$

Donc : $$2r \, tg\, \alpha = \frac{2r}{\sqrt{\Delta_0^2 - r^2}} D \text{ ou : } tg\, \alpha = \frac{D}{\sqrt{\Delta_0^2 - r^2}}.$$

Il ne faut pas croire que si le spectateur est à l'extérieur d'un cercle, l'image de ce cercle est, par cela même, une ellipse. Il se peut que ce cercle soit tangent ou même recoupe le plan de front du spectateur.

Il ne faut pas croire non plus que la courbe représentant un cercle ait un axe de symétrie vertical, sauf le cas où le centre est dans le plan visuel vertical principal. Erreur trop fréquente.

Il ne faut pas croire enfin que le centre de l'ellipse qui figure un cercle est l'image du centre du cercle : ce n'est jamais exact et c'est une erreur trop fréquente aussi.

Pour diviser un cercle en parties égales ou pour obtenir un certain point déterminé du cercle, ou devra mettre en perspective le ou les rayons correspondants en les faisant fuire au point de fuite voulu et en portant sur eux la longueur du rayon. Ce sera par exemple le cas d'un dallage avec rosace circulaire.

On peut, en ce cas, avoir intérêt à ne pas employer strictement la méthode exposée ci-dessus : S'il s'agit d'un cercle de centre connu et divisé en 8 par exemple à partir d'un point M quelconque, on mènera OM, ce qui déterminera F; on en déduira F90 et les deux F45 et on pourra facilement dessiner les deux carrés circonscrits en s'ingéniant à n'employer que les points de fuite accessibles (fig. 67).

Si l'on veut diviser un cercle en 6 parties égales, on ne lui circonscrira pas de

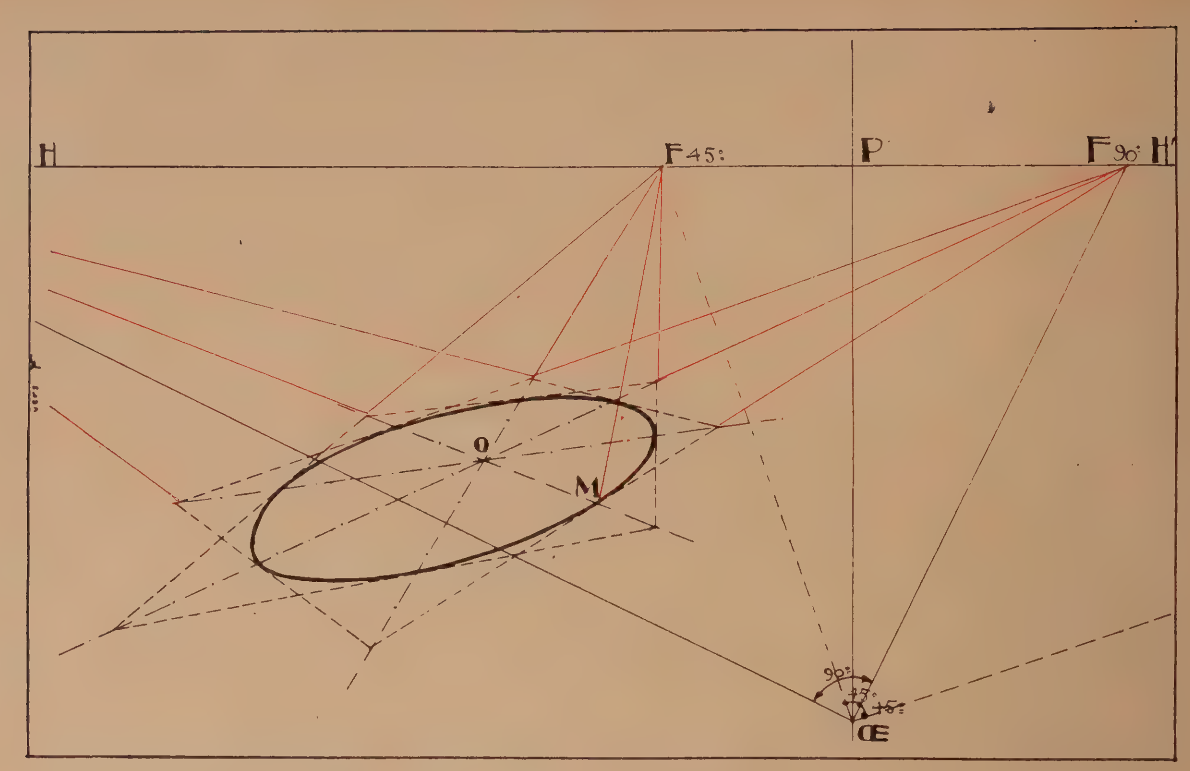


Fig. 67. — Mise en perspective d'un cercle divisé en huit parties égales à partir d'un point M.

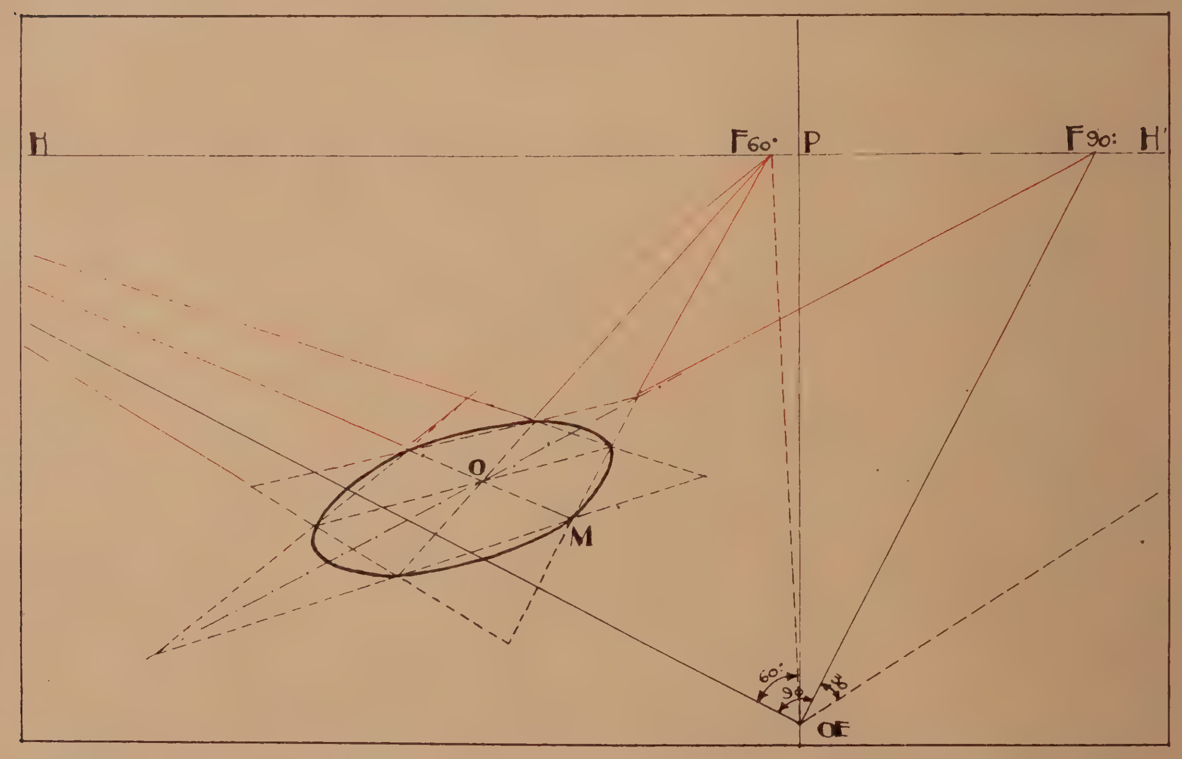


Fig. 68. — Mise en perspective d'un cercle divisé en six parties égales à partir d'un point M.

carré, mais un hexagone obtenu par deux triangles équilatéraux. On déterminera les points de fuite F, F60° F120° ou F30° F90° suivant les cas et on tracera les triangles en se servant de diamètres (fig. 68).

Et de même on appliquera la méthode générale qui consiste à circonscrire un polygone à la courbe à dessiner en l'adaptant au problème particulier et à ses données, de manière que le tracé soit le plus simple et le plus rapide : la méthode des huit points qui a été exposée plus haut (p. 71) n'a rien d'absolu comme l'ont montré les quelques exemples donnés ci-dessus.

Je veux profiter de cette occasion pour vous rappeler une fois de plus qu'il en est ainsi de toute la perspective : il n'y a pas de règles absolues et intangibles, vous devez au contraire, en face de chaque cas particulier, vous ingénier à trouver le tracé le plus rapide et le plus simple en vous souvenant des grandes méthodes générales que je vous indique, tel que l'emploi des points de fuite, des points de résection, etc.

Donc, exercez-vous à développer votre ingéniosité en faisant de nombreuses épures.

***

Avant d'étudier les courbes autres que le cercle, je veux encore vous dire un mot de la mise en perspective des arcs de cercle.

Par exemple, si vous voulez mettre en perspective un des piliers d'une voûte circulaire, vous aurez à dessiner un arc de cercle de quelques degrés seulement. Il serait évidemment complètement inutile de faire l'épure du cercle complet et vous vous contenterez par exemple de faire le tracé des deux points extrêmes et du point milieu avec sa tangente.

S'il s'agit d'un demi-cercle comme pour mettre une niche en perspective, il vous faudra de préférence faire l'épure de mise en place du rectangle circonscrit et des deux lignes à 45° rayonnant du centre.

Les courbes à mettre en perspective ne seront pas toujours des cercles : elles peuvent être quelconques au point de vue géométrique et dès lors je ne puis vous donner d'autre indication que la méthode générale de la page 69. Mais il peut se trouver aussi que ce soit des courbes géométriquement définies. Les seules qui puissent amener quelques réflexions intéressantes sont celles du second degré.

S'il s'agit d'une ellipse, les méthodes à appliquer seront exactement celles du cercle, avec cette différence que le polygone circonscrit ne sera pas un polygone régulier tels que le carré et l'octogone ou le triangle équilatéral et l'hexagone. Ce sera un rectangle si l'on choisit les côtés parallèles aux deux axes de l'ellipse; ou si l'on

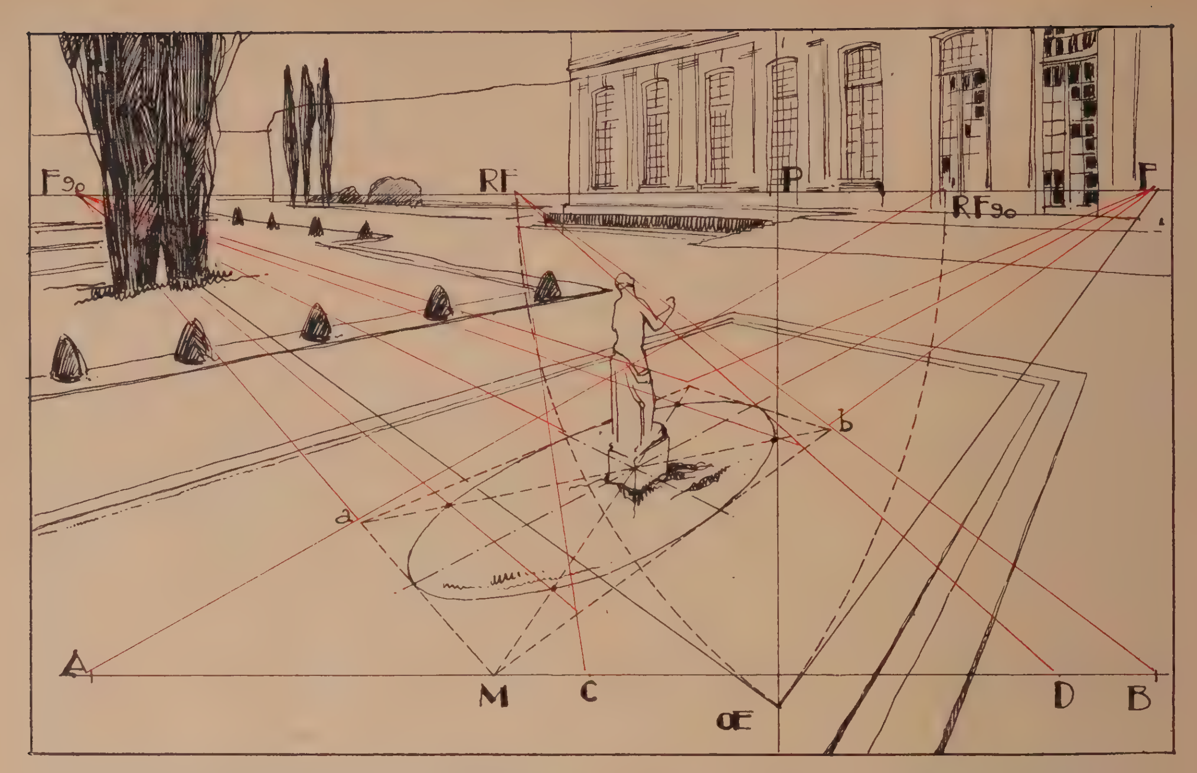


FIG. 69. — Mise en perspective de l'ellipse. On circonscrit à la courbe un rectangle aux côtés parallèles aux axes de l'ellipse et on met en perspective comme pour le cercle.

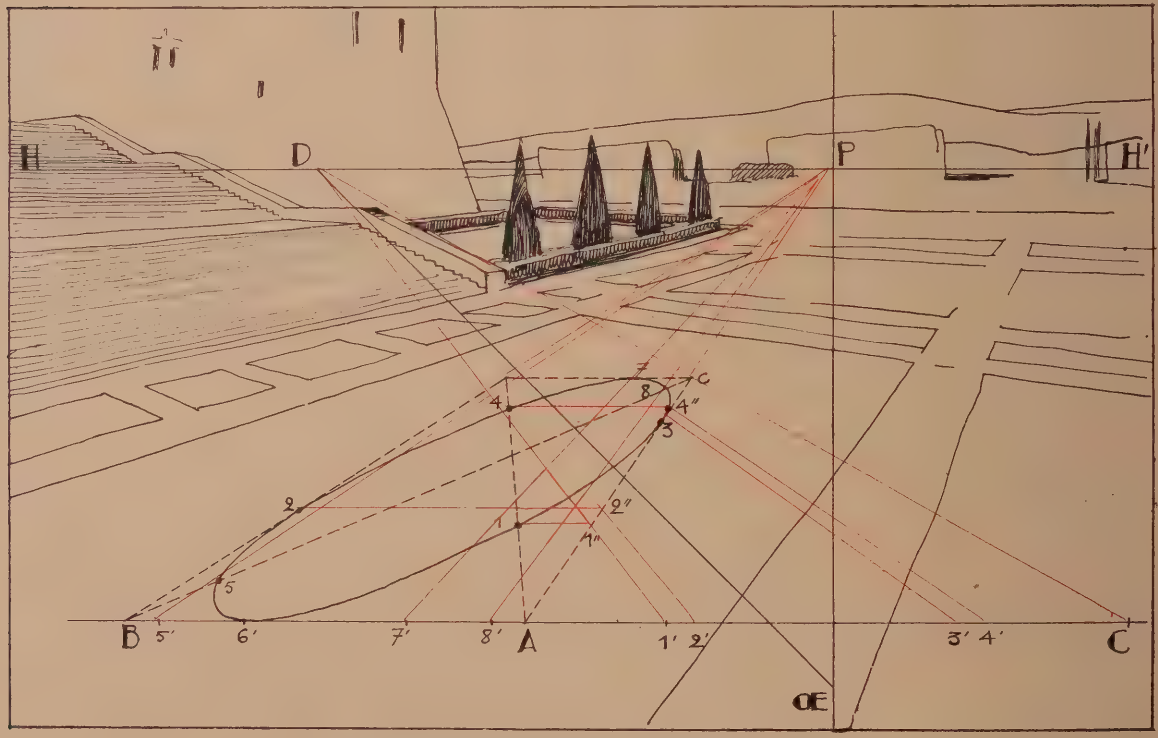


FIG. 70. — Deuxième exemple de mise en perspective de l'ellipse : les axes ne sont pas ici parallèles aux côtés du rectangle à côtés de front.

choisit les côtés parallèles aux deux directions : de front et perpendiculaire au tableau. Ce sera, dans les autres cas, un parallélogramme. Les deux figures 69 et 70 donnent de ces deux procédés un exemple, appliqué l'un à une corbeille de fleurs, l'autre à un dallage. Pour obtenir les points du tracé, on doit d'abord dessiner l'ellipse en géométral avec son polygone circonscrit et ses diagonales, puis on met en perspective par une des méthodes connues.

Les remarques faites pour le cercle s'appliquent à l'ellipse : l'image est une ellipse, une parabole ou une hyperbole dans les mêmes cas que pour le cercle.

Dans une série de positions particulières, une ellipse aura pour image un cercle. La formule en serait compliquée et ne présente pas d'intérêt pratique.

S'il s'agit d'une parabole ou d'une hyperbole, on mettra la courbe en perspective en lui circonscrivant une série de tangentes qui formeront un polygone ouvert. Puis on opérera comme pour l'ellipse en dessinant d'abord la courbe en géométral.

L'image sera toujours une des trois courbes du second degré variable suivant que le cône formé par les rayons visuels rencontrera le plan du tableau par une seule de ses nappes ou par les deux ou bien qu'une de ses génératrices est parallèle au tableau.

Par exemple, une parabole dont l'axe est dans le plan visuel vertical prin-

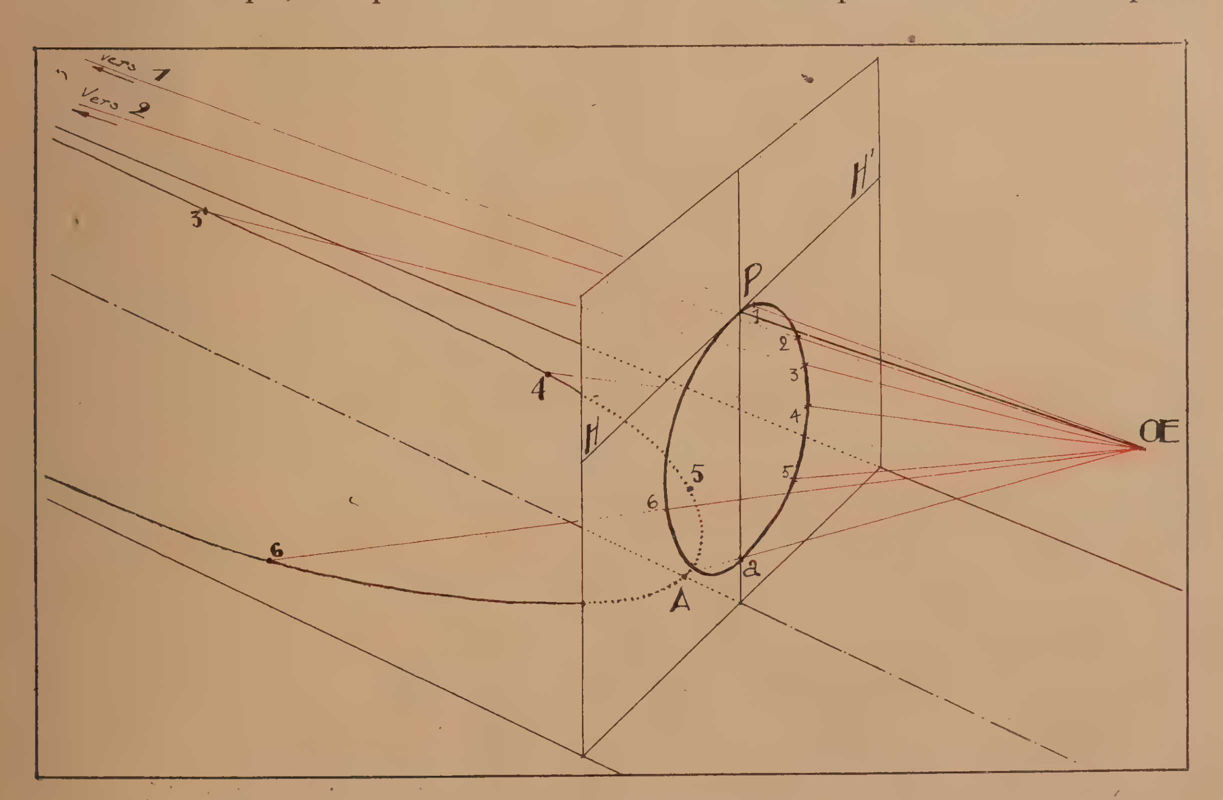


Fig. 71. — Une parabole horizontale dont l'axe A est la projection de ŒP aura pour image un cercle ou une ellipse.

cipal et le sommet en avant du spectateur aura pour image un cercle ou une ellipse tangente à la ligne d'horizon (voir fig. 71). Ceci n'a d'ailleurs pas d'intérêt pour la perspective artistique; mais je vous le cite pour vous donner une idée des études que peut faciliter la perspective scientifique en donnant la possibilité de faire une représentation graphique des figures situées à l'infini.

Résumé

Une courbe est mise en perspective au moyen d'un polygone circonscrit que l'on met en perspective ainsi que ses points de contact avec la courbe (voir fig. 56 et 57). *Pour cela, on dessine la courbe et le polygone en géométral en les relevant autour d'une horizontale de front; puis on fait l'épure perspective par l'une des méthodes des chapitres précédents.*

Pour le cercle, on se servira en général, du carré circonscrit, dont les côtés sont de front et perpendiculaires au tableau.

On fait l'épure du carré et on trace les milieux des côtés. Pour cela, on trace par le centre une horizontale de front et on marque les points 1-5 (voir fig. 58) *à une distance du centre r, égale au rayon. Puis, par le centre O et les deux points* 1-5 *on mène les fuyantes en P et, par le centre O une des diagonales fuyant en D. On a ainsi les deux points d-d par lesquels on mène les frontales pour achever le carré. Les deux points 3-7 sont déterminés par la rencontre de la fuyante du centre O en P et des deux côtés du carré de front. On a ainsi quatre points du cercle et les tangentes en ces points.*

Pour connaître quatre autres points et leurs tangentes, il suffit de construire le carré circonscrit dont les côtés sont à 45°. Deux méthodes : ou bien porter sur le diamètre de front la longueur de la demi diagonale du carré que l'on veut tracer par un arc de 1/8 mc. de cercle et sa tangente (voir fig. 60), *puis par les deux points A-A ainsi obtenus mener les fuyantes en D : on a ainsi les points 2-8 et 4-6 sur les diagonales et les tangentes correspondantes; ou bien déterminer le point* R_D *d'égale résection des lignes à 45° et porter sur les diagonales la longueur r au moyen des points 1-5; on a ainsi directement les point 2-8 et 4-6, mais pour avoir les tangentes en ces points, il faut mener les fuyantes en D.*

L'image perspective d'un cercle horizontal est une ellipse s'il est entièrement en avant du plan de front du spectateur. En particulier elle est un cercle si la relation $h^2 = \Delta_A D$ *est satisfaite (h étant la hauteur du plan du cercle au-dessus ou au-dessous de l'horizon)* (voir fig. 66).

Cette image est une parabole si le cercle est tangent au plan de front du spectateur (voir fig. 64).

Elle est une hyperbole si le cercle est recoupé par le plan de front du spectateur (voir fig. 65).

Si on doit diviser le cercle en parties égales, s'il occupe une situation spéciale, s'il ne s'agit enfin que d'une portion de cercle, on pourra utilement se servir d'un carré circonscrit autre que celui dont les côtés sont de front et perpendiculaires au tableau, d'un polygone d'une autre espèce tel que l'hexagone, d'un demi-carré, etc. (voir fig. 67 et suiv.).

Il faut éviter deux erreurs trop fréquentes : L'image du centre du cercle N'EST PAS *le centre de la courbe image du cercle.*

L'axe de symétrie de la courbe image N'EST PAS *vertical, si ce n'est dans le cas où le centre du cercle est dans le plan visuel vertical principal.*

L'image d'une ellipse s'obtiendra en lui circonscrivant un rectangle ou un parallélogramme.

Mêmes remarques que pour le cercle.

L'image d'une parabole ou d'une hyperbole s'obtiendra en circonscrivant une série de tangentes.

Voir au sujet de ces diverses courbes la note de la page 73.

CHAPITRE VII

Perspective des solides a bases horizontales: prismes, cylindres, pyramides, cones.

La mise en perspective des solides à base horizontale se fera d'une façon générale en faisant d'abord l'épure de la base, puis celle des arêtes ou génératrices intéressantes, notamment celles de contour apparent.

L'épure d'un prisme quelconque se fera donc en dessinant d'abord les divers côtés de la base; puis aux sommets, points de rencontre de ces côtés, on élèvera des verticales auxquelles on donnera les hauteurs correspondantes à celles réelles réduites à l'échelle voulue.

Par exemple le schéma d'une façade avec avant-corps (voir fig. 72) devra être dessiné en traçant d'abord la base *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, etc, par les points de fuite

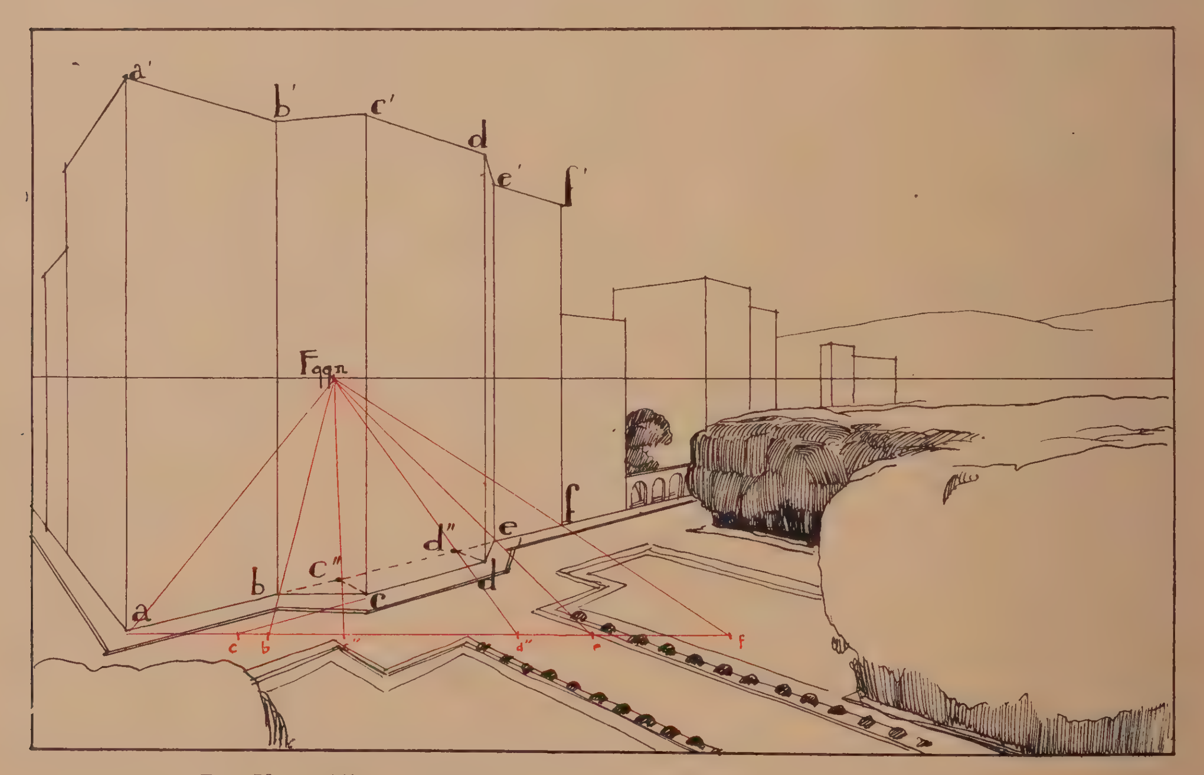


Fig. 72. — Mise en perspective d'un prisme droit à section irrégulière.

et de résection, ou autre procédé convenable, puis les arêtes *aa′*, *bb′*, *cc′*, *dd′*, *ee′*, *ff′*, etc., qui sont par exemple, dans la nature, de hauteur égale. Dans l'exemple de la figure 72, on a tracé *af*, on y a porté les longueurs *ab*, *ac″*, *ad″*, *ae* et *af*; puis, par les perpendiculaires *c″c* et *d″d* et la fuyante *cd* on a obtenu les points *c d*. Les points *a′ b′ c′ d′ e′ f′* ont été obtenus par l'échelle des hauteurs et les fuyantes convenables.

Pour le cylindre, on opérera d'après les mêmes principes en dessinant d'abord la base puis les génératrices intéressantes : au nombre de celles-ci sont celles de contour apparent qui nécessitent un tracé particulier.

Ces génératrices correspondent à des plans visuels tangents au cylindre, d'où l'on peut déduire immédiatement que les traces de ces plans tangents dans le plan de base sont tangentes à la courbe de base.

Ce sont ces points de tangence qu'il faut déterminer.

Pour cela, nous ramènerons de front par un relèvement autour d'une frontale comme charnière la courbe de base et, dans ce géométral, nous repérerons la projection horizontale du pointt de vue Œ. La figure 73 donne ainsi le

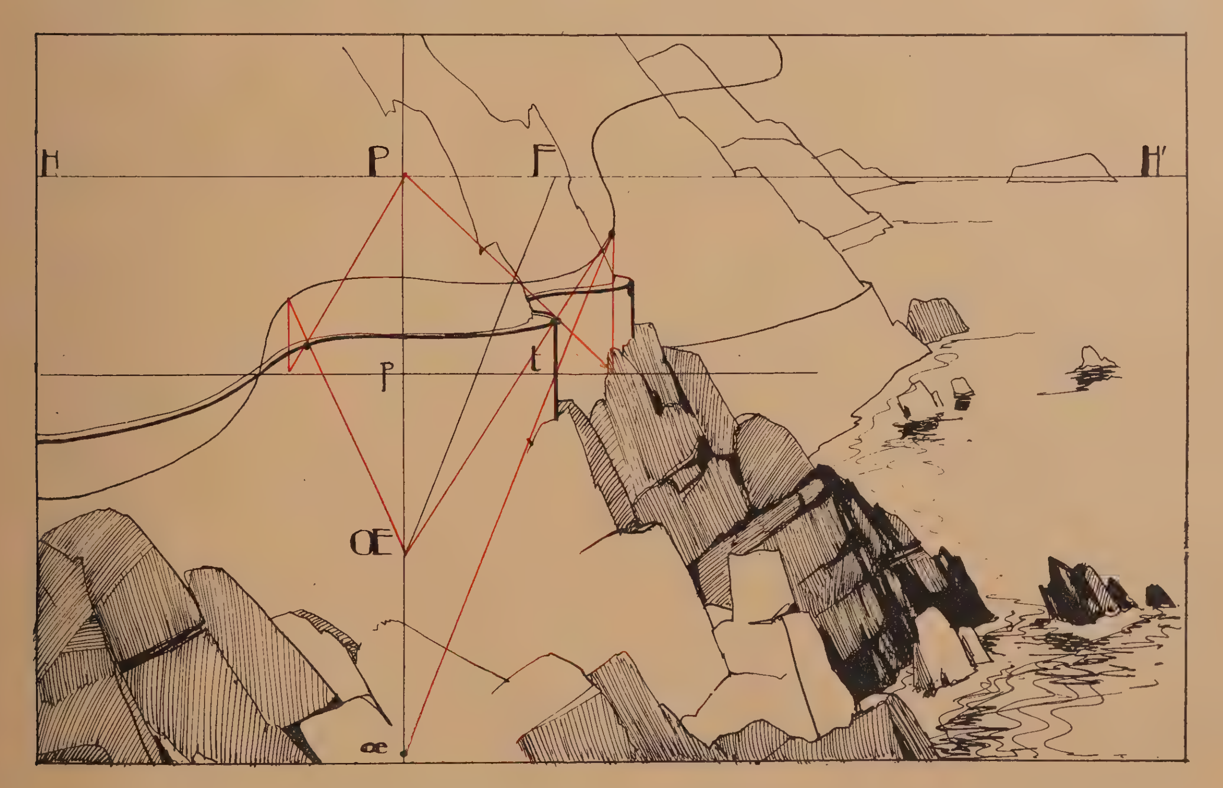


Fig. 73. — Mise en perspective d'un cylindre de base irrégulière. On met en perspective la base et on mène les génératrices de contour apparent tangente à cette courbe.

géométral d'un mur de soutènement de route. Pour placer exactement la projection horizontale de Œ, *œ*, il suffit de constater que l'éloignement d'un plan de front quelconque a toujours pour mesure, à son échelle, la distance principale. Ceci se déduit immédiatement de la formule de la dégradation linéaire (voir page 37) :

$$\frac{i}{I} = \frac{D}{\Delta} \text{ ou } i = D\frac{I}{\Delta}$$

où I doit prendre, dans ce cas particulier la même valeur que Δ et, par conséquent, on a :

$$i = D.$$

Il suffira donc pour mettre en place *œ* de porter sur la verticale principale, à partir de la charnière, une longueur égale à D.

Une fois ce point *œ* connu, on mènera par lui les tangentes à la courbe de base et on mettra ensuite en perspective ces tangentes et leurs points de contact suivant les méthodes ordinaires, en remarquant que le point *t*, intersection de la tangente et de la charnière, est un des points de la génératrice de contour apparent.

En effet le triangle *ptœ* est égal au triangle PFŒ obtenu en menant par Œ une parallèle à *œt*. Or F est le point de fuite des parallèles à *œt* dans l'espace, donc le plan visuel tangent à la courbe de base en *t* doit passer par F puisque ses horizontales sont précisément parallèles à *œt* et comme ce plan visuel est vertical de

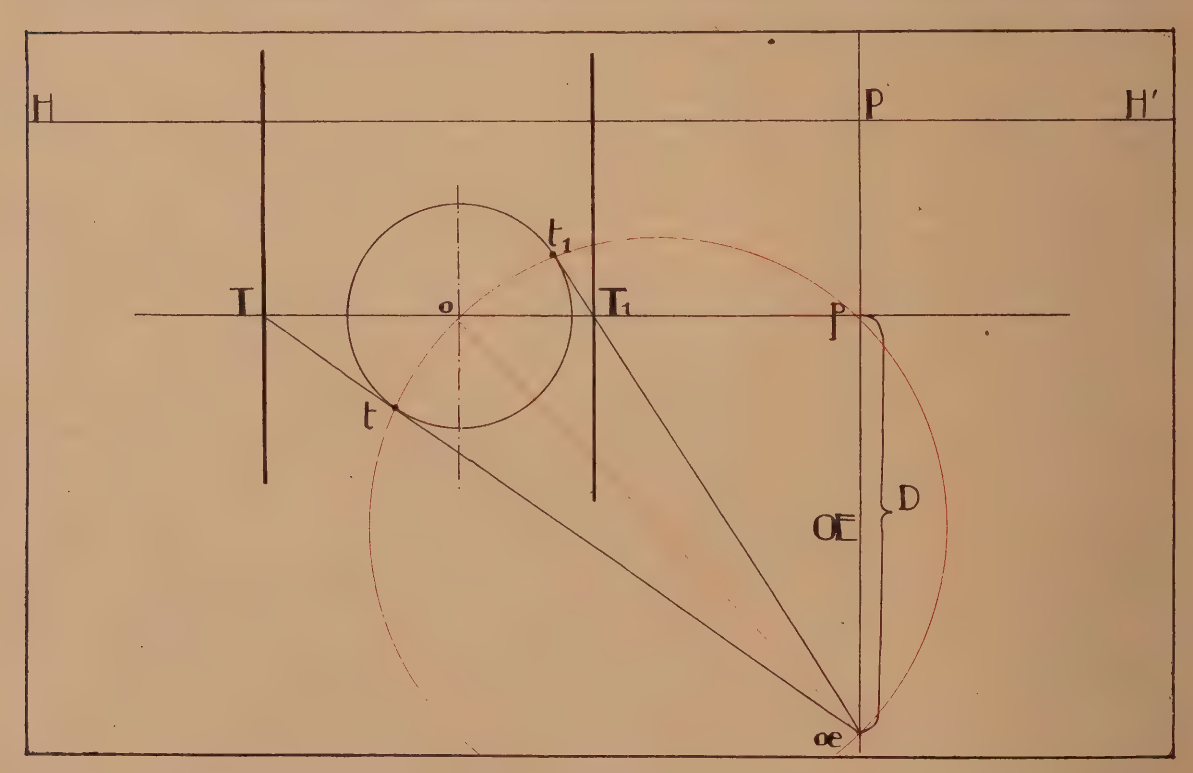


Fig. 74. — Mise en perspective du cylindre de révolution vertical. On rabat de front la section par le plan d'horizon et Œ. On mène les tangentes Œ*t*, et Œ*t* qui donnent en T et T_1 les génératrices de contour apparent.

même que le tableau, son intersection avec le tableau est verticale et passe par F et par conséquent aussi par t puisque PF = pt.

S'il s'agit, et ce sera fréquent, d'un cylindre de base circulaire, le point de tangence s'obtiendra avec précision par le tracé géométrique connu qui consiste à prendre la ligne qui joint *œ* au centre O du cercle comme diamètre d'une circonférence. La figure 74 est ainsi dessinée. La distance principale y est très petite volontairement pour mieux montrer les déformations du cercle en perspective. On y voit nettement que la largeur d'un cylindre apparaîtra toujours plus large que son diamètre de front.

Ne pas oublier que cette détermination du contour apparent ne se fait pas en se servant du point de vue rabattu ordinaire Œ, mais de sa projection sur le sol relevée en *œ* à partir de la charnière de relèvement; ou bien, ce qui revient évidemment au même, en supposant la courbe de base dans le plan d'horizon et en se servant dès lors de la ligne d'horizon comme charnière de rabattement. En ce cas, le point Œ habituel servira.

Si vous voulez mettre en perspective une pyramide, vous dessinerez d'abord la base, puis le sommet, et vous joindrez ce point aux divers angles de la base pour avoir les arêtes (voir fig. 75).

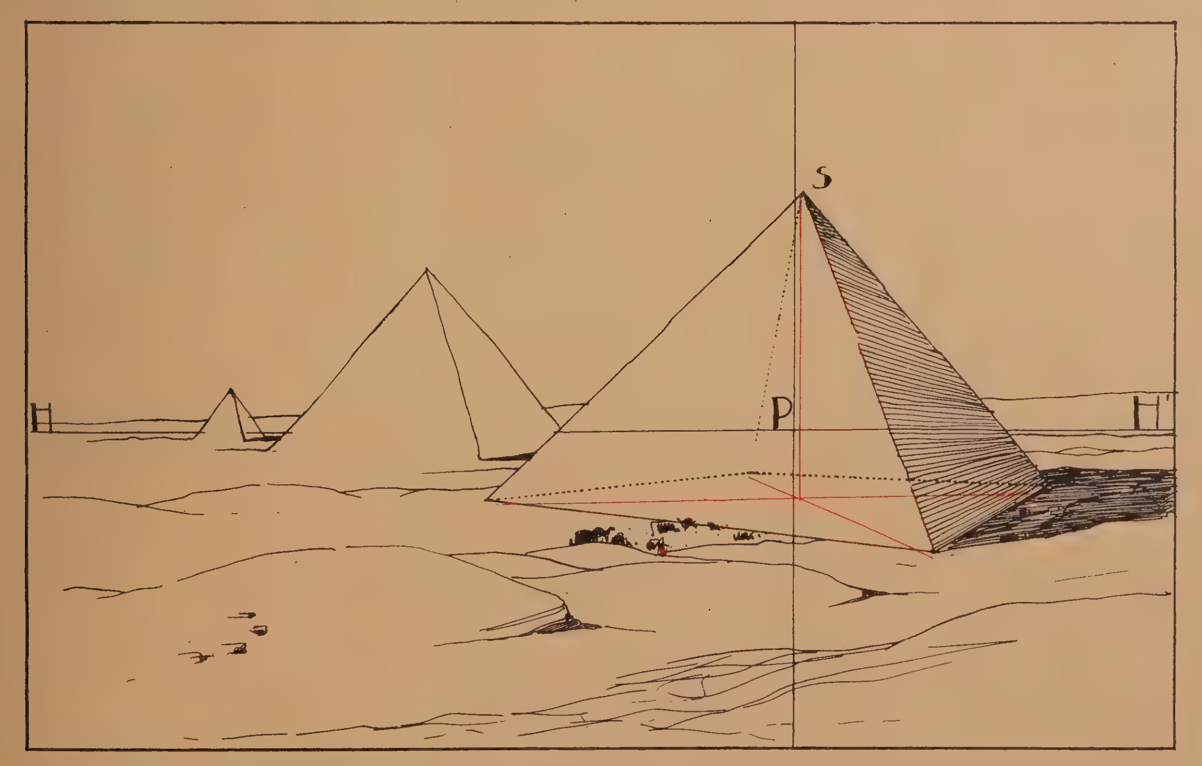


Fig. 75. — Mise en perspective d'une pyramide. On trace la base et le sommet et on joint.

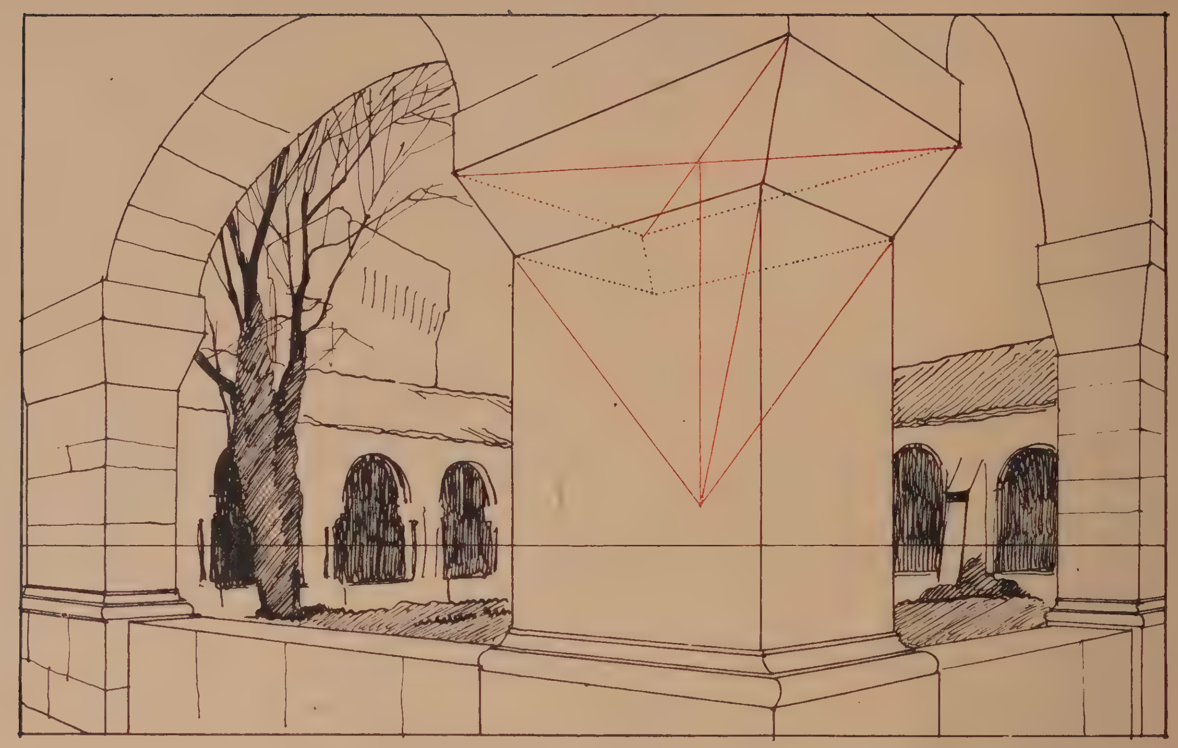


FIG. 76. — Mise en perspective d'une pyramide tronquée. On dessine la base et le sommet comme pour la pyramide entière.

Je n'ai rien de particulier à vous indiquer à ce sujet.

S'il s'agit d'un tronc de pyramide, vous pourrez, suivant les cas, dessiner les deux bases et joindre les angles deux à deux pour figurer les arêtes, ou bien déterminer le sommet comme si la pyramide était complète, un des points de la 2e base et, par des fuyantes horizontales limitées aux arêtes obtenues par le sommet, vous aurez la 2e base entière. La figure 76 donne, dans un pilier, un exemple de ces deux méthodes.

Il peut arriver que l'image du sommet se trouve à l'intérieur de l'image du polygone de base. En ce cas, aucune face n'est cachée.

Pour le cône : même méthode. Vous dessinerez d'abord la base, puis le sommet.

Si l'image du sommet est à l'intérieur de la base, il n'y a pas de contour apparent.

Si elle est à l'extérieur, il y a deux génératrices de contour apparent. Pour les dessiner vous devrez faire encore un relèvement autour d'une charnière de front, de la courbe de base (voir fig. 77). Dans ce relèvement sera entraînée l'intersection du rayon visuel du sommet et du plan de base, l'ombre, si vous voulez, du sommet

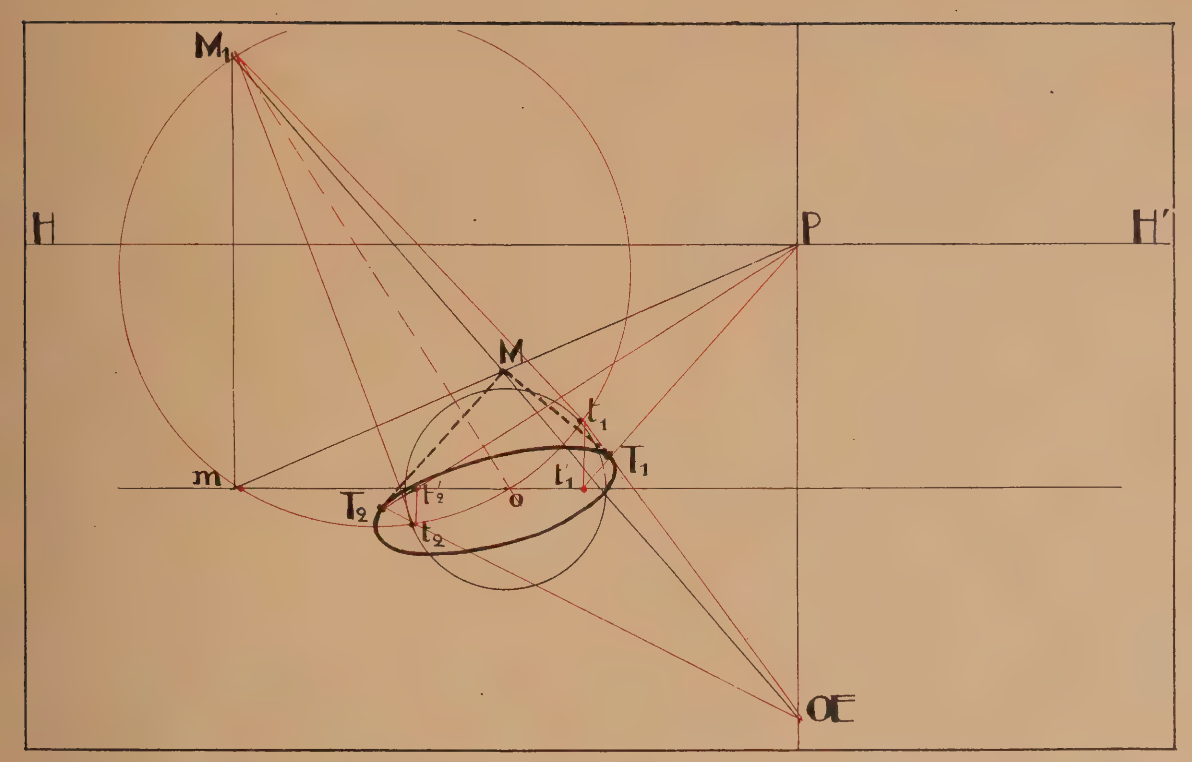


Fig. 77. — Perspective du cône. On trace la base et le sommet, puis on rabat la base et le point M considéré comme étant dans le plan de base. On trace les tangentes qui donnent les points t_1 et t_2 rabattus et par des perpendiculaires au tableau ceux T_1 et T_2 en perspective.

sur le sol si le point de vue était une source lumineuse. Vous mènerez alors les tangentes de ce point à la base.

Pour faire ce relèvement, vous n'avez qu'à mener par le point M image du sommet une fuyante en P qui rencontre la charnière en *m*. Par *m* une verticale sur laquelle vous portez M par la fuyante de M en Œ pris comme point de distance.

De M, vous menez les tangentes à la courbe de base et vous en faites l'épure ainsi que des points de contact.

Il faut remarquer que tout ceci est vrai quelle que soit la position du point M par rapport à l'horizon : la figure pourra changer d'aspect; la méthode pour la tracer restera la même. Il en est de même pour un cône dont le sommet serait en dessous du plan de base.

Une remarque très importante doit être faite au sujet du contour apparent des cônes : les deux génératrices de contour apparent laissent toujours visible une plus grande portion de la courbe de base que s'il s'agissait d'un cylindre et cela est d'autant plus vrai que le cône est plus aplati.



Fig. 78. — Dans le cas de cône et cylindre ayant même base, les génératrices de contour apparent ne se raccordent pas.

Il en résulte que si on suppose un cylindre surmonté par un cône, comme la tour de la figure 78, il y a toujours entre chaque génératrice de contour apparent du cylindre et celle correspondante du cône un petit fragment de la courbe de base commune qui les raccorde en faisant lui-même partie du contour apparent (*a-a* et *b-b* de la figure 78).

Même dans le croquis à main levée, vous devrez tenir compte de cette remarque.

Résumé

Pour dessiner un prisme à base horizontale, on dessine d'abord la base, puis les arêtes intéressantes suivant les méthodes ordinaires (voir fig. 72).

Pour le cylindre, on emploiera la même méthode; pour en déterminer le contour apparent, on relève de front le géométral de la base et, en même temps, la projection horizontale du point de vue. Par cette projection relevée on mène les tangentes à la courbe géométrale et l'intersection de ces tangentes avec la charnière donne les verticales génératrices de contour apparent.

Pour déterminer la projection horizontale du point de vue sur le relèvement, il suffit de porter sur la verticale principale une longueur égale à la distance principale, à partir de la charnière (voir fig. 73 et 74).

Pour la pyramide, on dessinera d'abord la base, puis le sommet que l'on joint ensuite aux sommets de la base (voir fig. 75 et 76).

Pour le cône, on dessinera d'abord la base, puis le sommet. Pour trouver les génératrices de contour apparent on fera comme pour le cylindre un relèvement de la courbe de base accompagnée du pied du rayon visuel du sommet dans le plan de base. Dans ce but, on mène par l'image du sommet la fuyante en P prolongée jusqu'à la charnière. Par le point de rencontre on trace une verticale et on détermine le point relevé sur cette verticale en joignant le point Œ à l'image du sommet et en prolongeant. Puis, par le point ainsi trouvé, on mène les deux tangentes à la base et on achève en mettant ces deux lignes en perspective (voir fig. 77).

Il faut remarquer que le contour apparent d'un cylindre et d'un cône de même base comprend outre les génératrices respectives deux petites portions d'arc de la courbe de base (voir fig. 78).

CHAPITRE VIII

PERSPECTIVE DES FIGURES PLANES NON HORIZONTALES. LIGNES DE FUITE. PLANS PERPENDICULAIRES AU TABLEAU. PLANS VERTICAUX PERPENDICULAIRES AU TABLEAU. SOLIDES A BASE VERTICALE ET PERPENDICULAIRE AU TABLEAU.

Jusqu'à présent, nous ne nous sommes occupés que des figures planes horizontales; mais, très fréquemment, des figures sont situées dans des plans autres qu'horizontaux, notamment dans des plans, verticaux ou non, perpendiculaires au tableau.

Examinons donc les analogies et les différences entre de telles figures et celles qui sont dans un plan horizontal.

Qu'a donc de particulier un plan horizontal? Au point de vue artistique, il possède une caractéristique qui le différencie nettement des autres : c'est son parallélisme moyen avec la surface terrestre, en tant que cette dernière peut être aperçue d'un coup d'œil, c'est donc sa confusion à l'infini avec tous les objets de dimensions ordinaires posés sur le sol. Cela justifie pleinement l'importance que les plans horizontaux et la ligne d'horizon ont dans le dessin. C'est aussi (voir plus haut p. 13) le plan des deux yeux ce qui lui donne une grande importance dans les sensations de relief que donne la vision binoculaire.

Mais au point de vue géométrique, ces plans horizontaux ne tirent aucune propriété particulière de ce parallélisme avec le sol. Ce qui leur donne des propriétés particulières et intéressantes c'est qu'ils sont perpendiculaires au tableau.

En effet, nous avons vu, pages 49 et suiv., que tous les points de fuite des lignes horizontales sont situés sur la ligne d'horizon, c'est-à-dire, pour m'exprimer en géomètre, sur la ligne d'intersection du tableau et du plan passant par le point de vue et parallèle aux lignes horizontales appelé plan d'horizon.

Or, ce plan d'horizon est perpendiculaire au tableau, il contient donc le rayon visuel principal et, en conséquence, son intersection avec le tableau passe par le point P.

Mais tout ceci est exactement aussi vrai pour toute direction de plan perpendiculaire au tableau : tous les points de fuite des lignes parallèles à une direction de plan donnée se trouveront sur la ligne d'intersection du plan visuel parallèle et du

tableau. J'appellerai cette ligne d'intersecton : *ligne de fuite* (On l'appelle parfois horizon accidentel).

La ligne d'horizon est la ligne de fuite des plans horizontaux.

Il faut bien comprendre ceci qui est la clef de toute la perspective des figures planes non horizontales. Supposons un spectateur sur une route longeant un mur de soutènement (voir fig. 79) dont le parement est un plan perpendiculaire au tableau. La ligne d'horizon est la ligne de fuite des plans horizontaux : de même la ligne de fuite $\varphi\varphi'$ des plans parallèles au parement du mur passera par le point P et sera parallèle aux lignes de front du mur de soutènement, dans ce cas ce sera la ligne de pente, tout comme la ligne de fuite des plans horizontaux, ou horizon, est parallèle aux lignes horizontales de front.

Parmi les plans perpendiculaires au tableau, les plus fréquemment rencontrés sont les verticaux.

Dans ce cas particulier de plans verticaux perpendiculaires, la ligne de fuite sera la verticale passant par le point P; ce sera donc la verticale principale VV' et tout se passera comme si cette ligne était un horizon, si ces plans verticaux étaient des plans horizontaux et que le spectateur soit couché latéralement (voir fig. 80).

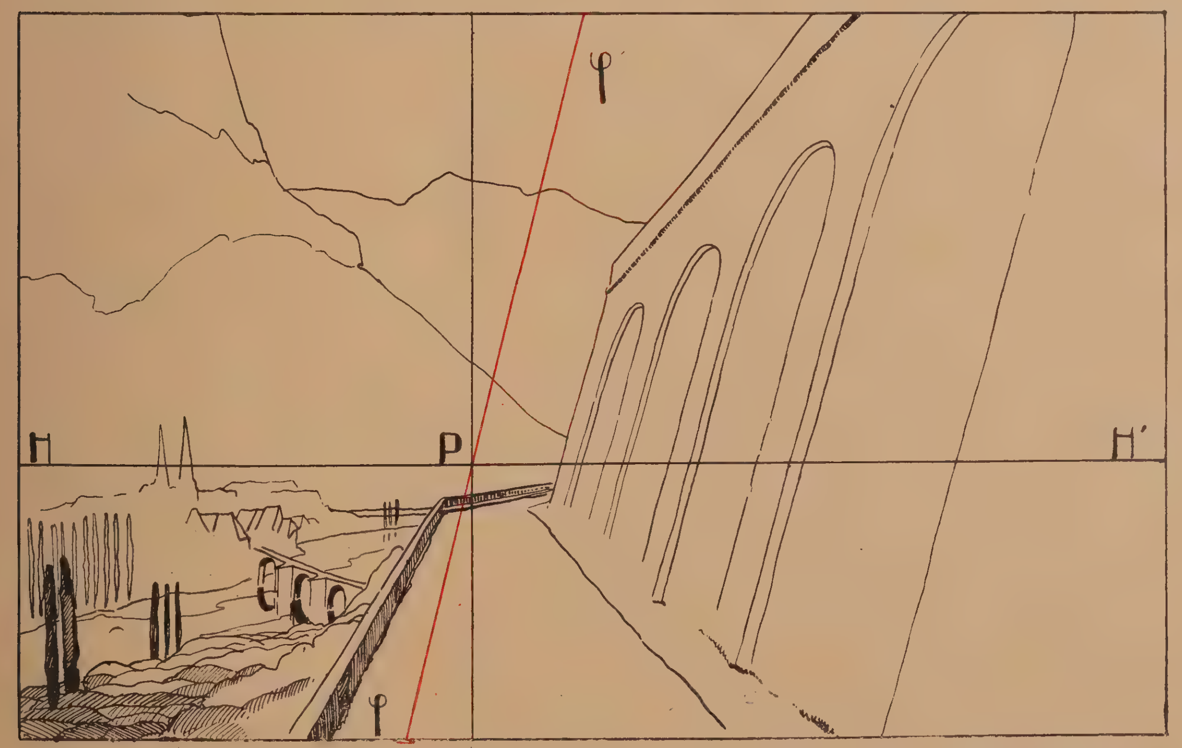


Fig. 79. — Les lignes sur plans inclinés perpendiculaires au tableau se tracent comme celles dans un plan horizontal, la ligne de fuite $\varphi\varphi'$ du plan remplaçant la ligne d'horizon HH'. La ligne de fuite $\varphi\varphi'$ est parallèle aux lignes de front du plan et passe par P.

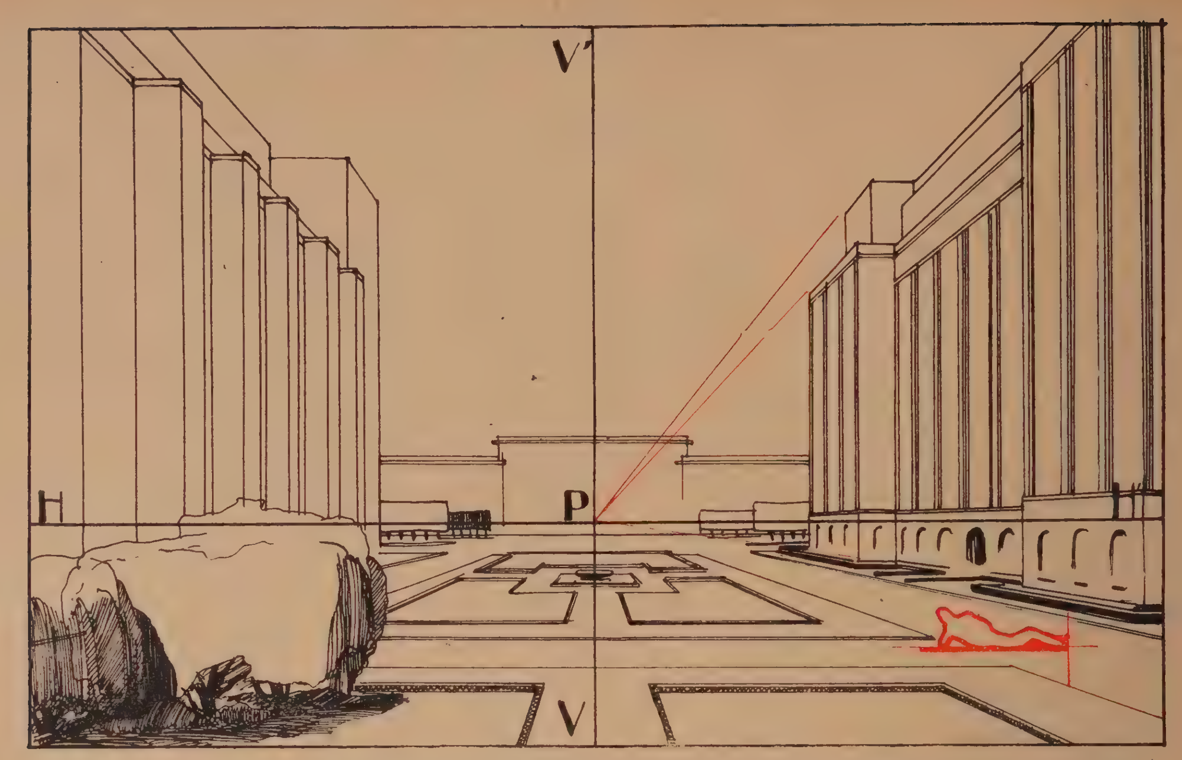


Fig. 80. — La ligne de fuite des plans verticaux perpendiculaires au tableau est la verticale principale VV'. Tout se passe comme si VV' était la ligne d'horizon d'un spectateur couché latéralement.

Dès lors, le rabattement du point Œ sera placé sur la ligne HH' à une distance de P égale à la distance principale; les points de distance seront sur VV'; on trouvera les points de fuite, de résection, etc., sur VV' exactement comme on les trouve sur HH' dans le cas de plans horizontaux.

Je pourrais donc reprendre tout ce que j'ai dit dans les chapitres précédents mais ce serait une répétition fastidieuse et inutile.

Il me suffira de prendre trois exemples que montrent les figures 81, 82 et 83 : la première montre l'emploi d'un point d'égale résection pour tracer les modillons d'un fronton, la deuxième le tracé d'une horloge et la troisième celui d'une voûte cylindrique, avec détermination du contour apparent.

Il suffit de comparer ces trois figures à celles montrant les épures correspondantes sur plans horizontaux pour constater que les tracés sont absolument identiques, mais seulement tournés d'un quart de tour pour transformer les horizontales de front en verticales.

Pour les plans perpendiculaires au tableau mais non verticaux, la méthode sera exactement la même que pour leurs verticaux, mais la ligne de fuite sera une oblique quelconque passant par le point P et le rabattement Œ du point de vue viendra sur la perpendiculaire en P à la ligne de fuite.

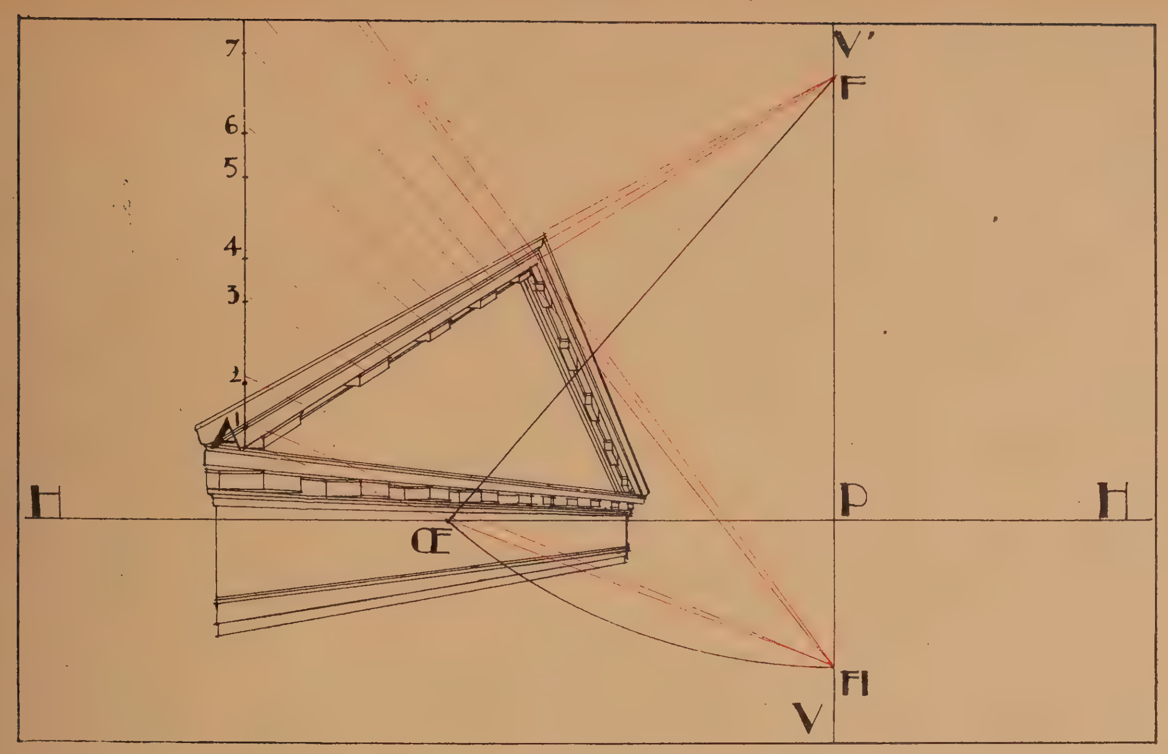


FIG. 81. — On trouve les points de fuite de lignes sur plans verticaux perpendiculaires au tableau en rabattant de front Œ sur HH', au lieu de VV' pour les plans horizontaux. On trouve ainsi F et FI, son point d'égale intersection.

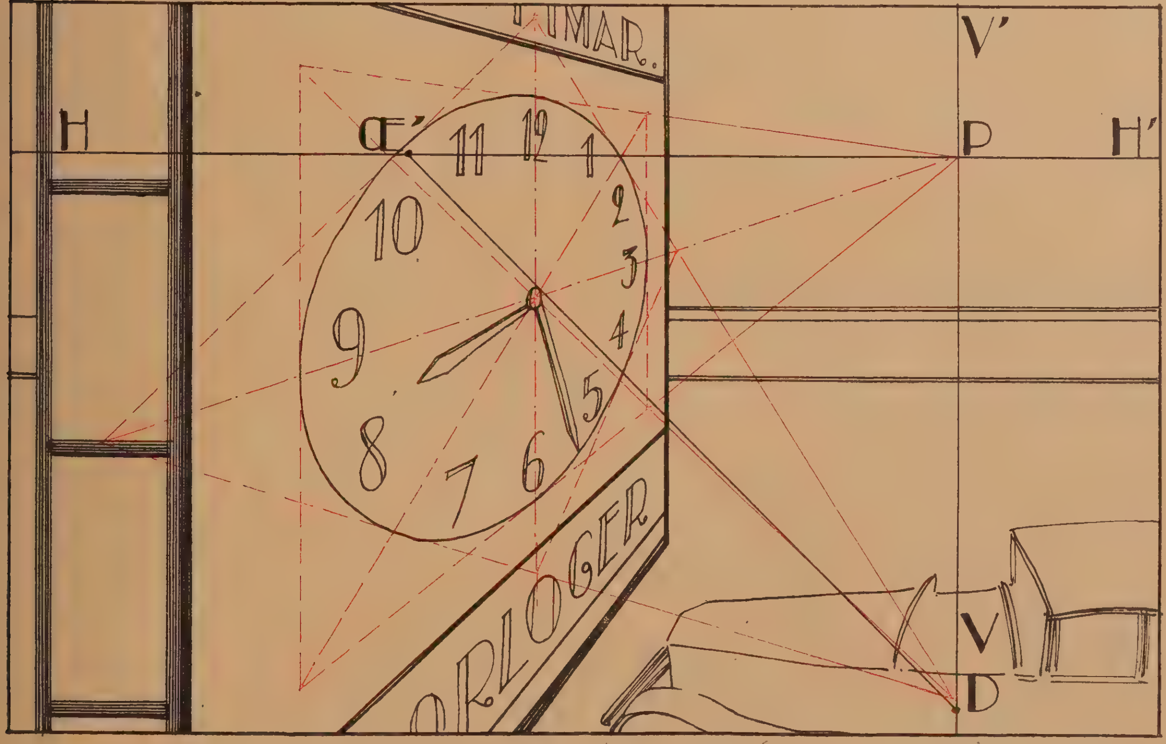


FIG. 82. — Pour les plans verticaux perpendiculaires au tableau, VV' est la ligne de fuite, comme HH' l'est pour les plans horizontaux. On y trouvera les points D pour le tracé du cercle.

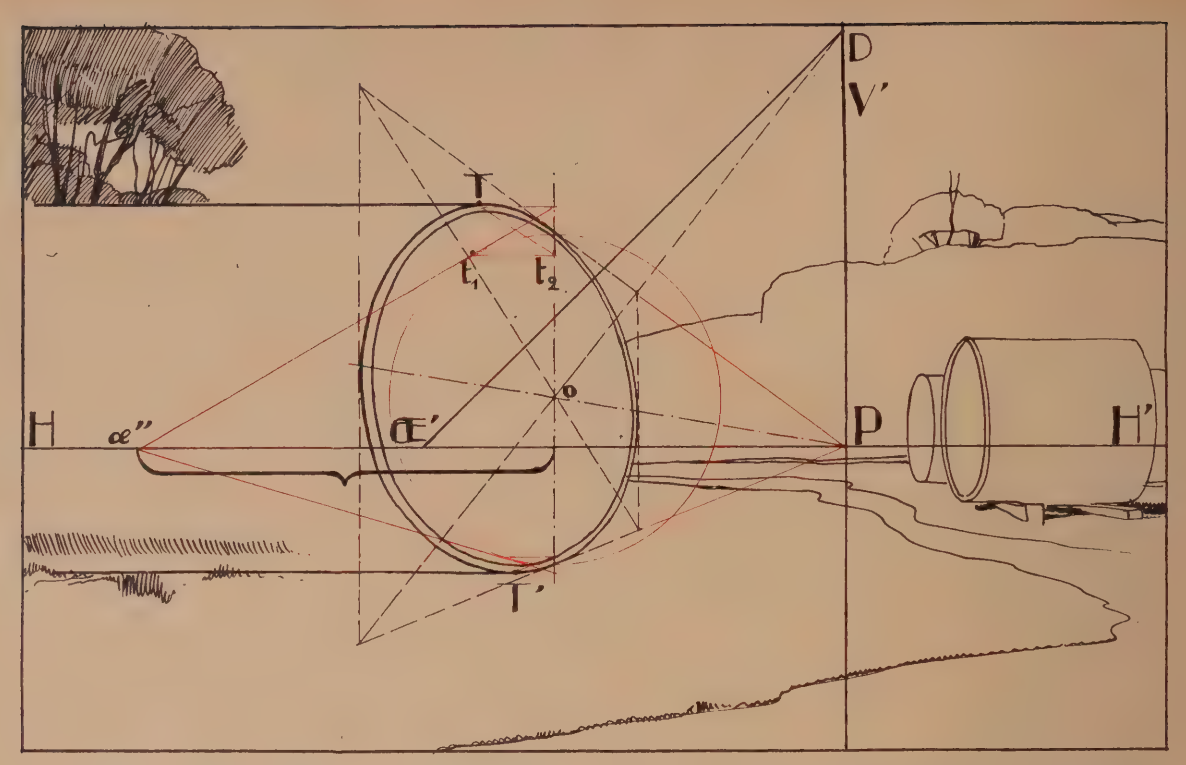


FIG. 83. — Autre exemple de cercles placés sur des plans verticaux perpendiculaires au tableau.

RÉSUMÉ

Tous les points de fuite parallèles à une direction de plan donnée se trouvent sur la ligne d'intersection du tableau et du plan visuel parallèle.

Cette ligne s'appelle ligne de fuite de la direction donnée (On l'appelle parfois horizon accidentel).

La ligne de fuite des plans perpendiculaires au tableau passe par le point P (voir fig. 79).

La ligne de fuite des plans verticaux perpendiculaires au tableau est la verticale principale VV′ *comme si le spectateur était couché latéralement* (voir fig. 80).

En conséquence, tous les tracés relatifs aux figures sur plans horizontaux et aux solides à base horizontale s'appliquent aux figures sur plans verticaux perpendiculaires au tableau et aux solides à base verticale perpendiculaire au tableau. Les points de distance seront sur VV′ *au lieu de* HH′, *le rabattement* Œ *du point de vue sur* HH′ *au lieu de* VV′ *et les verticales joueront le rôle des horizontales de front* (voir fig. 81 à 83).

La ligne de fuite d'un plan perpendiculaire au tableau non vertical est oblique et, en ce cas, le rabattement Œ *du point de vue vient sur la perpendiculaire en* P *à la ligne de fuite* (voir fig. 79).

CHAPITRE IX

Figures planes sur plans verticaux obliques. Solides a bases verticales obliques.

Le cas des plans verticaux obliques est sensiblement plus compliqué et il vous faut bien vous représenter dans l'espace le tableau, le point de vue et le plan visuel parallèle à la direction donnée. Pour vous y aider, j'ai représenté à la figure 84 le tableau, le plan d'horizon et plan visuel vertical qui vous sont familiers. Vous avez ainsi le point de vue Œ, le point P, la ligne d'horizon HH′, la ligne verticale principale VV′.

Si, par Œ, je mène un plan vertical oblique tel que celui figuré à la figure 84, il rencontre le tableau suivant une verticale $\varphi\varphi'$ qui coupera la ligne d'horizon en P′. La ligne $\varphi\varphi'$ est la ligne de fuite des plans parallèles à celui mené par Œ. Tous

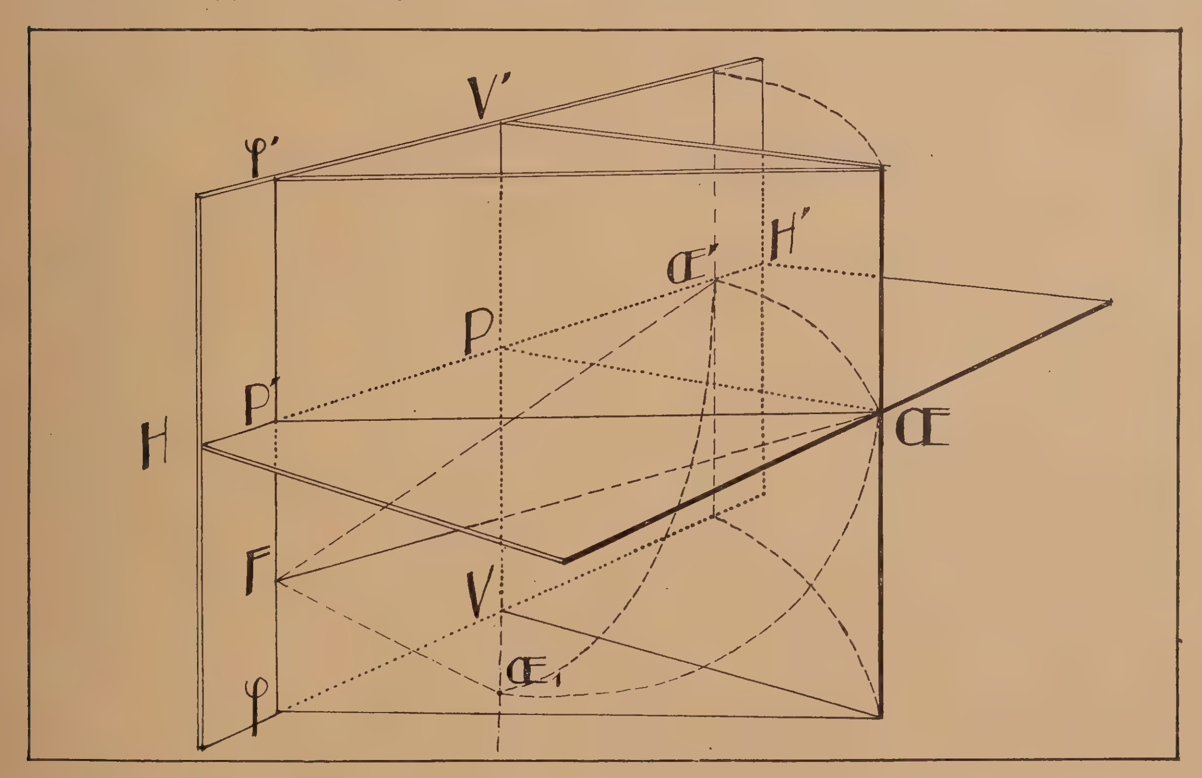


Fig. 84. — Un plan visuel vertical oblique rencontre le tableau vertical suivant $\varphi\varphi'$, *ligne de fuite* des plans parallèles au premier. Tous les points de fuite de droites contenues dans ces plans parallèles seront sur $\varphi\varphi'$. Pour permettre les tracés dans le plan visuel on le rabattra avec $\varphi\varphi'$ comme charnière. Ce qui donne Œ′, etc.

les points de fuite des lignes parallèles à cette direction de plan seront donc sur $\varphi\varphi'$, il en est ainsi pour F.

Mais nous ne pourrons, en pratique, faire de tracé pour déterminer F, ou tout autre point, que dans le tableau lui-même. Pour le permettre, il faut rabattre le point de vue dans le plan du tableau. Ce rabattement se fera forcément autour de $\varphi\varphi'$ comme charnière et le point de vue viendra ainsi en Œ′ qui se trouvera sur HH′ à une distance de P′ (*et non de* P) égale à ŒP′ (*et non à la distance principale*).

Comment pourrons-nous déterminer cette longueur en dessinant sur le tableau? ŒP′ est, dans l'espace, l'hypothénuse du triangle rectangle en P, ŒPP′. Or, sur mon épure, j'ai déjà, antérieurement pour d'autres tracés, rabattu le point de vue en Œ, en portant la distance principale en dessoús ou au-dessus de P sur VV′ qui est précisément égale au côté ŒP du triangle rectangle ŒPP′. D'autre part, PP′ est dans le plan du tableau et fait un angle droit avec ŒP. Il en résulte que P′Œ est égale à PŒ.

En pratique, nous pouvons conclure de tout ceci que l'on peut obtenir la ligne de fuite $\varphi\varphi'$ d'un plan vertical de direction donnée et le rabattement correspondant du point de vue de la manière suivante :

Soit α l'angle du plan donné avec le plan visuel vertical principal (voir fig. 84 et 85).

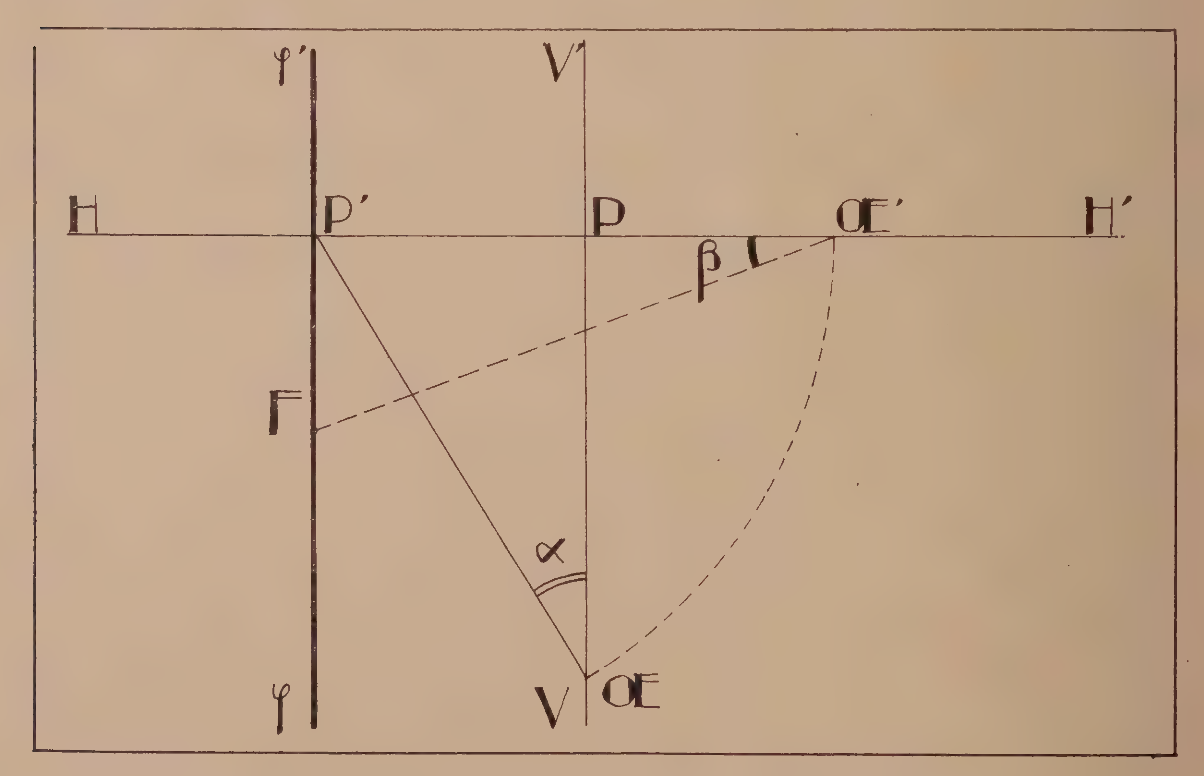


Fig. 85. — Pour trouver F, connaissant α du plan et β de la droite : on détermine P′ par ŒP′ ce qui donne $\varphi\varphi'$; puis en rabattant Œ en Œ′ (voir fig. 84) on trace Œ′F.

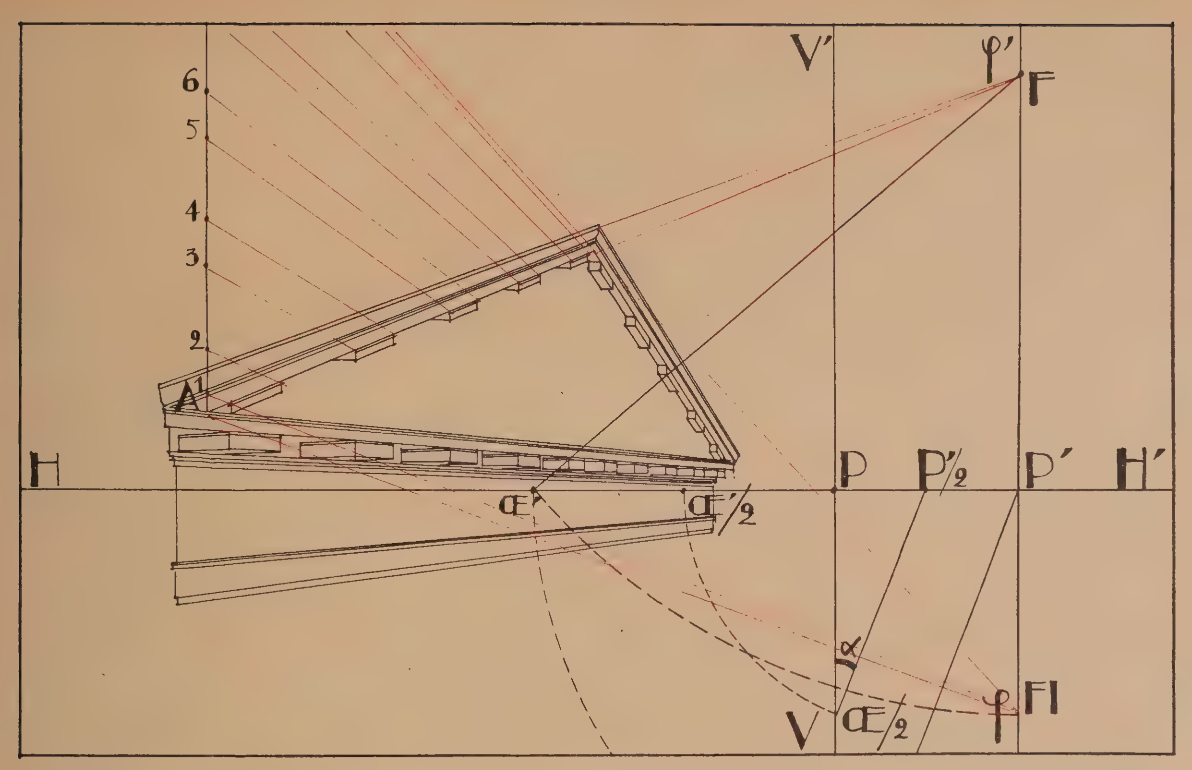


Fig. 86. — Les tracés se feront dans un plan vertical oblique exactement comme s'il s'agissait d'un plan horizontal ou autre perpendiculaire au tableau. Comparer avec la figure 81.

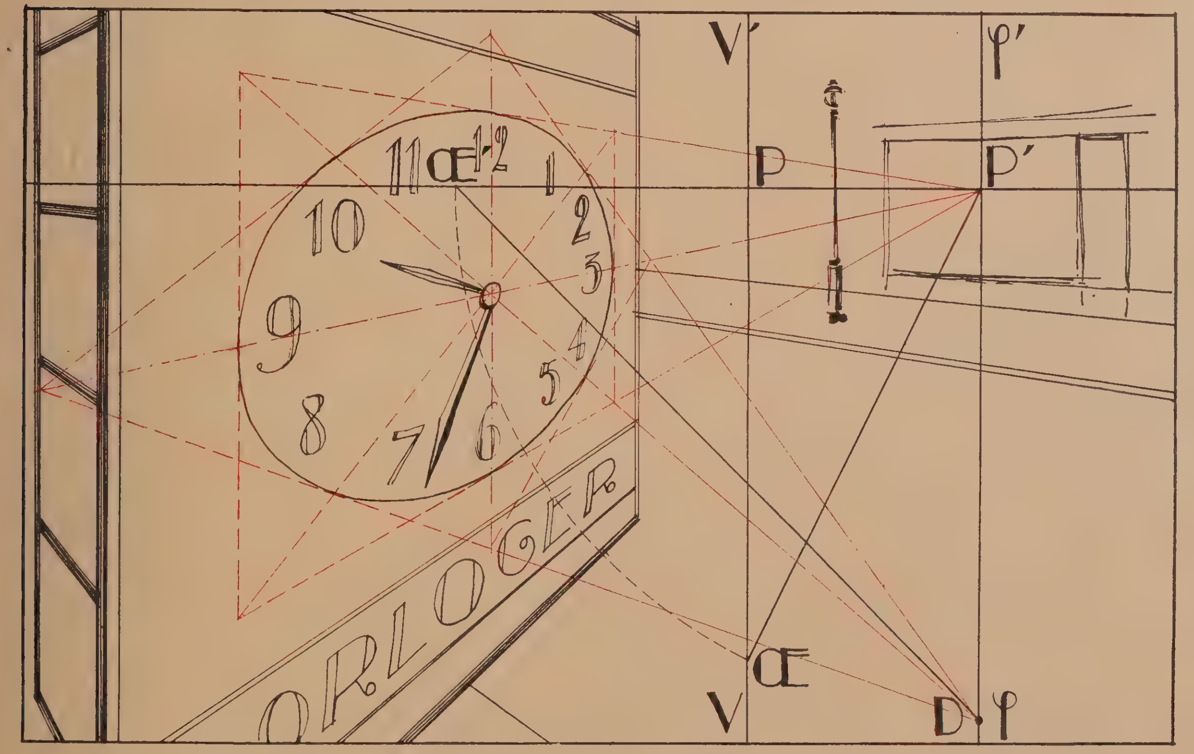


Fig. 87. — Comme pour la figure 86, les tracés sont les mêmes dans ce plan vertical oblique que dans tout plan perpendiculaire au tableau. Comparer avec la figure 82.

Par Œ je mène une ligne faisant l'angle α avec VV', j'obtiens ainsi P' et par conséquent $\varphi \varphi'$ (Je puis considérer P' comme le point de fuite des horizontales du plan donné).

Puis, pour obtenir le rabattement Œ' du point de vue, je rabats P'Œ sur HH' en prenant P' comme centre.

Si, dès lors, je veux connaître le point de fuite F d'une ligne du plan donné, faisant un angle β avec l'horizontale, par exemple, il me suffira de tracer de Œ' une ligne faisant cet angle avec HH'.

Je fais de même tous les tracés et toutes les constructions exactement comme s'il s'agissait d'un plan horizontal ou autre perpendiculaire au tableau, avec cette différence que c'est P'Œ' qui remplacera la distance principale.

Je puis ainsi avoir des points de distance, d'égale résection, etc.

C'est ainsi que les deux figures 86 et 87 correspondent exactement aux figures 81 et 82 et montrent que les méthodes sont rigoureusement semblables.

Il n'en est pas absolument de même pour les solides à base verticale oblique parce que les perpendiculaires à la base ne sont plus de front : elles ont donc un point de fuite qu'il importe de déterminer.

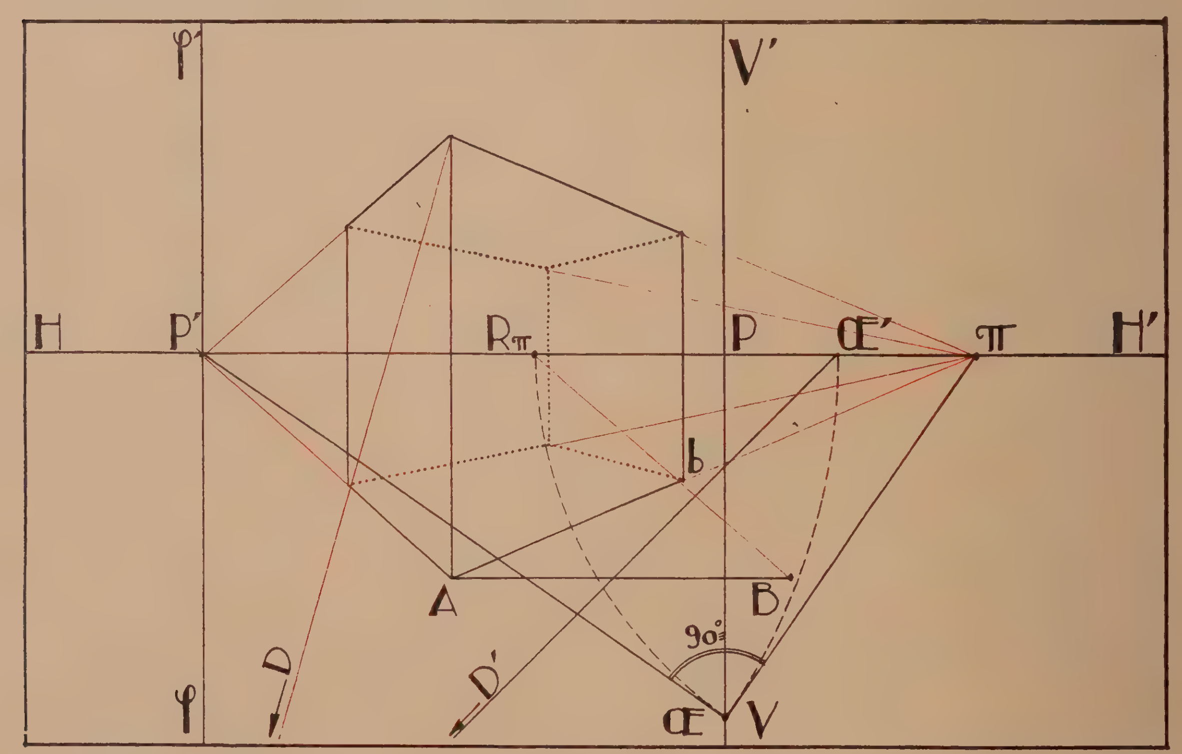


Fig. 88. — Le point de fuite π des perpendiculaires à un plan vertical oblique s'obtiendra en cherchant sur HH' le point de fuite des perpendiculaires aux fuyantes en P'.

Pour cela il faut mener par le point de vue un rayon visuel perpendiculaire au plan donné; ce rayon visuel est horizontal puisque le plan donné est un plan vertical.

Son point de fuite sera donc sur l'horizon et, pour le connaître, il suffira de relever de front le plan d'horizon, ce qui aura déjà été fait la plupart du temps; de porter par conséquent sur VV′ le point Œ distant de l'horizon de la distance principale. Puis de joindre Œ à P′. et on mènera par Œ la perpendiculaire à ŒP′. On détermine ainsi sur l'horizon le point de fuite π des perpendiculaires au plan de ligne de fuite φ P′ φ' .

Ceci fait, on mettra en perspective un solide de base verticale oblique exactement d'après les mêmes méthodes en dessinant d'abord la figure de base au moyen de $\varphi\,\varphi'$, P′ et Œ′, puis on tracera les arêtes ou génératrices intéressantes fuyantes en π et on portera sur elles les longueurs voulues par l'emploi du point d'égale résection Rπ (fig. 88).

Dans le cas du cylindre ou du cône, il vous faudra déterminer les génératrices de contour apparent. Autrement dit, il vous faudra mener par le point de vue un plan tangent au cône ou au cylindre.

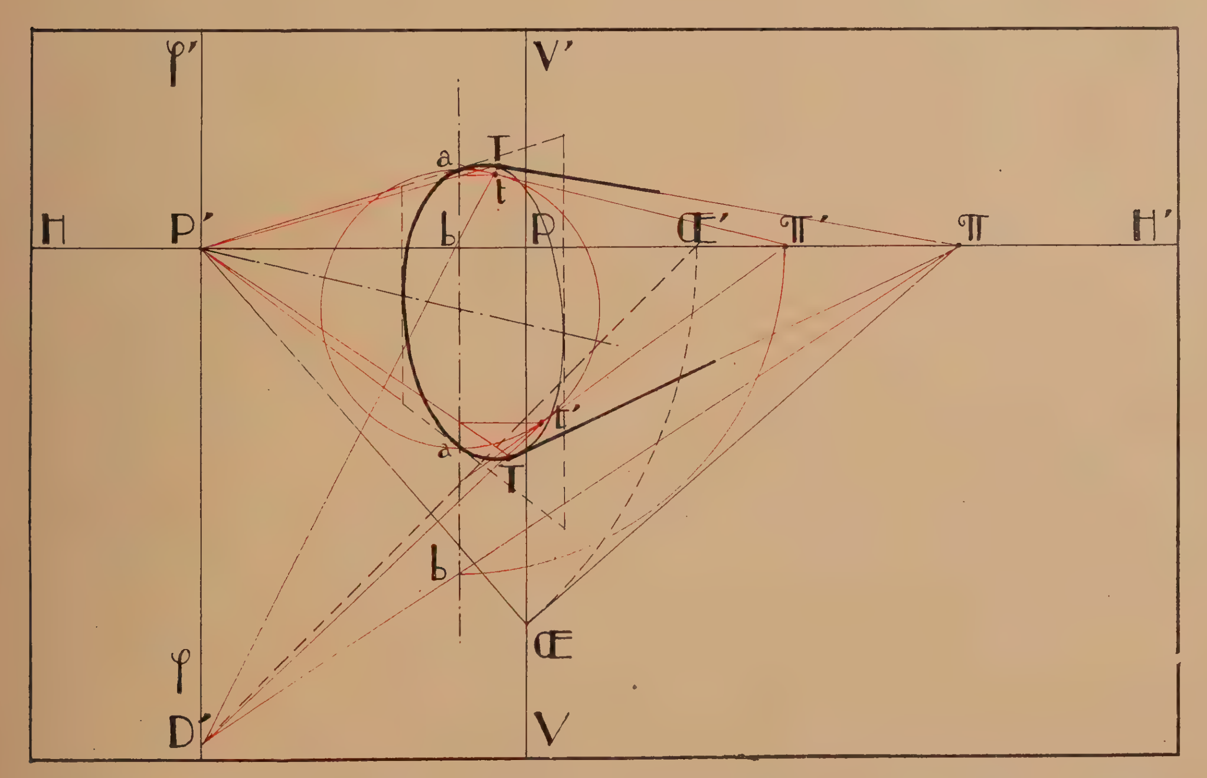


Fig. 89. — Perspective du contour apparent d'un cylindre à génératrices horizontales et base dans un plan vertical oblique. Les génératrices fuient en π et on peut trouver les points T par un rabattement de front où π sera considéré comme un point du plan de base, donnant π' en rabattement et les tangentes $\pi' t$ et $\pi' t'$ qui, relevées, donnent T et T′.

Pour le cylindre, ce plan tangent contiendra des parallèles aux génératrices, c'est-à-dire des perpendiculaires au plan donné et, en particulier il contiendra celle passant par le point de vue dont le pied dans le plan de base a pour image π, puisqu'il s'agit d'un rayon visuel dont l'image est réduite au point de fuite. Il faut donc faire un rabattement de la base et du point π considéré comme situé dans le plan de base (voir fig. 89), et je prends pour charnière le diamètre de front de la base (ou toute autre ligne de front) *aa*, la base se rabattra en géométral autour de ce diamètre pendant que π se rabattra en restant sur la perpendiculaire à la charnière, qui en ce cas particulier est la ligne d'horizon. Pour connaître le point où π vient en rabattement il faut donc, et il suffit, de connaître la longueur vraie de $b\ \pi$ fuyante en P′ à l'échelle de *b*, autrement dit de joindre D′ à π ce qui donne en *bb′* la longueur cherchée et permet de placer π' rabattu, tel que $b\ \pi' = bb'$.

Ceci fait, il ne reste plus qu'à mener de π' les deux tangentes à la base rabattue, en *t* et *t′*; puis de relever les deux points *t* et *t′* en menant les perpendiculaires à la charnière puis, par leurs pieds sur cette charnière, les fuyantes en P′ sur lesquelles on portera les longueurs des perpendiculaires au moyen du point D′. On connaîtra ainsi les pieds T_1T dans le plan de base des génératrices de contour apparent qui, naturellement, fuiront en π.

La figure 89 donne tout ce tracé et est volontairement très déformée pour la rendre plus explicite.

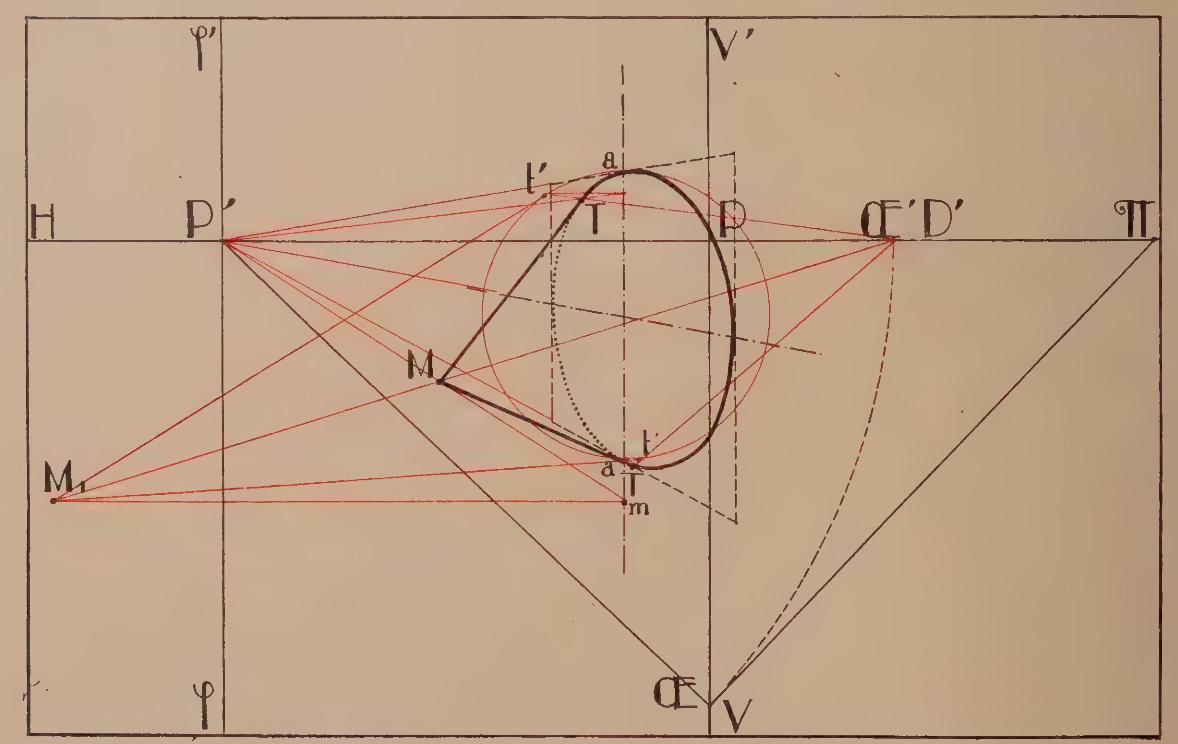


Fig. 90. — Pour mettre un cône à base verticale oblique en perspective, on rabat de front la base et le sommet M, considéré comme situé dans le plan de base, et une fois les *tg* et *t* déterminés on les relève en TT.

Pour le cône, on devra mener deux plans tangents passant par le sommet. On aura, au préalable, mis en place le point M, image de ce sommet (voir fig. 90) et on le considérera comme l'image du rayon visuel complet correspondant. En particulier, ce sera l'image d'un point du plan de base et on pourra rabattre ce point comme la figure de base autour d'une charnière de front *aa*. Pour cela on mènera de M la perpendiculaire à la charnière, M*m*, fuyante en P′. Puis, de M la fuyante en D′ qui donne sur la perpendiculaire ramenée de front M_1 qui est tel que mM_1 soit la vraie longueur de M*m* à l'échelle de la charnière.

Il ne reste plus dès lors qu'à mener par M_1 les tangentes à la figure de base rabattue en *t* et *t′*, puis à relever ces deux points en abaissant les perpendiculaires sur la charnière, en menant par les pieds de ces perpendiculaires les fuyantes en P′, sur lesquelles il suffit de porter les longueurs des perpendiculaires au moyen du point D′. On obtient ainsi les deux points TT, pieds des génératrices de contour apparent qu'il suffit de joindre à M, image du sommet.

Résumé

Pour les figures sur plans verticaux obliques on aura à se servir des points et lignes suivants :

La ligne de fuite $\varphi\varphi'$ *des plans verticaux de l'obliquité donnée, lieu géométrique de tous les points de fuite des lignes tracées dans ces plans.*

Le point P′, *rencontre de la ligne de fuite* $\varphi\varphi'$ *et de l'horizon.*

Le rabattement Œ′ *du point de vue par rapport à cette ligne de fuite* $\varphi\varphi'$ *prise comme charnière. On obtient* Œ′ *en prenant* P′ *comme centre et* P′Œ *comme rayon* (voir fig. 85).

Les points de distance, de fuite, d'égale résection, etc., spéciaux aux plans de la direction donnée obtenue suivant la méthode ordinaire, mais en se servant de $\varphi\varphi'$ *au lieu de* HH′, *de* P′ *au lieu de* P *et de* Œ′ *au lieu de* Œ (voir fig. 86 et 87).

Pour obtenir le point de fuite π *des perpendiculaires à un plan de base vertical oblique, on devra mener par* Œ *la perpendiculaire à* ŒP′ *qui donnera* π *sur la ligne d'horizon* (voir fig. 88).

Pour déterminer le contour apparent d'un cylindre de base verticale oblique il faudra :

Rabattre la base autour de son diamètre de front (*vertical*), *rabattre de même* π *considéré comme situé dans le plan de base* (voir fig. 89). *Pour cela : joindre* π *à* D′ *ce qui détermine sur la charnière la distance de* π *à la charnière, et porter cette longueur en* π' *sur la ligne d'horizon à partir de la charnière. Mener par* π' *les tangentes à la base rabattue en* t, t′; *enfin, relever ces points en* TT *en menant*

les perpendiculaires sur la charnière; par les pieds de ces perpendiculaires les fuyantes en P′ *et en portant sur ces fuyantes les longueurs des perpendiculaires au moyen du point* D′.

Pour déterminer le contour apparent du cône, on opérera de même que pour le cylindre, mais au lieu du point de fuite π *des génératrices, on devra se servir de leur point de convergence ou sommet* M *du cône, que l'on considérera comme situé dans le plan de base, que l'on rabattra en menant par* M *la fuyante en* P′ (*voir* fig. 90), *puis, par sa rencontre avec la charnière de rabattement, la perpendiculaire à la charnière, etc.; la suite de la construction est identique à celle du cylindre, si ce n'est, naturellement, que les génératrices doivent, en définitive, converger vers* M *et non fuir en* π.

CHAPITRE X

Plans montants ou descendants. Plans obliques quelconques. Intersection de plans. Projections. Angles des plans.

Les divers problèmes qui se posent sur des plans montants ou descendants, c'est-à-dire dont les lignes de front et, par conséquent, la ligne de fuite, sont horizontales, seront traités exactement de la même manière que ceux sur plans verticaux obliques en faisant faire simplement un quart de tour à toute la figure. C'est la même chose que pour les plans verticaux perpendiculaires au tableau dont les problèmes se traitent exactement comme ceux sur plans horizontaux.

Je n'ai donc rien de particulier à dire à ce sujet, d'autant plus qu'en pratique il vous sera presque toujours plus rapide de procéder autrement en vous servant, par exemple, des projections sur le sol et de l'échelle des hauteurs.

Néanmoins, j'ai représenté à la figure 91 une arcade en mur de soutènement

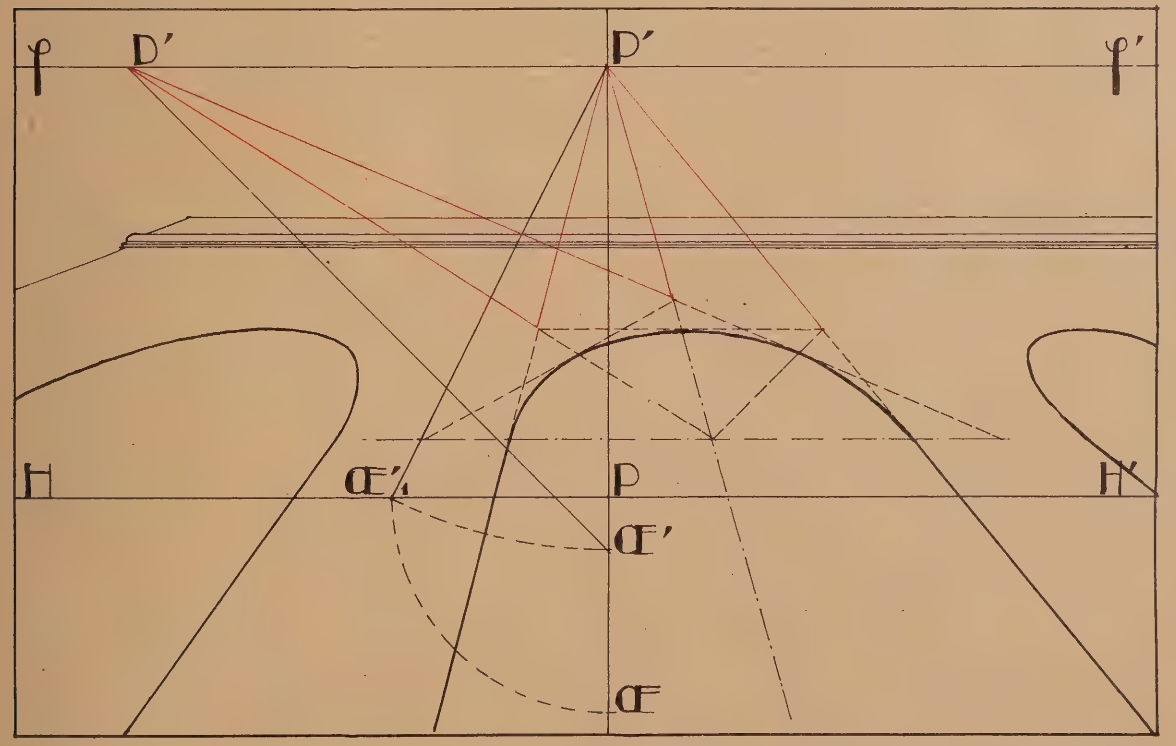


Fig. 91. — Les tracés dans les plans montants ou descendants se feront comme dans les plans verticaux obliques en transposant les verticales en horizontales et vice-versa. Comparer avec figure 79.

semblable à celle de la figure 79 mais tournée de manière que les horizontales du mur soient de front. La face du mur est dès lors un plan montant et la mise en perspective des arcades est faite comme il vient d'être expliqué. Il suffira de comparer la figure 91 à la figure 87 pour voir que les méthodes sont identiques et de la comparer à la figure 82 pour comprendre des différences avec le cas d'un plan oblique perpendiculaire au tableau.

Enfin, les problèmes relatifs à des plans obliques quelconques seront traités exactement de même que ceux relatifs à des plans verticaux obliques ou à des plans montants ou descendants, mais la ligne de fuite $\varphi \varphi'$ sera oblique au lieu d'être verticale ou horizontale, et la ligne P′Œ′, qui passe toujours par P, sera perpendiculaire à $\varphi \varphi'$.

La figure 92 représentant le même mur de soutènement mais oblique que la figure 79 fait ressortir cette similitude absolue, sans qu'il me soit besoin de m'étendre sur ce sujet.

Avant d'aborder l'étude des reflets et du tracé des ombres, je dois vous dire quelques mots des intersections de plans et des projections.

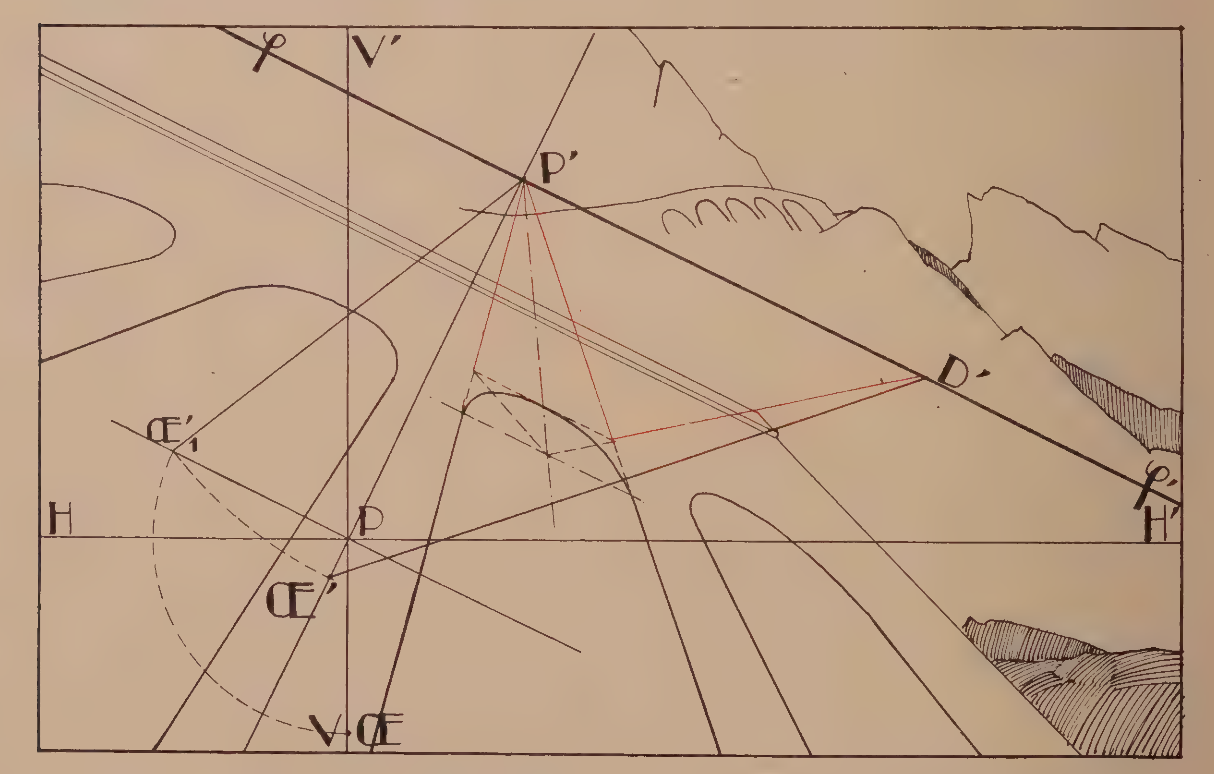


Fig. 92. — Le même mur de soutènement dans un plan incliné-oblique. L'épure est identique à la figure 91, mais $\varphi \varphi'$ est inclinée.

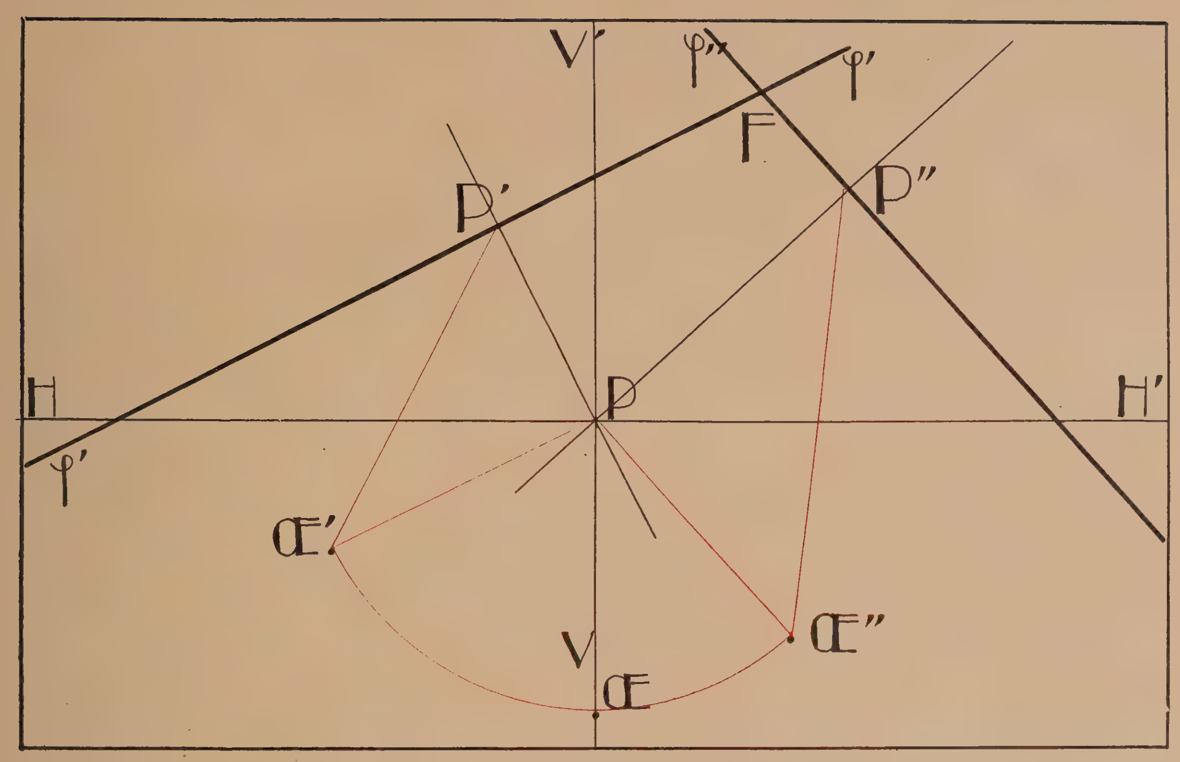


Fig. 93. — Le point de fuite de l'intersection de deux plans est le point d'intersection de leurs lignes de fuite.

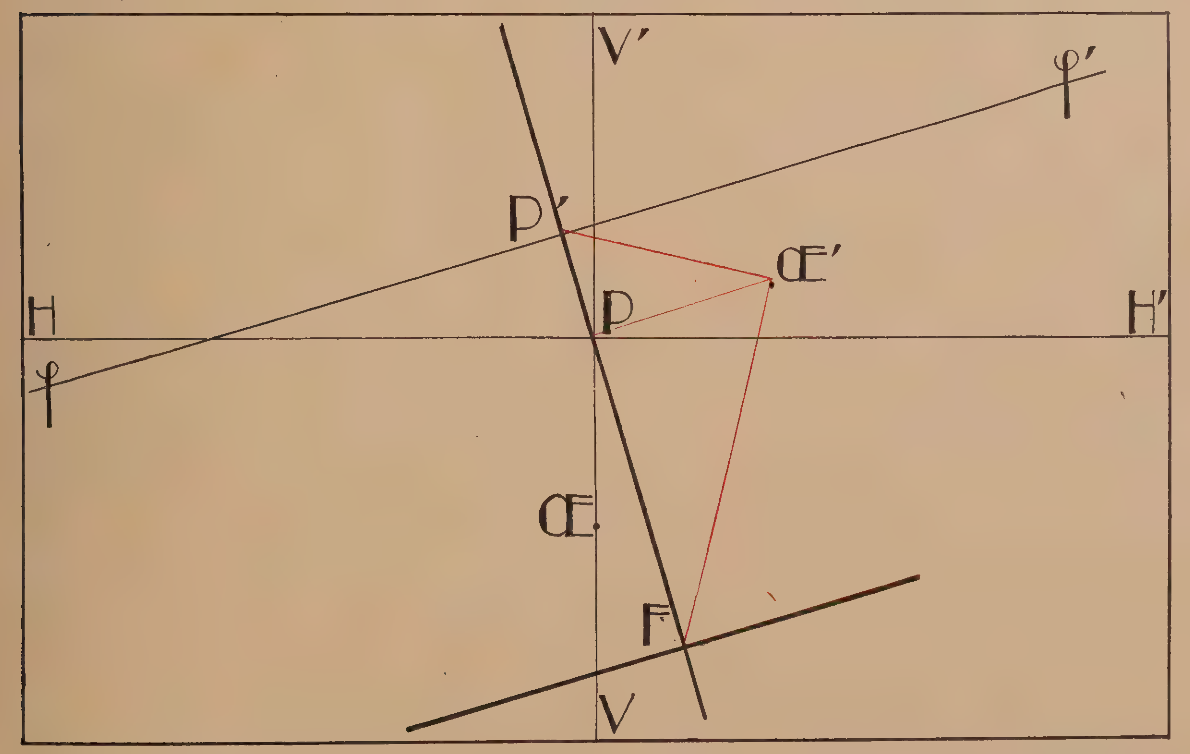


Fig. 94. — Le point de fuite des perpendiculaires à un plan est obtenu en rabattant Œ autour de PP', ce qui donne Œ'P' direction du plan et Œ'F celle des perpendiculaires qui fuient en F.

Cela vous montrera que la perspective ou système de projections coniques permet de résoudre tous les mêmes problèmes que la géométrie descriptive ou système de projections cylindriques, généralement orthogonales.

Cela vous servira à comprendre les tracés de reflets et d'ombre que je vous exposerai dans les chapitres suivants :

Les intersections de deux plans se trouvent immédiatement si vous voulez bien vous souvenir de ce que la ligne de fuite d'un plan contient des points de fuite de toutes les lignes de ce plan. Elle contient donc le point de fuite de la ligne d'intersection. Il en est de même de la ligne de fuite au deuxième plan. Donc l'intersection de deux plans a pour point de fuite le point de rencontre de leurs deux lignes de fuite.

Or, une ligne de fuite est connue du moment que l'on connaît deux points de fuite et la direction frontale du plan (fig. 93).

Il sera donc toujours facile de déterminer le point de fuite de l'intersection de deux plans.

La projection d'un point sur un plan (j'entends par ces mots la projection orthogonale du point sur le plan) s'obtiendra en faisant passer par le point une perpendiculaire au plan. Pour cela vous choisirez judicieusement deux plans perpendiculaires au premier et leur intersection vous donnera le point de fuite de la perpendiculaire issue du point donné (voir fig. 94).

Le plus souvent le plus simple sera de se servir parmi l'infinité de plans perpendiculaires à celui donné, du plan perpendiculaire aux lignes de front du plan donné et de celui contenant ces lignes de front. L'intersection des deux donnera le point de fuite de la projetante du point. Ce point de fuite se trouvera par un simple rabattement autour de la ligne PP′.

Réciproquement, si vous désirez connaître la ligne de fuite des plans perpendiculaires à une droite dont vous connaissez le point de fuite, vous devrez vous servir d'un plan auxiliaire perpendiculaire au tableau et contenant la droite donnée. Sa ligne de fuite passera par le point de fuite donné et par le point P.

En rabattant ce plan autour de sa ligne de fuite on obtient immédiatement la ligne de fuite du plan cherché.

S'il s'agit de connaître un plan faisant avec un autre un angle donné ou de connaître l'angle de deux plans, on se servira de même d'un plan auxiliaire perpendiculaire à l'intersection des deux plans (voir fig. 95).

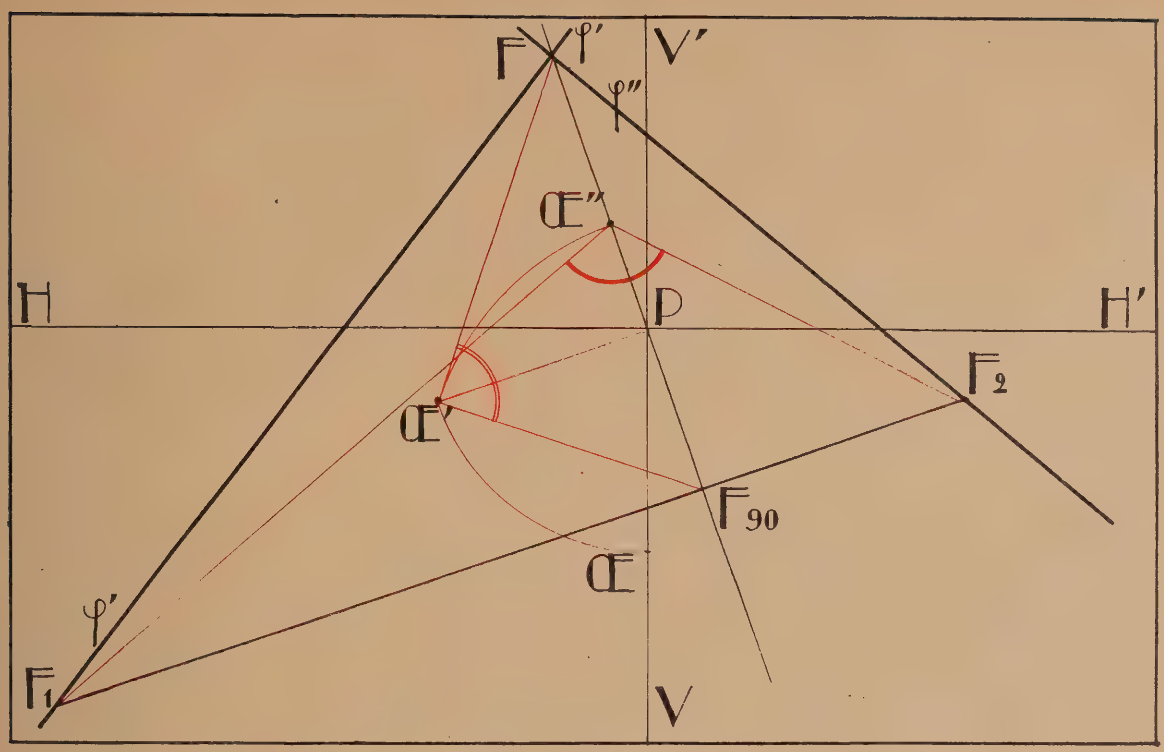


Fig. 95. — Pour connaître l'angle de deux plans on se servira d'un plan auxiliaire F_1F_2 dont la ligne de fuite passe par F_{90}, point de fuite des perpendiculaires à l'intersection dans un plan perpendiculaire au tableau FP.

Résumé

Les problèmes relatifs aux plans montants ou descendants, ceux relatifs aux plans obliques quelconques se traitent exactement comme ceux relatifs aux plans verticaux obliques, mais la ligne de fuite au lieu d'être verticale sera horizontale pour les premiers et oblique pour les seconds, et le point Œ' *se trouve toujours sur la perpendiculaire à la ligne de fuite passant par* P (voir fig. 91 et 92).

Le point de fuite de l'intersection de deux plans est le point de rencontre des deux lignes de fuite (voir fig. 93).

Les divers problèmes géométriques sur les plans se traiteront souvent par l'emploi d'un plan auxiliaire perpendiculaire au tableau et à la ligne de fuite du ou d'un des plans dont il s'agit (voir fig. 94).

CHAPITRE XI

Reflets. Généralités. Miroirs plans. Miroirs horizontaux. Reflets dans l'eau.

Dans l'étude des reflets en perspective, je ferai abstraction des miroirs non plans qui sont sans intérêt pratique et dont l'étude entraînerait des développements de géométrie optique qui sortiraient complètement du cadre de cet ouvrage.

Il faut d'abord bien nous rendre compte du phénomène lumineux qui constitue le reflet. Lorsque des rayons lumineux viennent frapper une surface réfléchissante, on peut dire, en faisant abstraction des phénomènes physiques secondaires tels qu'absorption ou réfraction, qu'il se brise en restant dans le même plan perpendiculaire au miroir et en refaisant avec celui-ci le même angle qu'il faisait, mais compté dans l'autre sens. C'est ce qu'on exprime en physique en disant que l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence (voir fig. 96).

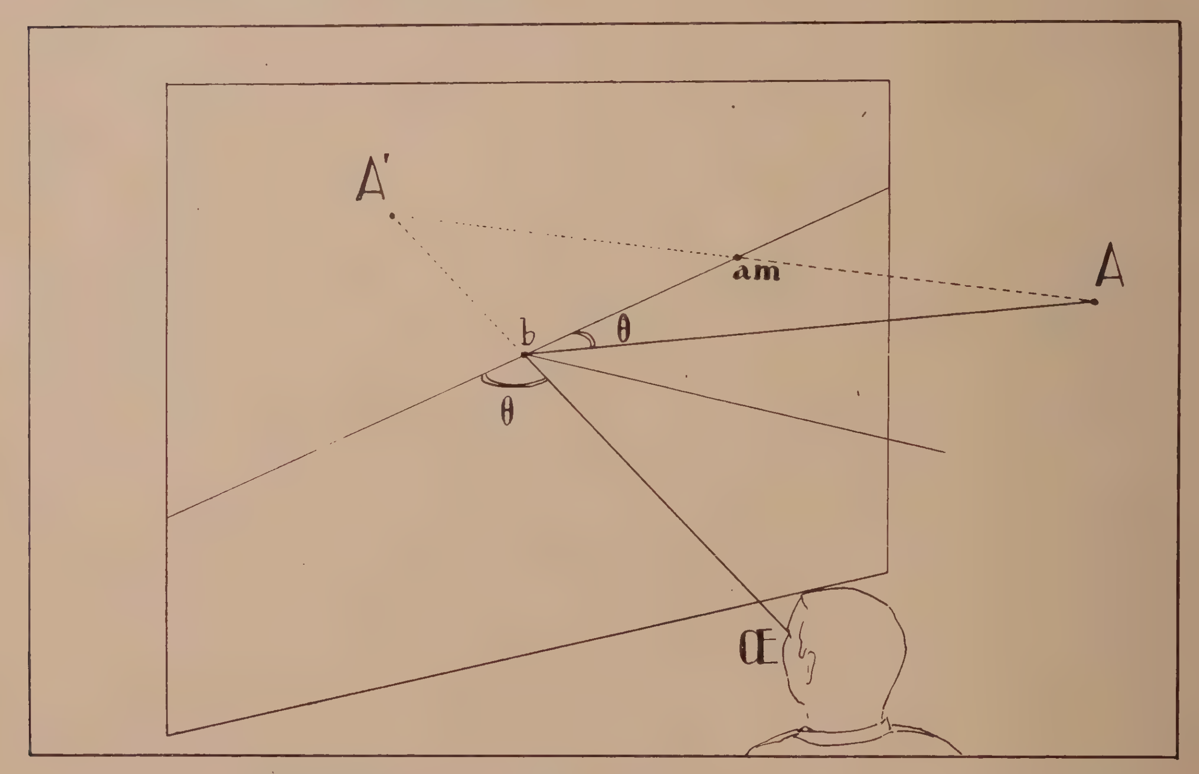


Fig. 96. — Un rayon lumineux *Ab* rencontrant un miroir suivant un angle θ dans un plan perpendiculaire au tableau se réfléchit dans ce même plan et suivant un angle égal : l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion. A' aura l'air d'être sur *Aam* prolongée de sa longueur.

Il résulte de cette loi générale que lorsqu'un faisceau de rayons lumineux émané d'un objet quelconque frappe un miroir, il suit ensuite exactement le même chemin que s'il émanait d'un objet identique situé de l'autre côté du miroir et disposé symétriquement par rapport au plan du miroir.

Il en résulte aussi le fait suivant, contrôlé d'ailleurs par l'expérience journalière : un objet vu par réflexion dans un miroir ou dans l'eau apparaît « retourné » par rapport au plan de la surface réfléchissante. Si on pousse l'analyse de ces faits un peu plus loin, on arrive à une constatation qui, de prime abord, apparaît paradoxale :

Je suppose que, tenant un objet dans la main droite, vous vous placiez devant un miroir vertical; vous verrez dans le miroir une image en tous points semblable à vous, mais l'objet tenu par votre main droite apparaîtra tenu par la main gauche de votre image (voir fig. 97). Au contraire, les pieds de l'image seront comme les vôtres, situés plus bas que la tête. Enfin, le devant sera derrière et réciproquement. Il semble donc qu'il y ait « retournement » dans deux sens et non dans l'autre.

Cette interprétation est fausse : la notion de droite et de gauche est une notion uniquement subjective tandis que la notion de haut et bas ne se conçoit que par rapport à l'ensemble des choses environnantes. Pour mieux me faire comprendre :



Fig. 97. — Un personnage se regardant dans un miroir voit son reflet faire de la main gauche le geste qu'il fait de la main droite, mais la tête reste en haut cependant que les faces antérieure et postérieure sont inversées comme la gauche et la droite.

je suppose que votre main droite soit à l'est et la gauche à l'ouest; l'image de votre main droite sera à l'est et l'image de votre main gauche sera à l'ouest. Il y a alors concordance avec ce qui se passe pour la tête et les pieds parce que la notion de l'orientation n'est pas subjective, mais, comme celle de hauteur, ne se conçoit que par rapport à l'ensemble des choses environnantes.

S'il s'agit de reflet dans l'eau, la droite et la gauche et le haut et le bas seront inversés (voir plus loin).

Si maintenant nous étudions les reflets dans l'eau nous pourrons poser immédiatement quelques règles générales qui suffiront à tracer ces reflets.

Le reflet d'une verticale, c'est-à-dire d'une ligne perpendiculaire à la surface réfléchissante, sera sur son propre prolongement, mais retournée. Il faudra donc (voir fig. 98) pour dessiner le reflet de *a* ou de *b* prolonger ces lignes et marquer sur elles les points où elles recontreraient l'eau.

Il convient de remarquer, pour éviter des fautes très fréquentes, que ce point n'est pas sur l'horizon ni, sauf cas particuliers, sur la ligne figurant le bord de la nappe d'eau. On arrivera toujours facilement à le tracer, avec l'échelle des hauteurs en général.

Puis on reportera en dessous les hauteurs qui donneront les points *am* et *bm*, reflets de *a* et *b*.

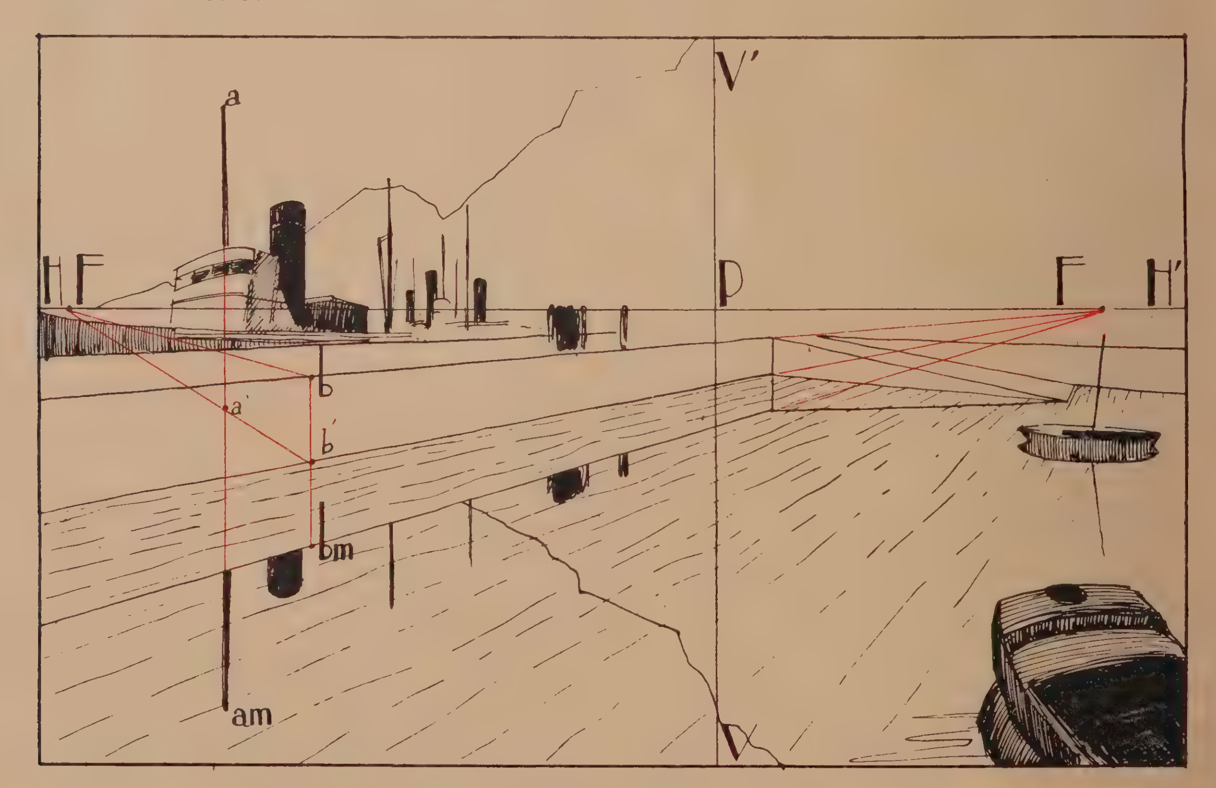


Fig. 98. — Reflet des verticales dans l'eau.

Comme d'ailleurs la verticale *aa* peut ne pas être réelle mais seulement une ligne de construction, on pourra ainsi mettre en perspective un reflet en procédant point par point. Ce sera souvent la méthode la plus simple.

Néanmoins, il est utile de faire un certain nombre de remarques qui permettront l'emploi des points de fuite et des autres procédés de simplification pour les tracés complexes.

Toute ligne horizontale se réfléchira dans l'eau suivant une ligne horizontale parallèle et, par conséquent, de même point de fuite (voir fig. 99). Cela est évident.

Tout plan vertical se réfléchira dans l'eau en se prolongeant. La ligne de fuite d'un plan vertical est donc aussi la ligne de fuite de son image réfléchie (voir fig. 100). Cela est évident également puisque les verticales se réfléchissent suivant leur prolongement.

Les points de fuite de lignes obliques dans un plan vertical réfléchies dans l'eau seront donc sur la ligne de fuite de ce plan mais placés symétriquement des points de fuite des lignes réelles par rapport à la ligne d'horizon, c'est-à-dire du point P′, point où la ligne de fuite, verticale située à l'infini, perce le plan d'eau, à l'infini aussi (voir fig. 100). Il en sera ainsi notamment du point de distance.

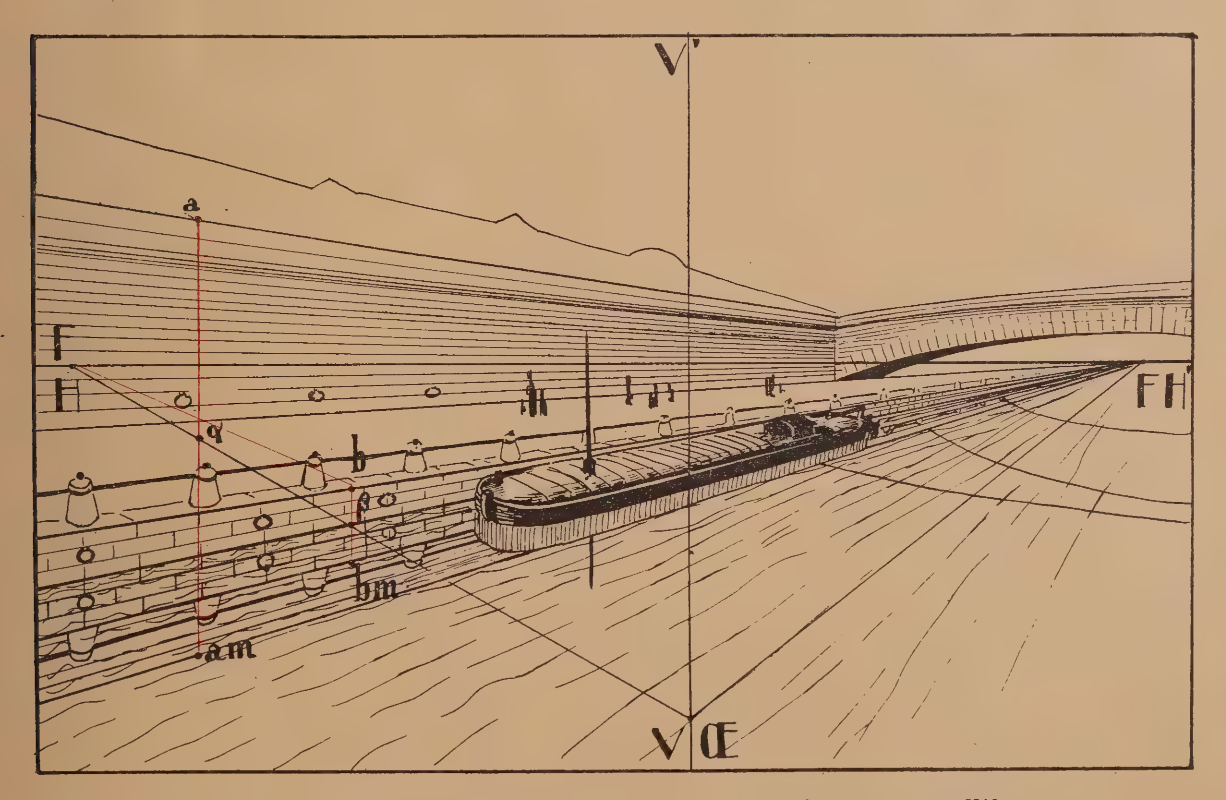


Fig. 99. — Toute horizontale se reflète dans l'eau suivant une parallèle.

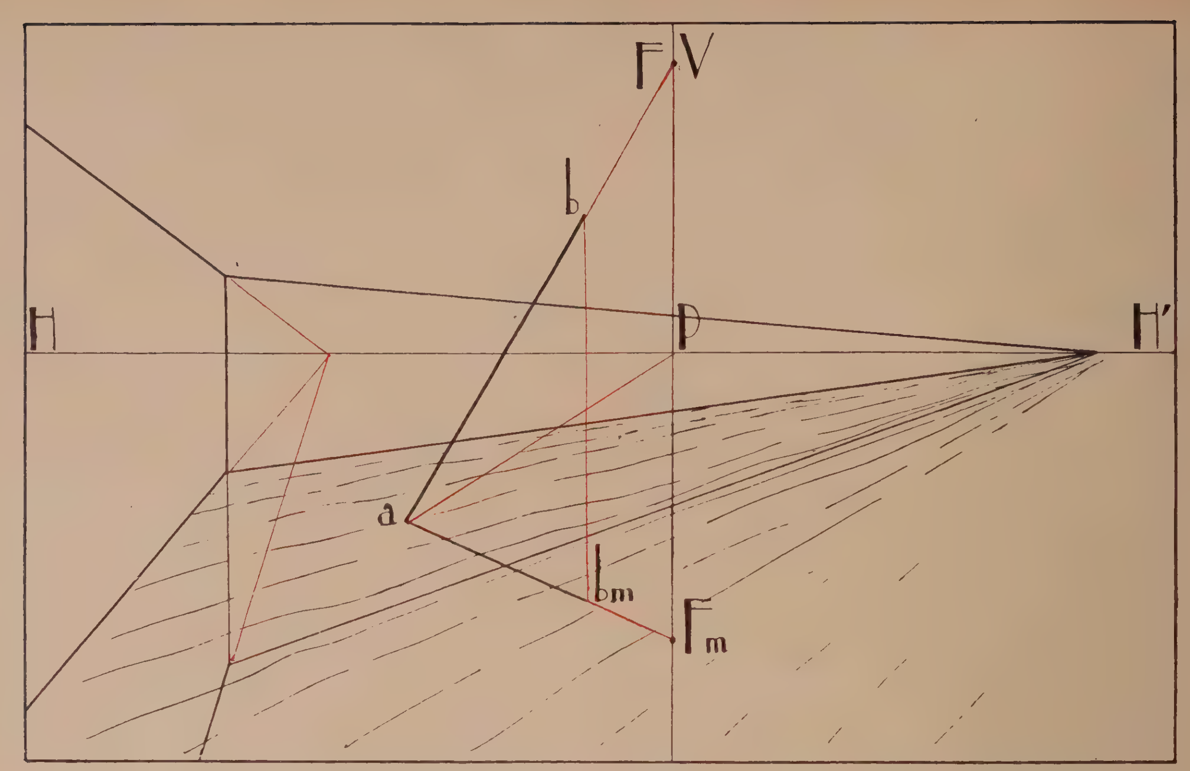


Fig. 100. — Reflet d'une oblique *ab* dans l'eau. Le point de fuite F*m* du reflet est sur la ligne de fuite du plan verticale AB et symétrique par rapport à HH'.

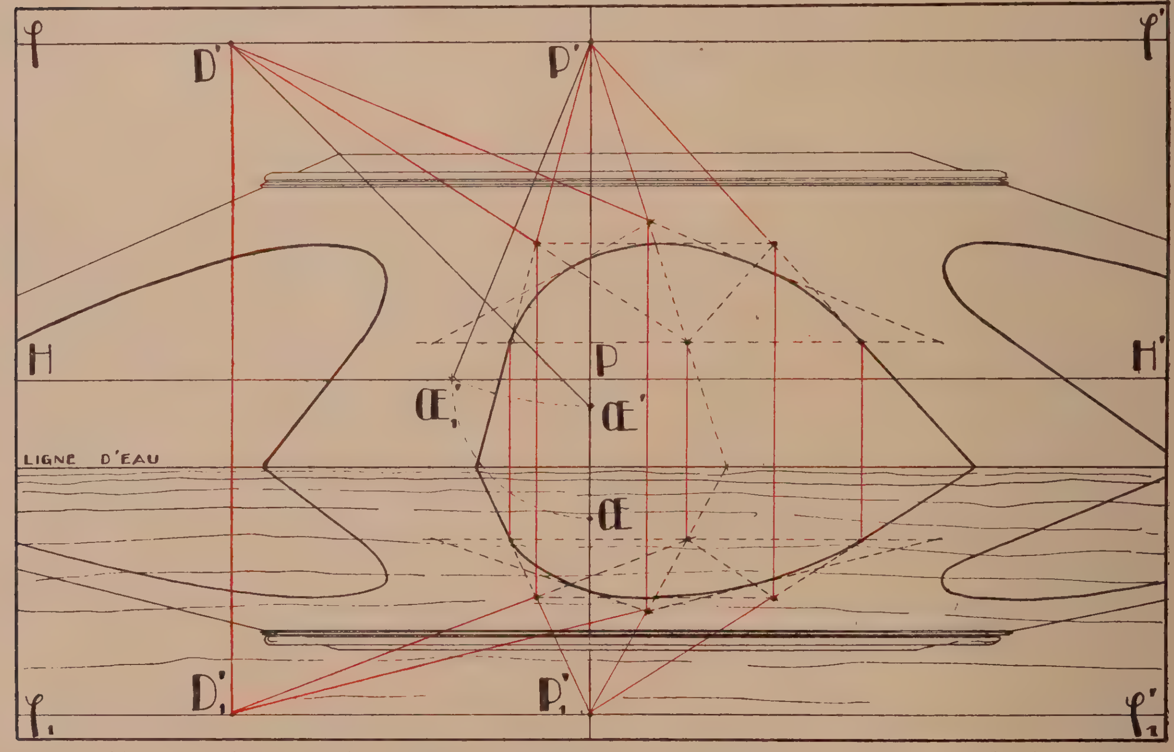


Fig. 101. — La ligne de fuite du reflet dans l'eau d'un plan montant sera une parallèle à sa ligne de fuite et symétrique par rapport à HH'.

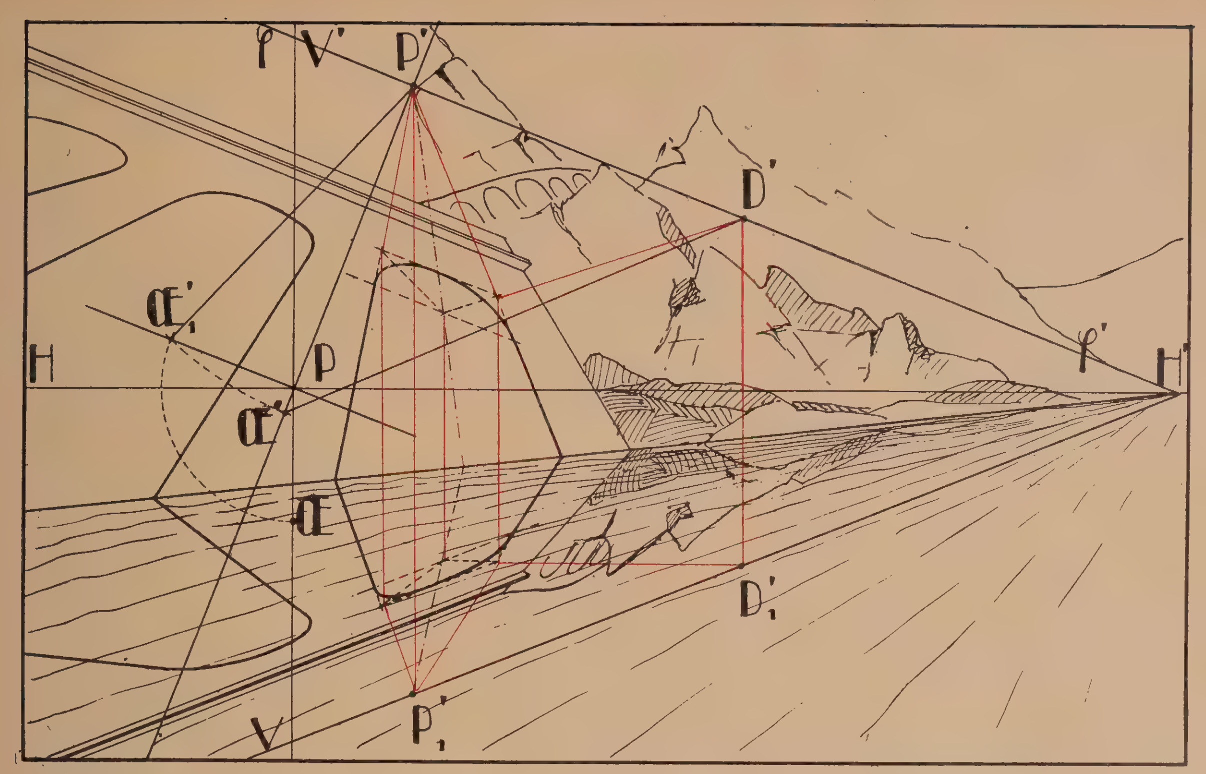


Fig. 102. — La ligne de fuite d'un plan oblique incliné réfléchi dans l'eau est symétrique à sa ligne de fuite réelle par rapport à HH'.

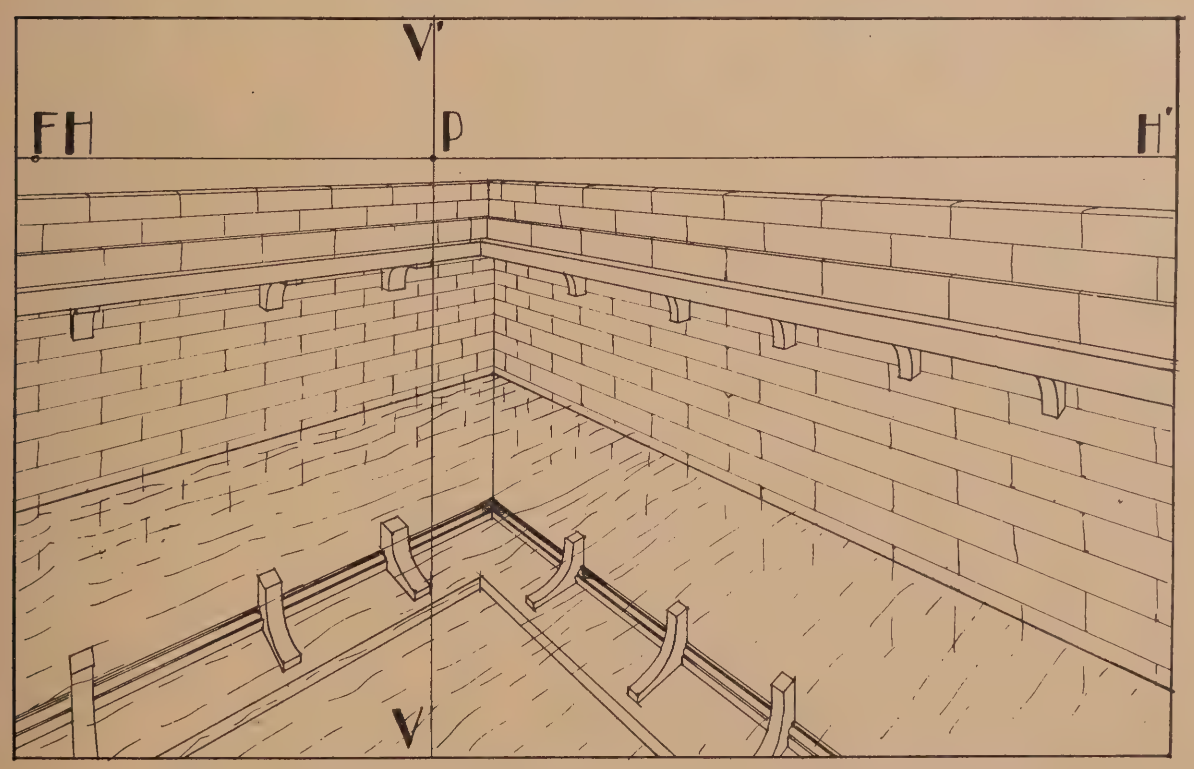


Fig. 103. — Exemple de mur de quai avec encorbellement réfléchi dans l'eau.

La ligne de fuite de l'image réfléchie d'un plan montant ou descendant sera l'horizontale symétrique de la ligne de fuite du plan réel par rapport à la ligne d'horizon. Les points de fuite seront symétriques par rapport à la même ligne. La figure 101, qui est à rapprocher de la figure 91 car elle lui est semblable sauf l'adjonction d'un plan d'eau réfléchissant, montre nettement cette symétrie.

La ligne de fuite et les points de fuite de l'image réfléchie d'un plan oblique quelconque seront les symétriques de la ligne de fuite et des points de fuite du plan réel. La figure 102, qui est à comparer avec la figure 92, montre également très nettement cette symétrie.

Tout cela ressort immédiatement de l'examen des figures et n'a nul besoin de démonstration.

Il y a lieu toutefois de remarquer que des déformations considérables peuvent avoir lieu dans les reflets, que des faces d'objets cachés dans la vision directe peuvent devenir apparentes dans le reflet et réciproquement. Il en sera ainsi d'un quai avec encorbellement, comme à la figure 103. Il faut remarquer aussi que le contour apparent d'un cylindre ne reste le même que s'il est vertical, que celui du cône ne restera jamais le même. La figure 104, qui figure l'extrémité d'un môle, montre bien qu'il en est ainsi : les génératrices de contour apparent sur le cylindre incliné correspondent à deux génératrices nettement différentes. Il en est de même de celles

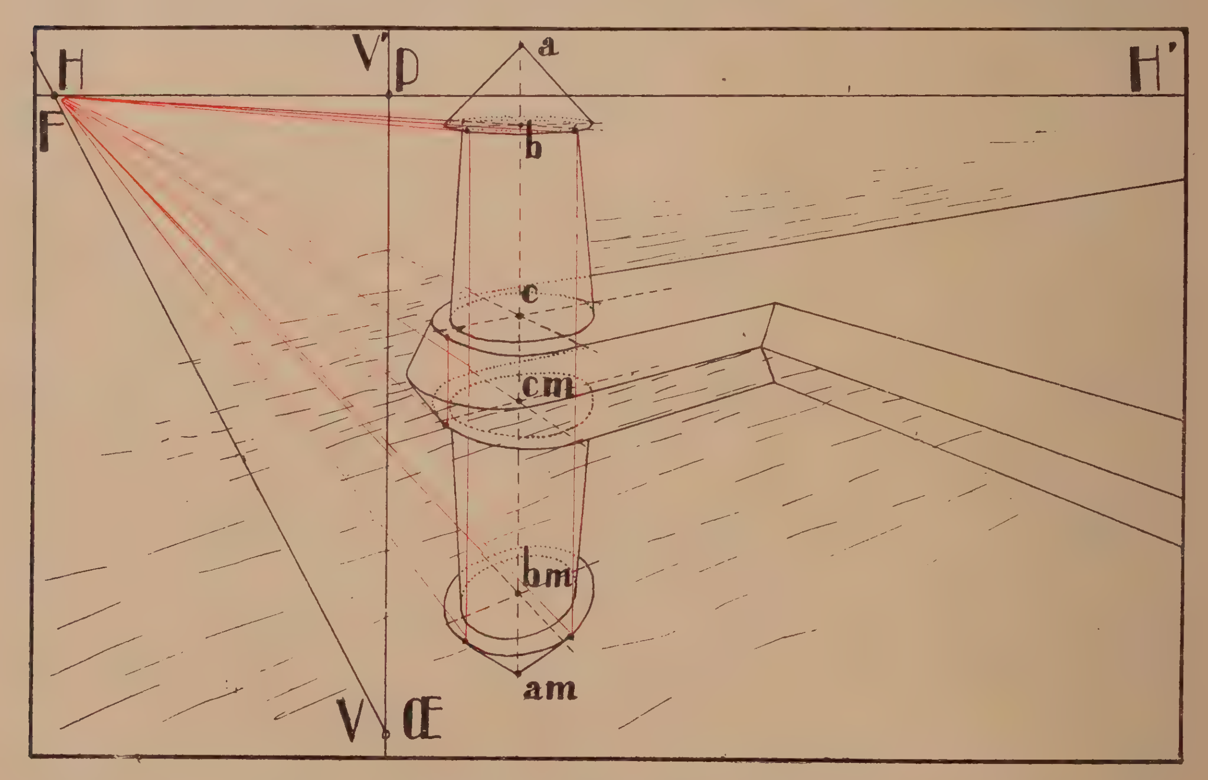


Fig. 104. — Les contours apparents des cônes ne se conservent pas dans les reflets, même si l'axe du cône est perpendiculaire au miroir.

du cône, tandis que les génératrices de contour apparent du reflet de la tour de balisage sont dans le prolongement de celles de la tour elle-même.

On remarquera que le fait qui explique la symétrie des tracés à l'infini, lignes ou point de fuite, par rapport à la ligne d'horizon, ligne de fuite de la surface réfléchissante, est que cette surface est perpendiculaire au tableau.

Enfin, dans le cas, très rare, de miroirs plafonnant, les méthodes et principes sont exactement les mêmes que dans celui de l'eau, mais la surface réfléchissante est au-dessus de l'horizon.

Résumé

Un rayon lumineux qui frappe un miroir est réfléchi dans le plan perpendiculaire au miroir qui le contient et l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence.

Le reflet d'un point est donc le symétrique de ce point par rapport au plan du miroir (voir fig. 96).

REFLETS DANS L'EAU

Une verticale est réfléchie dans l'eau suivant son prolongement et symétriquement par rapport à son pied dans le plan d'eau (fig. 98).

Le reflet dans l'eau d'une horizontale a même point de fuite que cette horizontale (fig. 99).

Un plan vertical et son reflet dans l'eau ont même ligne de fuite. Les points de fuite sont symétriques de part et d'autre de la ligne d'horizon (ou du point P') (fig. 100 à 102).

La ligne de fuite du reflet dans l'eau d'un plan montant ou descendant est l'horizontale symétrique de la ligne de fuite du plan par rapport à l'horizon. Les points de fuite sont sur la même ligne verticale (fig. 101).

Un plan oblique quelconque et son reflet dans l'eau ont deux lignes de fuite symétriques par rapport à l'horizon (fig. 102). *Les points de fuite sont sur la même verticale.*

Remarques. — *Une face cachée d'un objet peut être vue dans le reflet — et réciproquement* (fig. 103).

Le contour apparent du reflet dans l'eau d'un cylindre n'est le même que celui du cylindre que si ce cylindre est vertical (fig. 104).

Le contour apparent d'un cône et de son reflet n'est jamais le même (fig. 104).

Le cas du miroir plafonnant est identique à celui du reflet dans l'eau, compte tenu de la situation par rapport au plan d'horizon.

CHAPITRE XII

MIROIRS VERTICAUX. PERPENDICULAIRES AU TABLEAU. MIROIRS VERTICAUX OBLIQUES. MIROIRS MONTANTS OU DESCENDANTS. MIROIRS OBLIQUES QUELCONQUES. CAS DES DOUBLES MIROIRS. MIROIRS PARALLÈLES. MIROIRS PERPENDICULAIRES. MIROIRS A 45°. MIROIRS OBLIQUES. MIROIRS A 60° OU 120°.

Les reflets dans les miroirs verticaux perpendiculaires au tableau (ou, d'une façon plus générale, dans tous les miroirs perpendiculaires au tableau), seront tracés exactement d'après les mêmes méthodes que pour les reflets dans l'eau mais la ligne de fuite du miroir (verticale dans le cas du miroir vertical), remplacera l'horizon.

Ce seront les horizontales de front qui se réfléchiront dans leur prolonge-

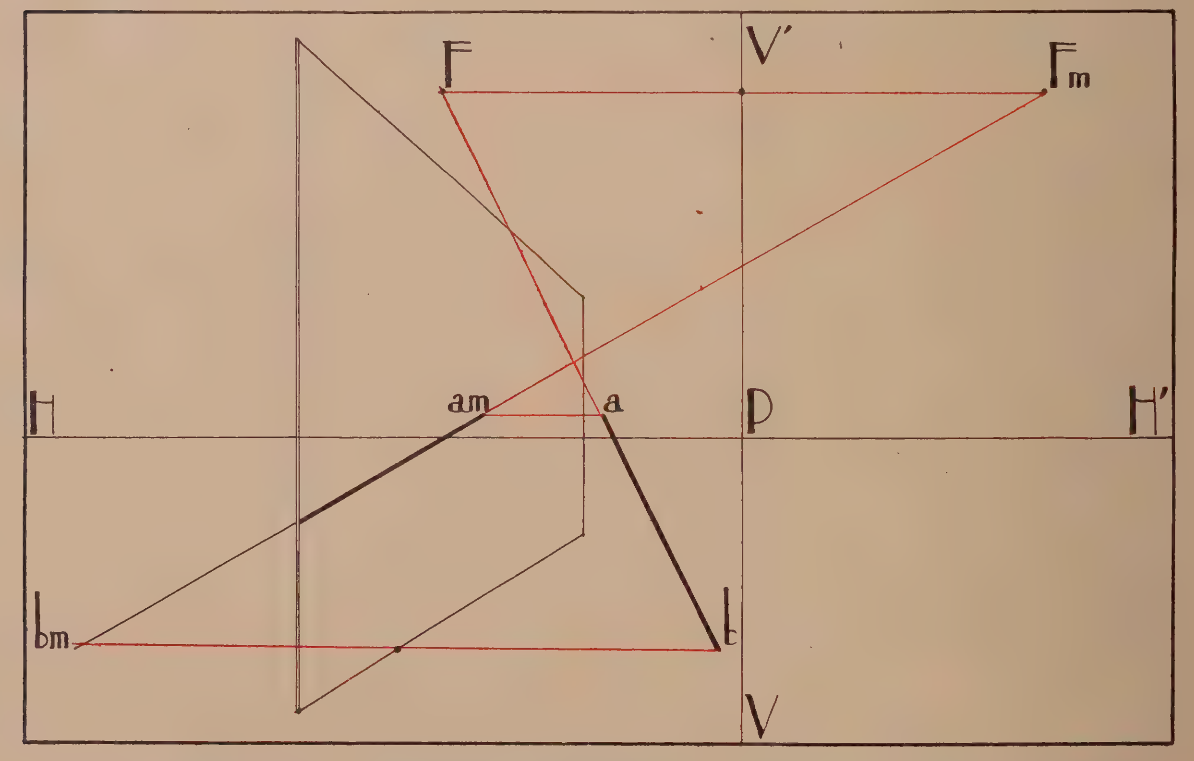


FIG. 105. — Reflet dans un miroir vertical perpendiculaire au tableau d'une oblique *ab*. F*m* est sur la perpendiculaire à VV' abaissée de F et symétrique par rapport à VV' (voir fig. 100).

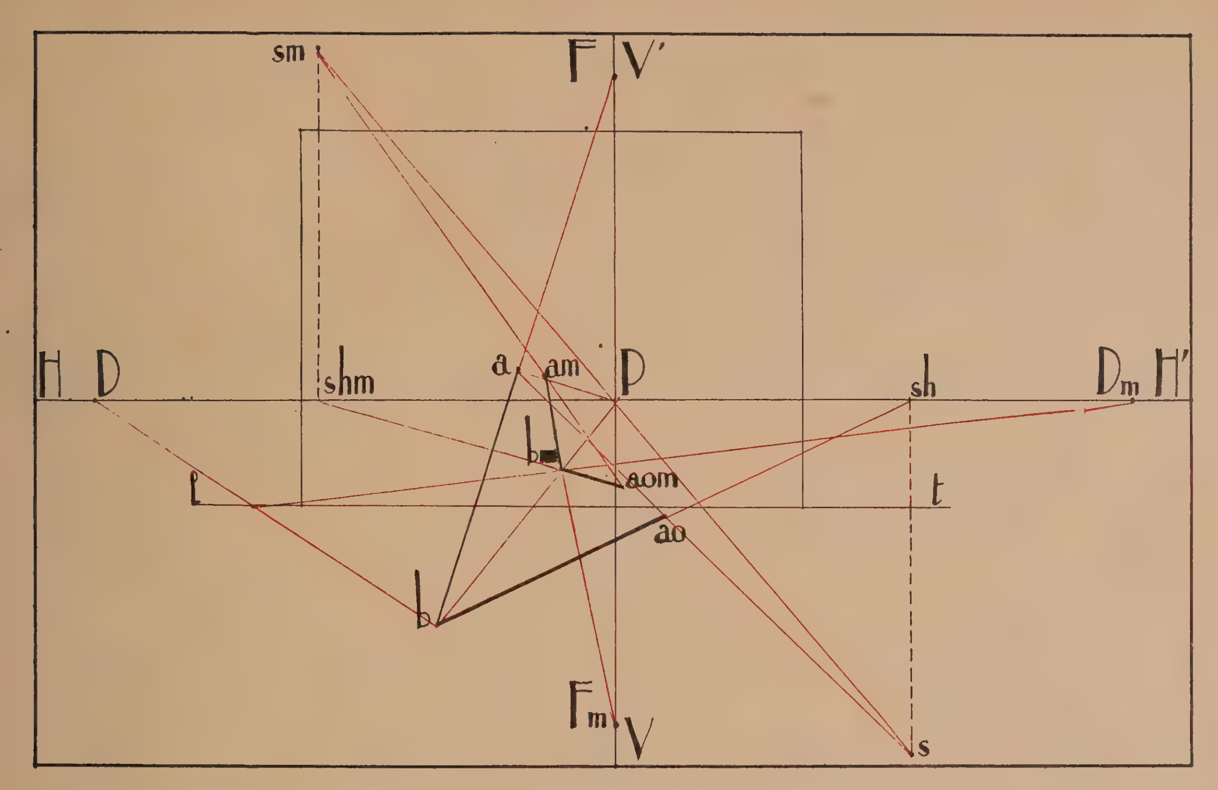


Fig. 106. — Reflet dans un miroir vertical de front. Exemple du reflet du soleil.

ment et c'est sur elles que l'on devra mesurer les longueurs. Elles joueront donc le rôle des verticales dans le reflet dans l'eau et réciproquement.

C'est ce que montre sans qu'il soit besoin de plus amples explications la figure 105.

Toutes les observations faites au sujet des reflets dans l'eau s'appliquent rigoureusement aux reflets dans un miroir perpendiculaire au tableau en tenant compte de la transposition, si je puis dire, indiquée ci-dessus.

Le miroir vertical de front donnera des reflets extrêmement simples (voir fig. 106).

Le cas des miroirs verticaux obliques est quelque peu plus compliqué.

Pour trouver le reflet d'un point *fl* quelconque (voir fig. 107), il faut mener par *fl* une perpendiculaire au miroir et, sur cette perpendiculaire, porter le double de la distance de *fl* au miroir qu'il est donc nécessaire de déterminer d'abord.

Plusieurs tracés pourront être employés suivant les cas. Le plus généralement on connaîtra la projection *flh* du point *fl* sur le sol ainsi que la ligne de base du miroir dans le même plan horizontal. On connaît évidemment aussi $\varphi\varphi'$, ligne de fuite du miroir, verticale de F.

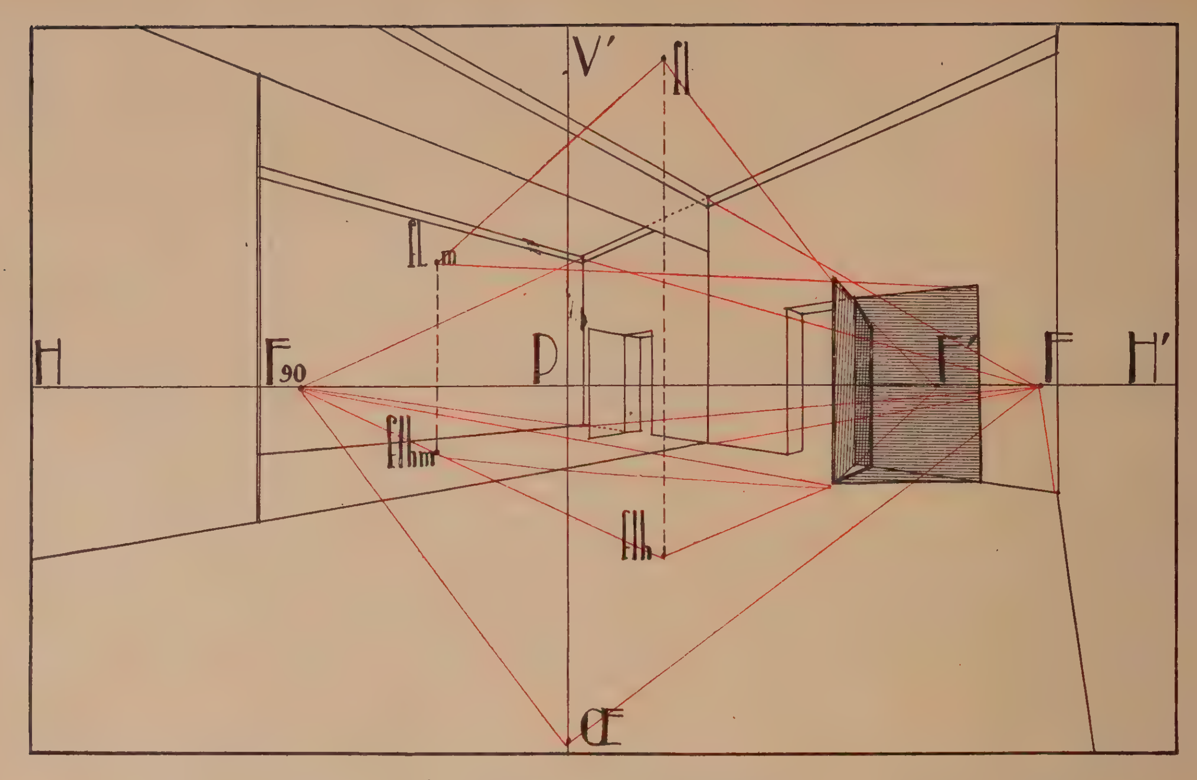


Fig. 107. — Reflets dans un miroir vertical oblique. Exemple de flambeau réfléchi donnant une ombre double.

On déterminera F90, point de fuite des perpendiculaires au miroir.

Je sais donc que *flm* reflet de *fl,* sera quelque part sur la fuyante *flflh* perpendiculaire au miroir et que *flhm,* reflet de *flh,* sera de même sur *flh*F90. Je sais encore que *flflh* étant une verticale, son reflet dans un miroir vertical sera une verticale et que *flm* sera à plomb de *flhm.* Si donc je connais *flhm* je tracerai immédiatement *flm.*

Or, la fuyante *flh*F90 rencontre la base du miroir. Il suffit donc de doubler cette longueur sur *flh*F90. C'est un problème courant : je prends un point de fuite F quelconque sur l'horizon et je trace par *flh* une frontale horizontale.

Le point de fuite F me permet de marquer un point sur la frontale et, en doublant, d'obtenir le point dont la fuyante en F qui donne *flhm* et, par conséquent, *flm.*

Quantité d'autres constructions géométriques peuvent être employées; par exemple, je pourrais aussi, par le point de rencontre de la frontale avec le miroir mener une fuyante au point de fuite des droites faisant avec le miroir l'angle symétrique de celui des frontales.

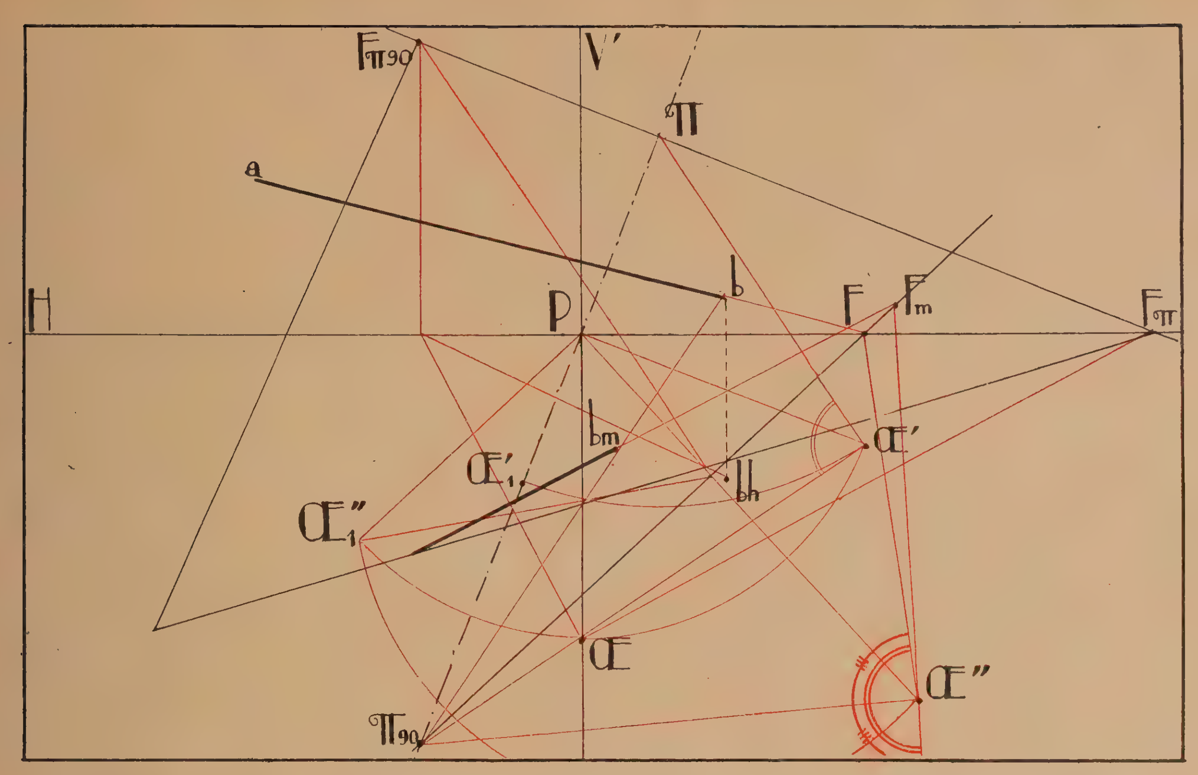


FIG. 108. — Reflet de *ab* dans un miroir oblique quelconque ayant pour ligne de fuite Fπ Fπ 90.

Il y a lieu de faire quelques remarques générales sur les reflets dans les miroirs verticaux obliques.

Les lignes verticales se réfléchiront suivant des verticales.

Les horizontales perpendiculaires au miroir se réfléchiront sur leur propre prolongement.

Une oblique (ou une horizontale) parallèle au miroir conservera même point de fuite pour son reflet.

Les horizontales quelconques se réfléchiront suivant une fuyante en un point de l'horizon que l'on pourra calculer facilement en faisant le tracé qu'indique la figure 107, où F est le point de fuite des horizontales du miroir, F′ celui de la droite donnée et celui du reflet de cette droite serait obtenu en répétant en Œ l'angle P′ŒF.

Cas des miroirs inclinés obliques. Ce cas assez rare donnera lieu à des tracés plus compliqués. Soit un miroir ayant pour ligne de fuite Fπ Fπ90. Pour avoir le reflet de *ab* fuyant en F on cherchera F*m*, reflet de F, par une perpendiculaire au miroir fuyant en π90 et en faisant, à partir de Œ″, des angles égaux des deux côtés de Œ″π90. Ceci fait on trouvera *bm*, reflet de *b*, au moyen de *bh*, puis on mènera la fuyante en F*m*.

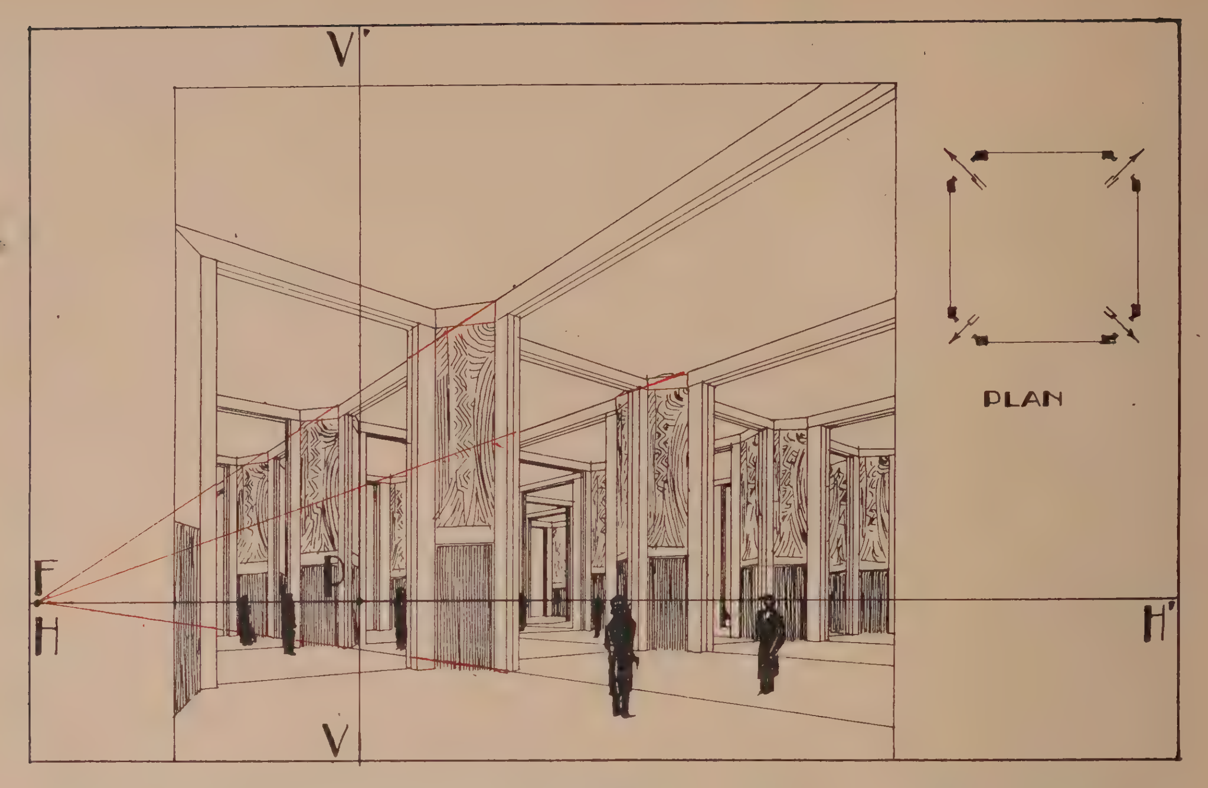


Fig. 109. — Exemple de salle avec quatre grands miroirs l'agrandissant à l'infini en tous sens.

Les miroirs doubles ou multiples donnent à l'architecte des ressources pour agrandir l'aspect de pièces petites.

Si, dans une pièce, on garnit une paroi d'un grand miroir, on doublera la surface apparente de la pièce.

Si, dans une pièce rectangulaire, on garnit deux parois adjacentes de deux grands miroirs, on quadruplera la surface apparente de la pièce.

Si, dans la même pièce, on garnit deux parois opposées de deux grands miroirs, dits de « répétition » en terme de bâtiment, on aura l'aspect d'une galerie s'étendant à l'infini et composée de travées semblables à la pièce.

Si, dans une pièce triangulaire, ou carrée, ou rectangle, ou hexagonale, on garnit les trois, ou quatre, ou six faces de grands miroirs, on aura un aspect de répétition à l'infini en tous sens de la pièce (voir fig. 109).

Remarque. — Dans le cas de miroirs se rencontrant orthogonalement et à joint vif, quel que soit l'emplacement du spectateur dans la pièce, il se verra toujours réfléchi dans l'angle des deux miroirs.

Résumé

Les reflets dans les miroirs perpendiculaires au tableau et verticaux se traceront exactement comme les reflets dans l'eau, en tenant compte du changement de direction de la ligne de fuite du miroir et de celui de ses perpendiculaires (voir fig. 105).

Les reflets dans les autres miroirs perpendiculaires au tableau se traceront exactement de même, mais la ligne de fuite ne sera pas verticale ni les perpendiculaires au miroir horizontales.

Pour les reflets dans les miroirs verticaux obliques il faut se servir du point de fuite des perpendiculaires. Tracer ces perpendiculaires et les doubler (voir fig. 107).

Pour les reflets dans les miroirs inclinés obliques, il faudra aussi se servir du point de fuite des perpendiculaires, les tracer et les doubler. Les tracés seront ceux du cas précédent mais la ligne de fuite du miroir ne sera pas verticale, ni ses perpendiculaires horizontales (voir fig. 108).

On peut agrandir l'aspect des pièces par de grands miroirs simples, doubles, quadruples (voir fig. 109).

CHAPITRE XIII

Tracé des ombres. Ombres propres. Ombres portées. Ombres autoportées. Ombres au flambeau. Différentes positions du flambeau. Ombre portée d'une verticale sur le sol. Ombre d'une droite sur un plan qui lui est parallèle. Convergence en un point du plan sur lequel sont portées les ombres d'une série de droites parallèles. Ombre des cercles.

Lorsqu'un objet est exposé à la lumière du soleil ou à la lumière artificielle, une partie de cet objet est éclairée par les rayons lumineux qui le frappent. L'autre partie est dans l'ombre; c'est ce qu'on appelle l'*ombre propre* de l'objet. La limite de cette ombre est la *ligne séparatrice* d'ombre et de lumière.

Tout le long de la ligne séparatrice les rayons lumineux sont tangents à l'objet.

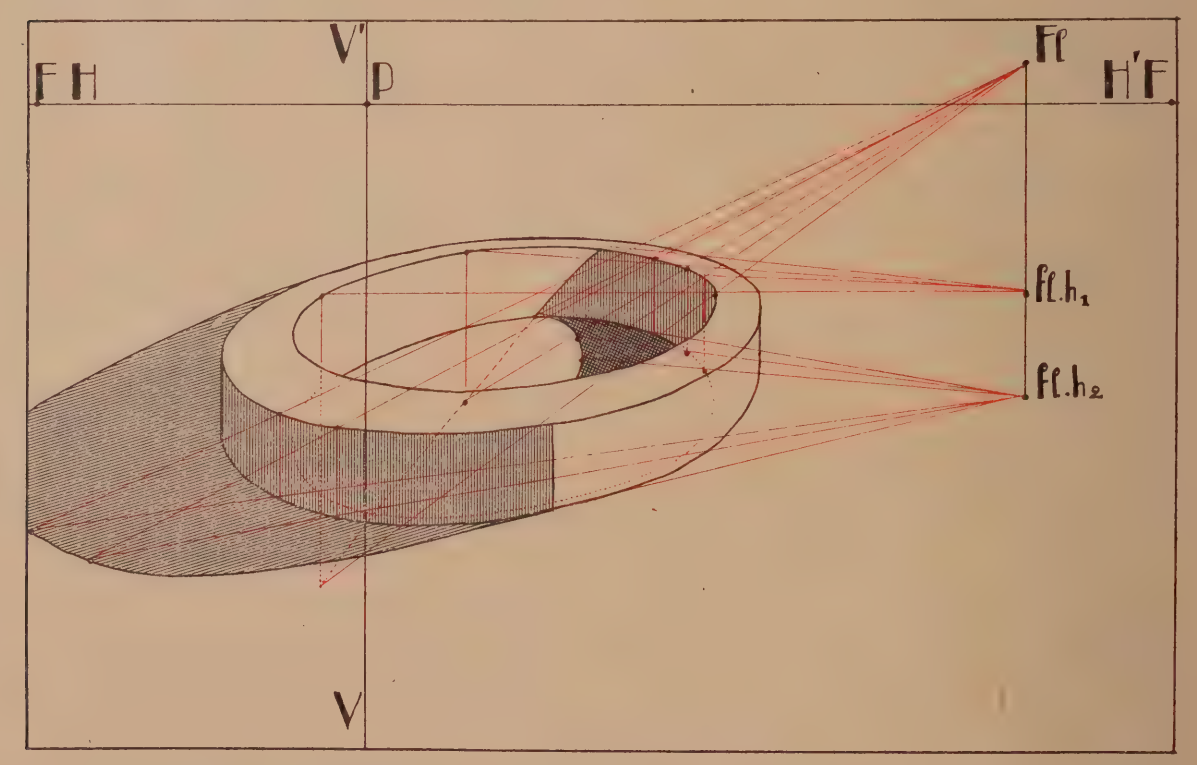


Fig. 110. — Ombre au flambeau de la margelle d'un bassin. Les ombres sur le sol et l'eau sont des ombres portées. L'ombre sur la paroi extérieure est une ombre propre, de même que celle sur la paroi intérieure, là où l'ombre monte jusqu'en haut. La partie triangulaire d'ombre sur la paroi intérieure est une ombre auto-portée.

D'autre part, les rayons lumineux qui éclairent l'objet dans la partie en lumière sont arrêtés par lui et ne peuvent se propager au delà pour éclairer d'autres objets. Il y a donc toute une zone de l'espace qui se trouve ainsi non éclairée et tout objet qui s'y trouve placé est plongé dans l'ombre : cette zone est le *cône d'ombre portée* par l'objet éclairé. C'est en effet un cône ayant pour sommet la source lumineuse et pour génératrices les rayons lumineux tangents à l'objet éclairé.

On appelle *ombre portée* par un objet sur un autre la partie de ce dernier qui est placée dans le cône d'ombre portée du premier (fig. 110).

Enfin, certains objets d'une forme particulière, généralement concaves, peuvent porter ombre sur eux-mêmes, et leur ombre propre peut se raccorder avec cette ombre portée, qui prend le nom d'*ombre autoportée*. Ce sera, par exemple, le cas de la margelle de la figure 110, où la partie marquée de hachures verticales est l'ombre propre sauf l'extrémité triangulaire qui est l'ombre autoportée. On remarquera qu'il est toujours facile de reconnaître si une ombre est une ombre propre ou une ombre autoportée : il s'agit d'une ombre propre si une petite parcelle de la surface de l'objet est placée de telle sorte par rapport à la source lumineuse qu'elle soit dans l'ombre, même si les autres parties de l'objet étaient enlevées. Dans le cas contraire, il s'agira d'une ombre autoportée.

Avant d'aborder l'étude des sources lumineuses et des tracés d'ombre, je veux poser deux principes absolument généraux qui sont vrais quelles que soient et la source lumineuse et la forme, même irrégulière, des objets :

Le point où une ombre portée par un premier objet rencontre l'ombre propre d'un deuxième objet, point que l'on appelle POINT DE PERTE *de l'ombre portée, possède la particularité que toujours la ligne d'ombre portée y est tangente au rayon lumineux.*

Il y a deux catégories d'ombres :

Les ombres produites par un foyer lumineux accessible, que l'on nomme ombres au flambeau, et les ombres produites par un foyer lumineux supposé à l'infini, que l'on nomme ombres au soleil.

Nous commencerons par étudier les ombres au flambeau.

Ombres au flambeau

En général, le flambeau est situé au-dessus de la ligne d'horizon; mais il peut être en avant du spectateur, ou bien dans son plan de front ou bien en arrière de lui (fig. 111).

D'autre part, les ombres se divisent en deux catégories : les ombres propres

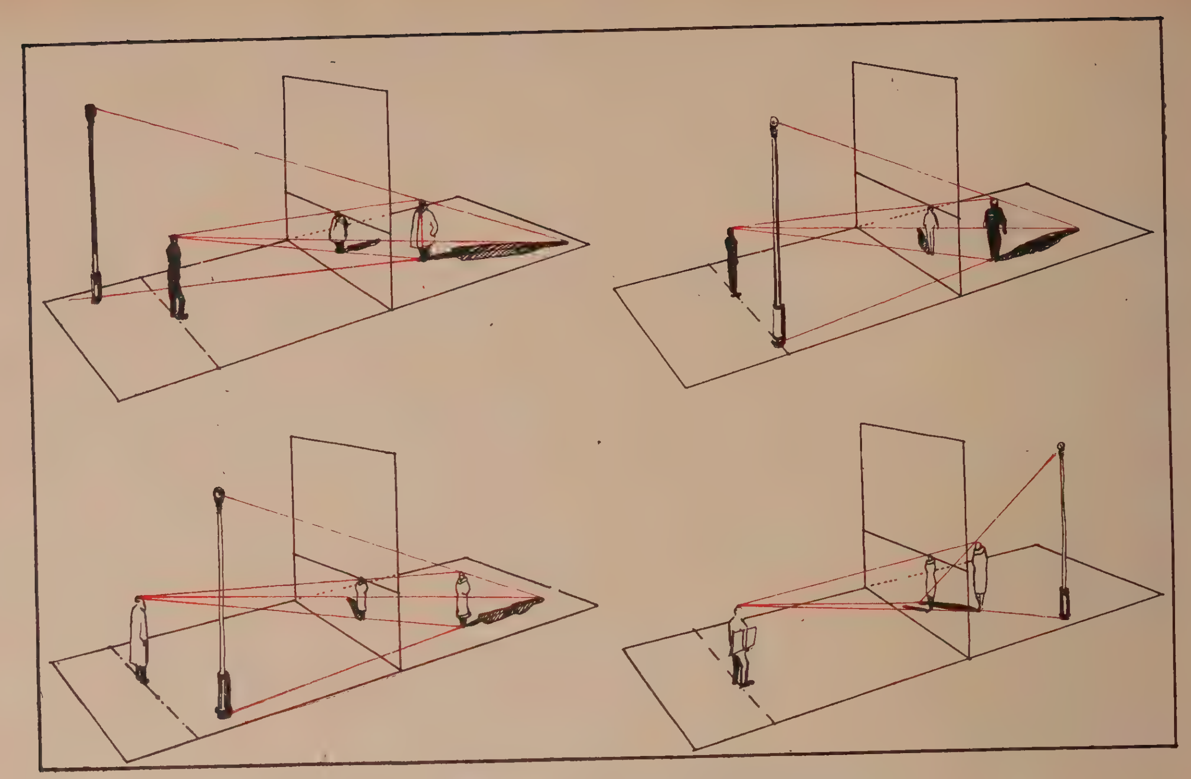


FIG. 111. — Différentes positions possibles du flambeau.

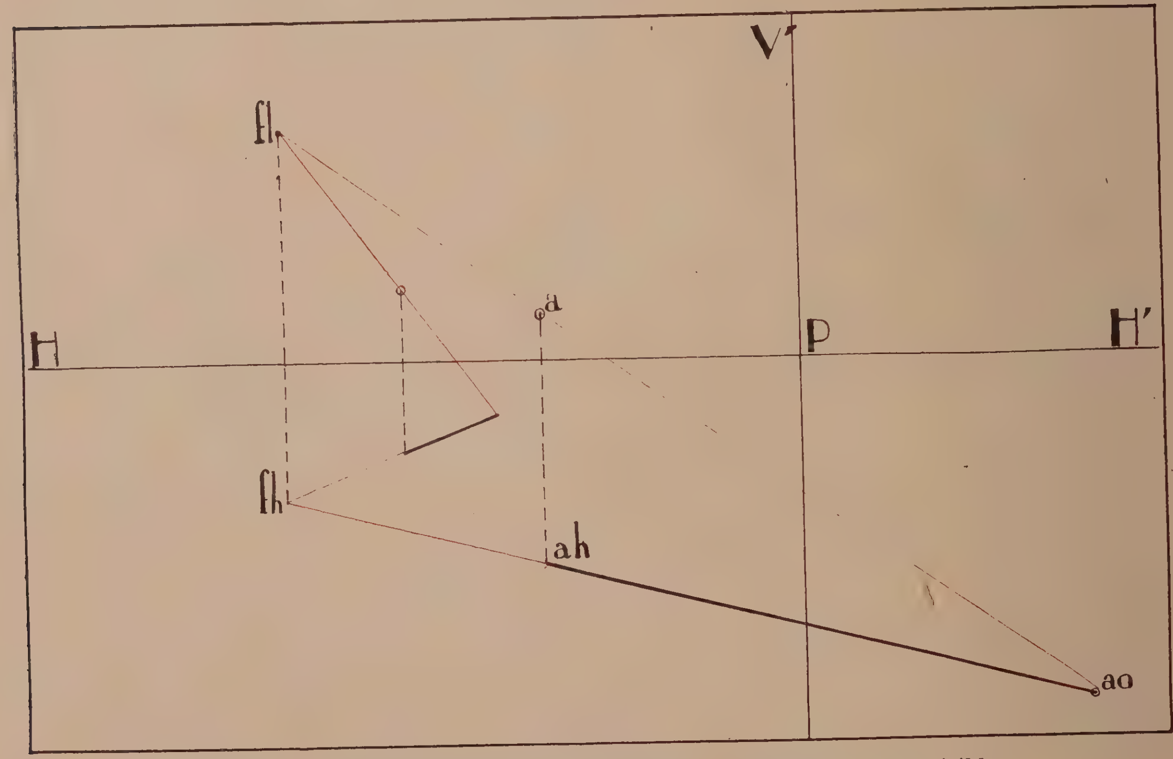


FIG. 112. — Ombre au flambeau d'une verticale le flambeau étant visible.

et les ombres portées. Les ombres propres sont celles que le corps éclairant détermine sur l'objet lui-même; les ombres portées sont celles qu'il détermine sur les corps avoisinants (voir fig. 110).

On détermine les ombres au moyen d'un cône tangent au corps éclairé et dont le sommet est le foyer lumineux.

Le cône produit ainsi sur le corps éclairé une ligne de contact qui est la ligne séparatrice des ombres propres et des parties éclairées.

L'intersection du cône avec le sol cu avec les autres corps avoisinants détermine l'ombre portée.

D'une manière générale, il y a intérêt à définir en premier lieu l'ombre portée, pour ensuite en déduire l'ombre propre. En effet, à chaque point d'ombre portée correspond un point d'ombre propre et réciproquement.

Il y a lieu tout d'abord de rechercher l'image du foyer lumineux.

Si le flambeau est en avant du spectateur, son image sera normale, c'est-à-dire qu'elle sera à droite si le flambeau est à droite, à gauche si le flambeau est à gauche et elle sera au-dessus de l'image du pied du flambeau dans le sol.

Si, au contraire, le flambeau est en arrière du plan de front du spectateur, l'image sera inversée, c'est-à-dire qu'elle sera à gauche si le flambeau est à droite,

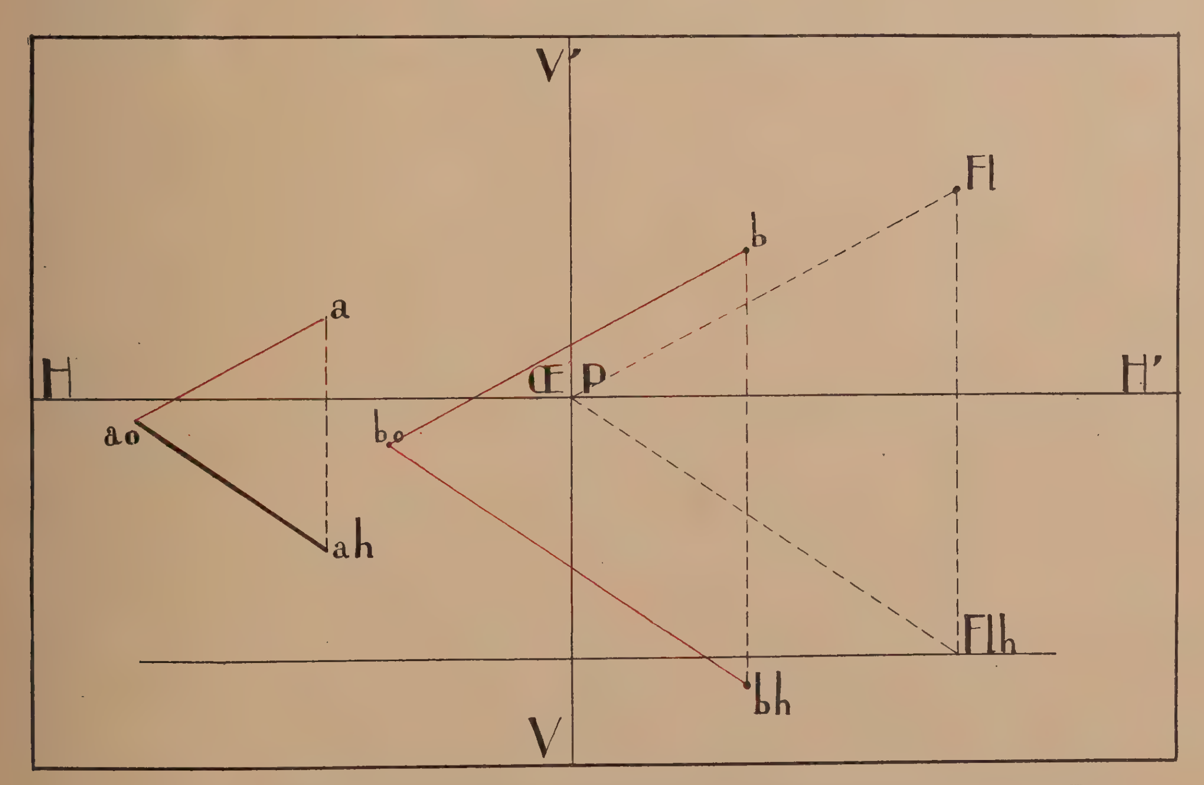


Fig. 113. — Ombre d'une verticale par un flambeau situé dans le plan de front de Œ.

à droite s'il est à gauche, et que l'image sera en dessous de celle du pied du flambeau sur le sol. Il n'y a d'ailleurs pas d'image à proprement parler dans ce cas, mais seulement une image virtuelle.

Enfin, si le flambeau se trouve exactement dans le plan de front du spectateur, il n'y aura plus d'image du flambeau, mais tous les rayons lumineux auront leurs images parallèles, de même que leurs projections sur le sol auront leurs images parallèles aussi.

Ombres portées au flambeau sur le sol

Cherchons l'ombre *ao* d'un point *a*. Il faut bien remarquer que le foyer FL n'est pas un point de fuite, mais uniquement un point de convergence.

1er *cas.* — Le flambeau *fl* est visible (fig. 112).

2e *cas.* — Le flambeau *fl* est situé dans le plan de front du spectateur Œ (fig. 113 et 114).

Alors les rayons lumineux ont tous leurs images parallèles à la direction Œ F*l* et les traces des plans d'ombres verticaux seront toutes parallèles à la direction ŒF*lh*. En effet, les droites ŒA et ŒA*h* coupent le plan du tableau en *a* et *ah*.

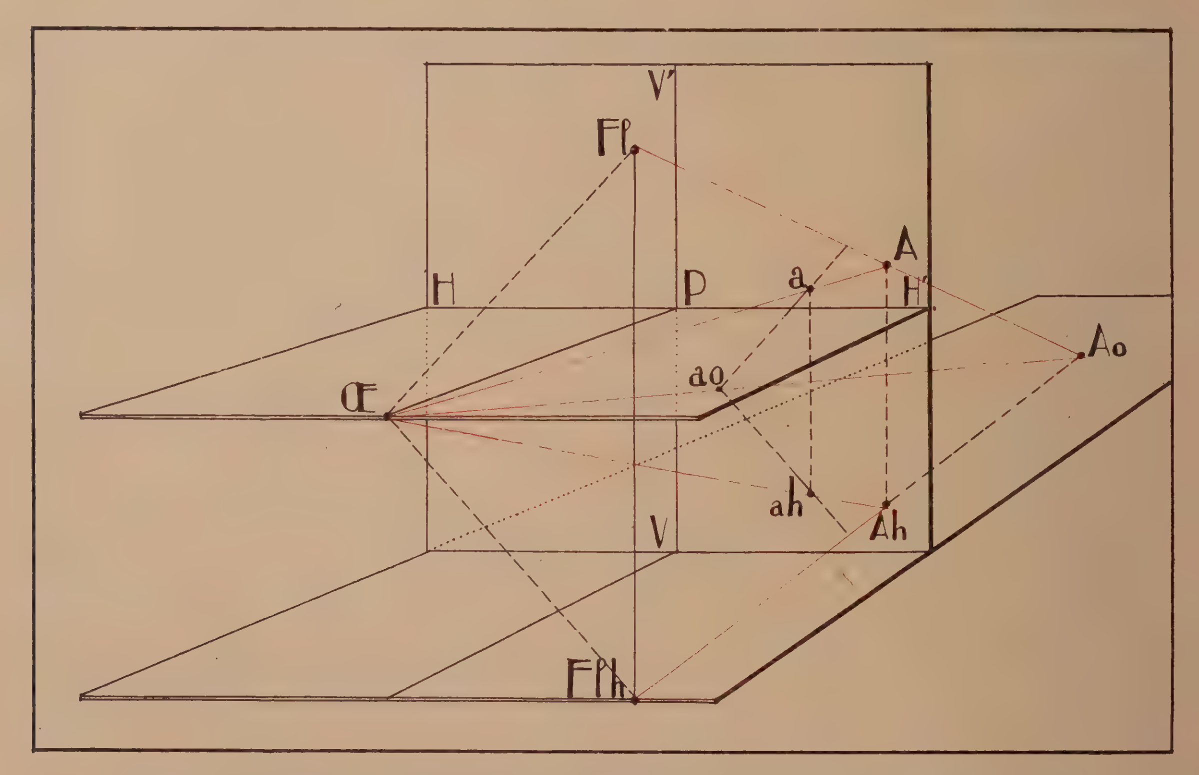


Fig. 114. — Ombres de verticales par un flambeau situé dans le plan de front de Œ.

L'image des rayons lumineux est parallèle à ŒF*l* car le plan ŒF*l*A coupe le tableau suivant une parallèle à ŒF*l* et cette parallèle passe par *a*.

De même les traces des plans d'ombre verticaux sont parallèles à ŒFlh car le plan ŒAflh coupe le tableau suivant une de ces parallèles passant par ah.

3e *cas.* — Le flambeau est invisible, c'est-à-dire qu'il est situé derrière le spectateur.

Dans ce cas, le flambeau et sa projection horizontale n'ont que des images virtuelles.

Si le flambeau est placé au-dessous du plan d'horizon, son image pourra être au-dessus de HH′, mais l'image de la projection horizontale du flambeau fh sera toujours au-dessus de HH′. Ces images seront à droite de VPV′ si *fl* est à gauche, et inversement (fig. 115).

Cas particuliers.

1° Le flambeau coïncide avec Œ. L'ombre d'un point se réduit alors à sa propre image.

2° Le flambeau est juste au-dessus (ou au-dessous) de Œ : les rayons lumineux ont tous leurs images verticales, de même que les traces horizontales des plans d'ombres verticaux. Pour connaître l'ombre portée d'un point, il est donc

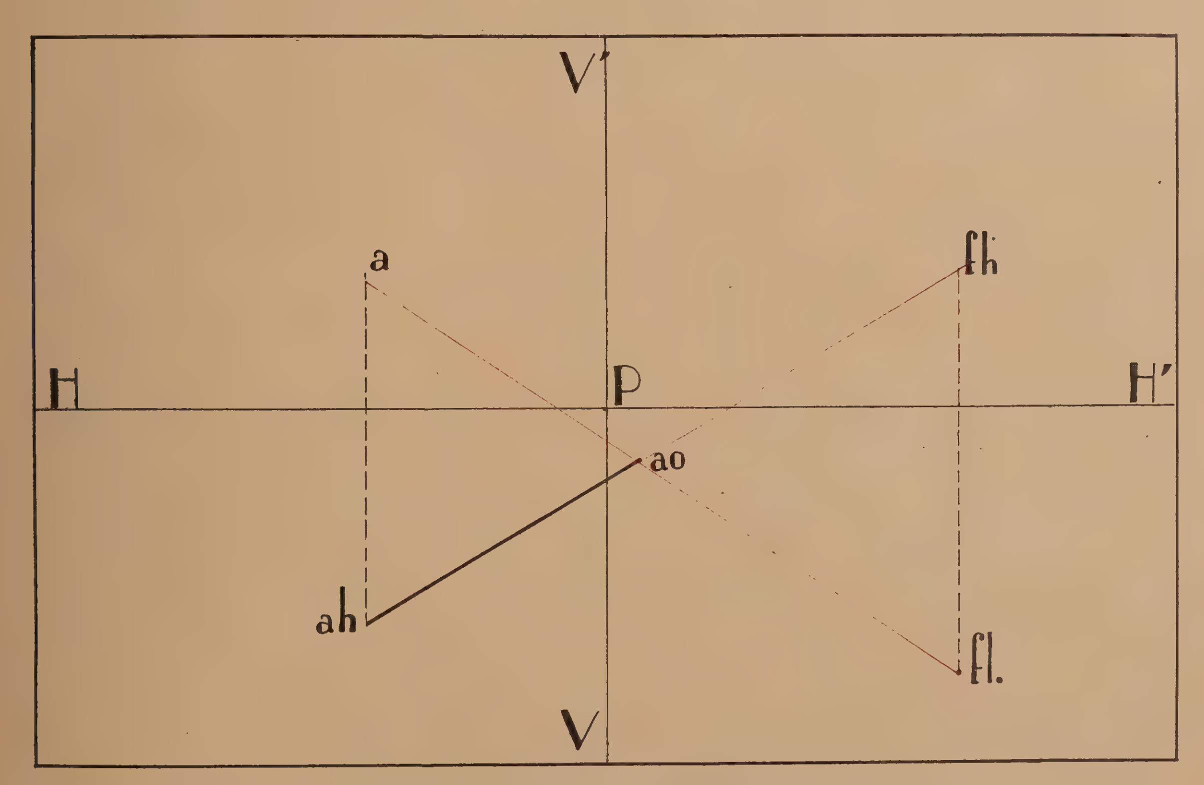


Fig. 115. — Ombre d'une verticale par un flambeau situé en arrière de Œ.

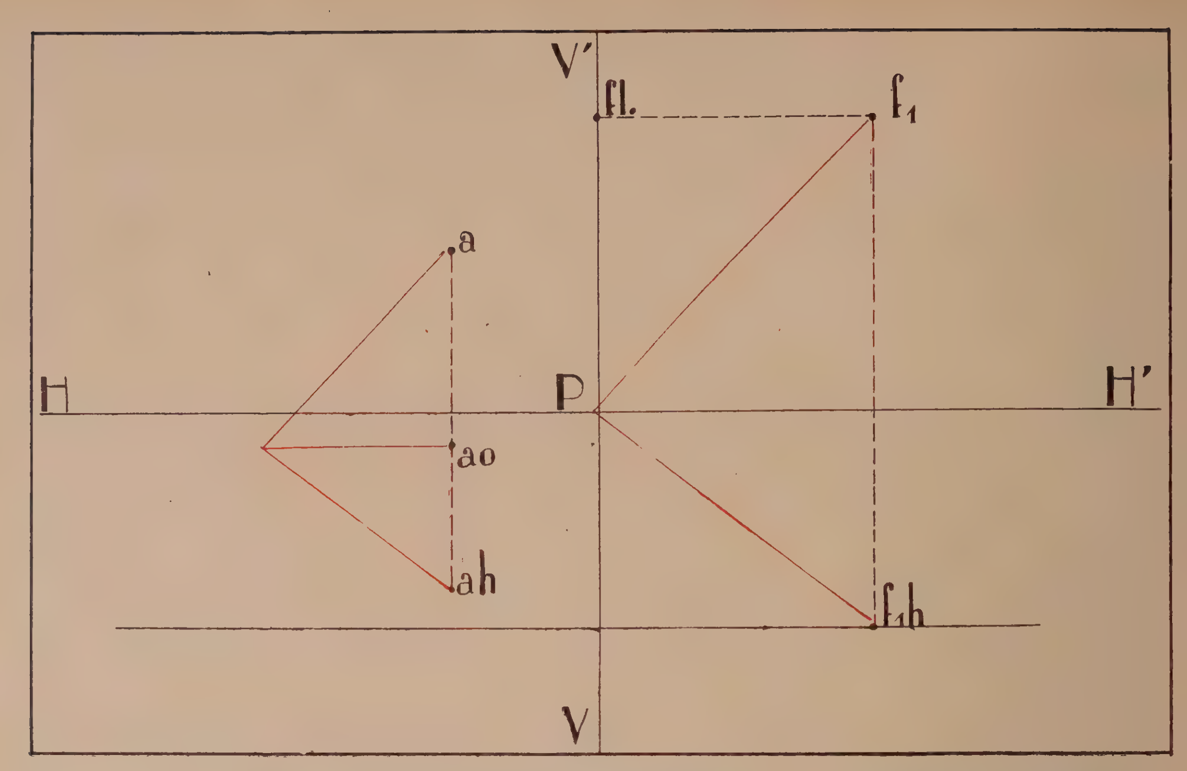


Fig. 116. — Le flambeau est juste à plomb de Œ, les points fl, f_1 et f_1h ne sont pas en perspective : ils indiquent seulement les hauteurs de HH' et de fl. L'écartement de f_1 est arbitraire.

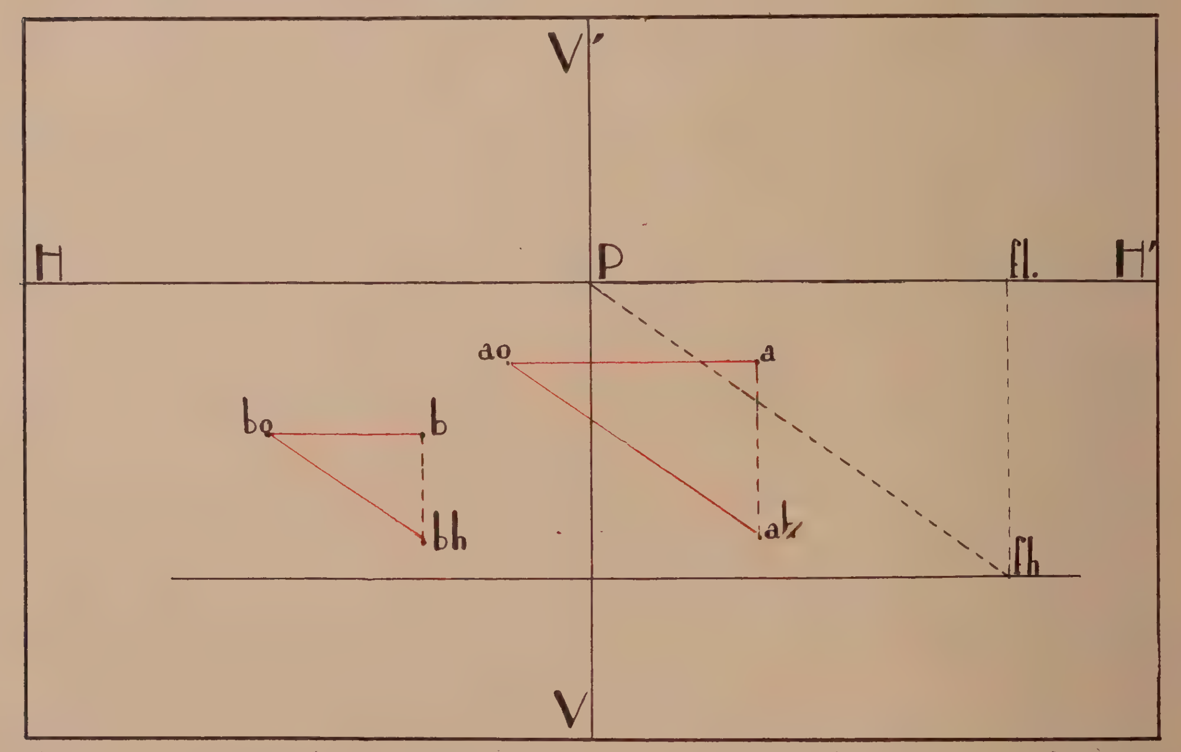


Fig. 117. — Le flambeau est dans le plan de front et au niveau de Œ. Les points fl et fh ne sont pas en perspective : ils indiquent seulement la hauteur et l'écartement de fl.

nécessaire d'avoir recours à un flambeau auxiliaire f_1, au même niveau et dans le plan de front de Œ, mais déplacé latéralement. Ce flambeau auxiliaire détermine une ombre portée située au même éloignement que l'ombre réelle : elle est donc sur la même horizontale de front (fig. 116).

3° Le flambeau est dans le plan de front de Œ et à son niveau (fig. 117).

Ombres portées par des lignes droites sur le sol

1° *Lignes verticales.* — Le pied de la verticale dans le sol portant ombre sur lui-même, il suffira de chercher l'ombre portée d'un point quelconque. Ayant ainsi deux points de l'ombre, on l'aura en entier.

Remarque : Les tracés sont identiques aux précédents.

2° *Lignes horizontales.* — Dans la nature, l'ombre d'une horizontale sur le sol lui étant parallèle, en perspective elle fuira au même point F. Il suffira donc de chercher l'ombre d'un point pour tracer cette ombre entièrement (fig. 118).

3° *Lignes quelconques.* — Si on connaît le pied *b* de la ligne dans le sol, il suffira, pour avoir l'ombre, de chercher celle d'un point *a* et de joindre à *b* (fig. 119).

Si on ne le connaît pas, on cherchera les ombres b_0 et a_0 de deux points *a* et *b* et on joindra a_0b_0 (fig. 120).

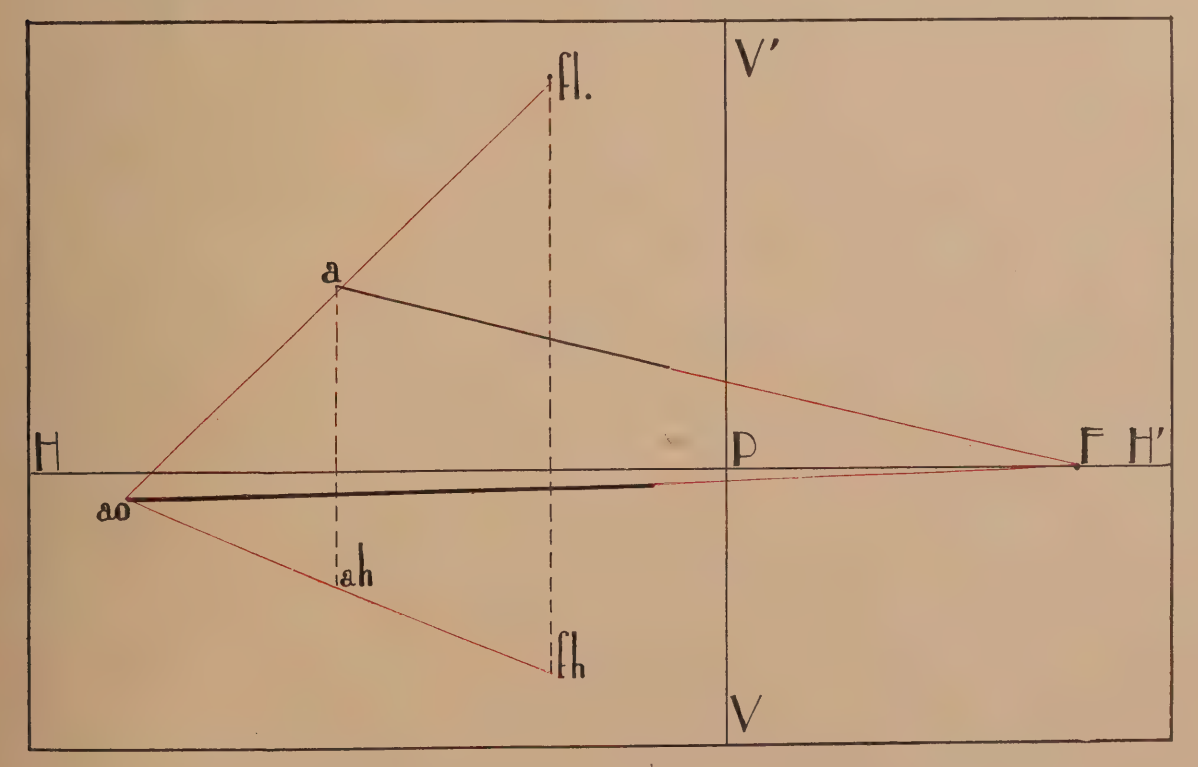


Fig. 118. — Ombre au flambeau d'une horizontale sur le sol.

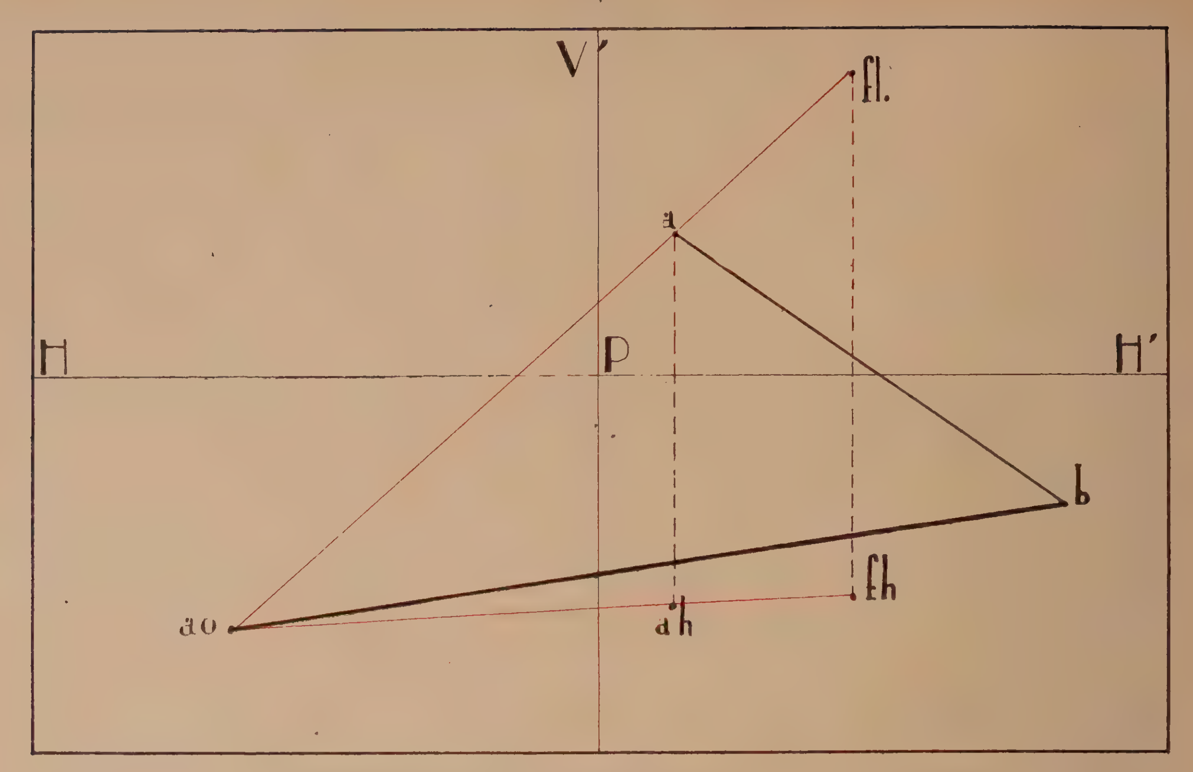


Fig. 119. — Ombre au flambeau d'une ligne quelconque dont on connaît la projection sur le sol, le point *b* étant dans le sol.

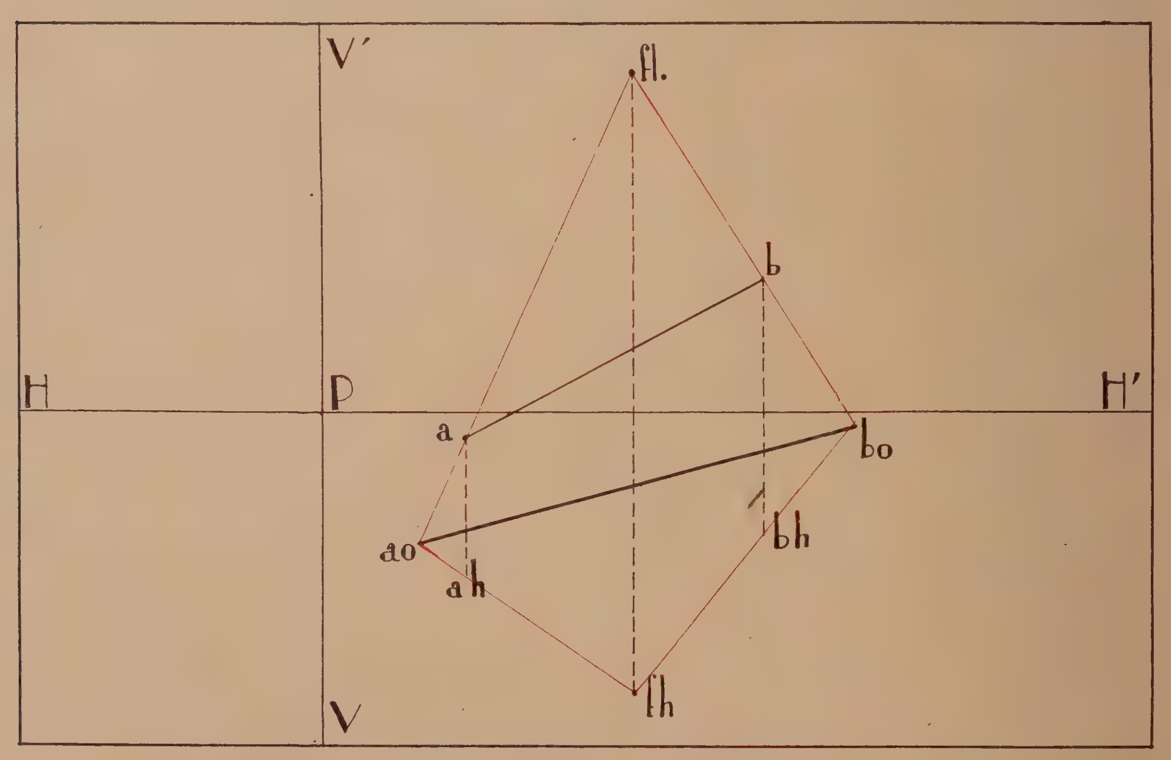


Fig. 120. — Même problème que figure 119, mais *b* n'étant pas sur le sol.

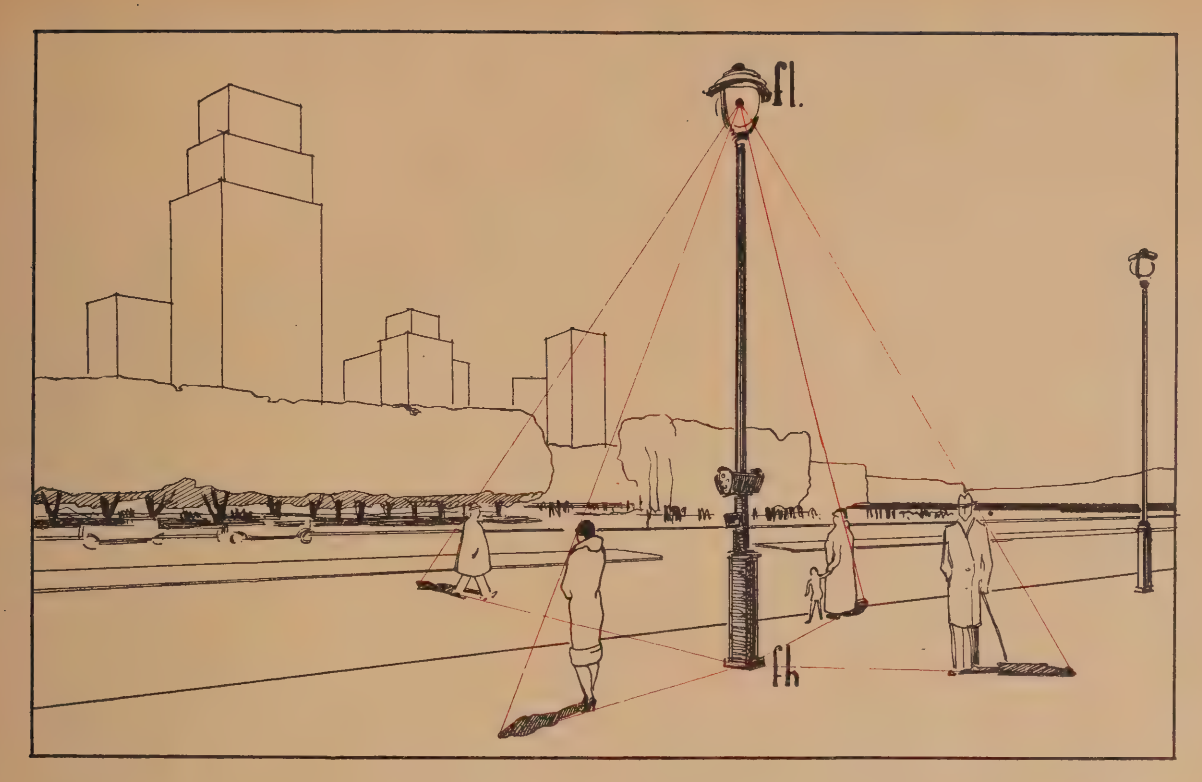


Fig. 121. — Aspect des ombres, le flambeau étant visible.

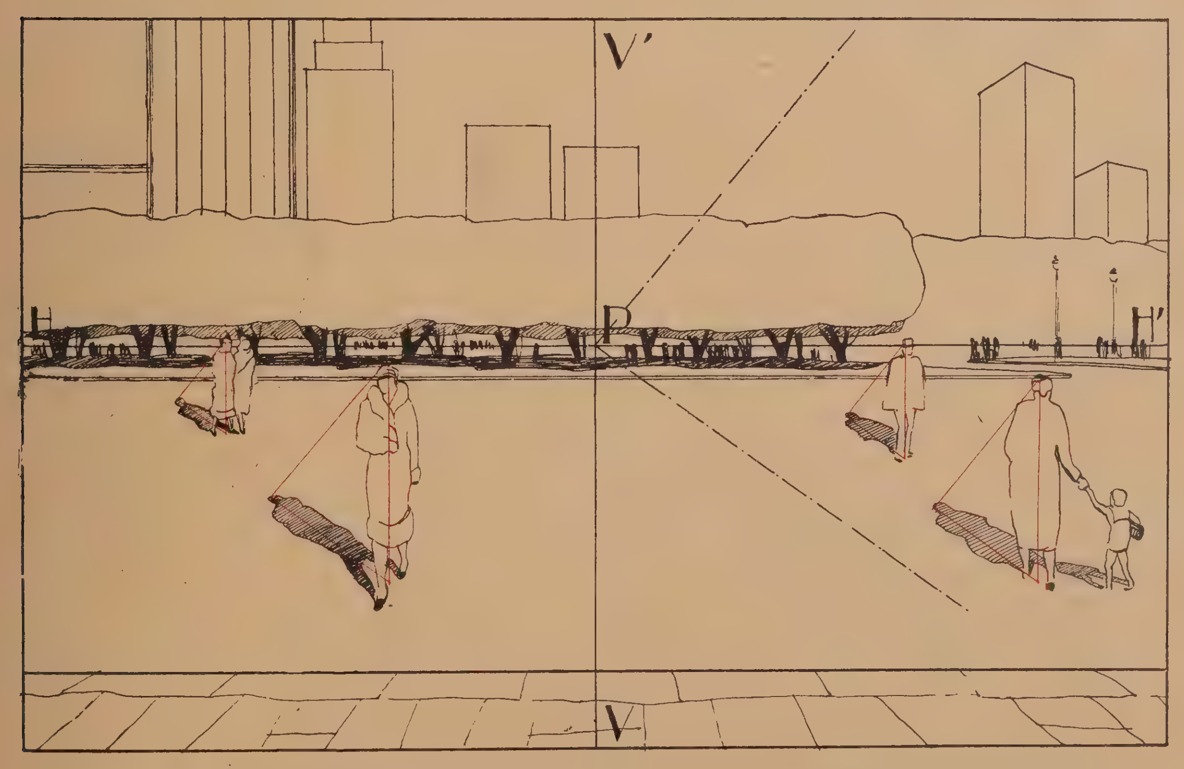


Fig. 122. — Aspect des ombres, le flambeau étant dans le plan de front de Œ.

Aspect des ombres portées par divers personnages

1° *Flambeau visible* (fig. 121).

2° *Flambeau dans le plan de front du spectateur* (fig. 122).

3° *Flambeau derrière le spectateur.*

On remarque que les ombres portées sur le sol sont sur le prolongement des lignes joignant le pied du flambeau aux pieds du personnage (fig. 123).

Remarque. — L'ombre d'un point peut sembler à première vue être à l'envers.

En effet, un point placé à droite du flambeau peut avoir son image sur le tableau à gauche de celle du flambeau (fig. 124).

Ombres portées par des cercles

Les rayons lumineux forment un cône. Il faut donc chercher l'intersection de ce cône avec le sol.

1° *Cercles horizontaux.* — Dans la réalité, l'ombre sur le sol de tels cercles est circulaire. L'ombre du cercle sera donc ici une ellipse.

On cherche successivement les ombres du centre, puis des diamètres principaux. On achève alors le tracé de la perspective du cercle (fig. 125).

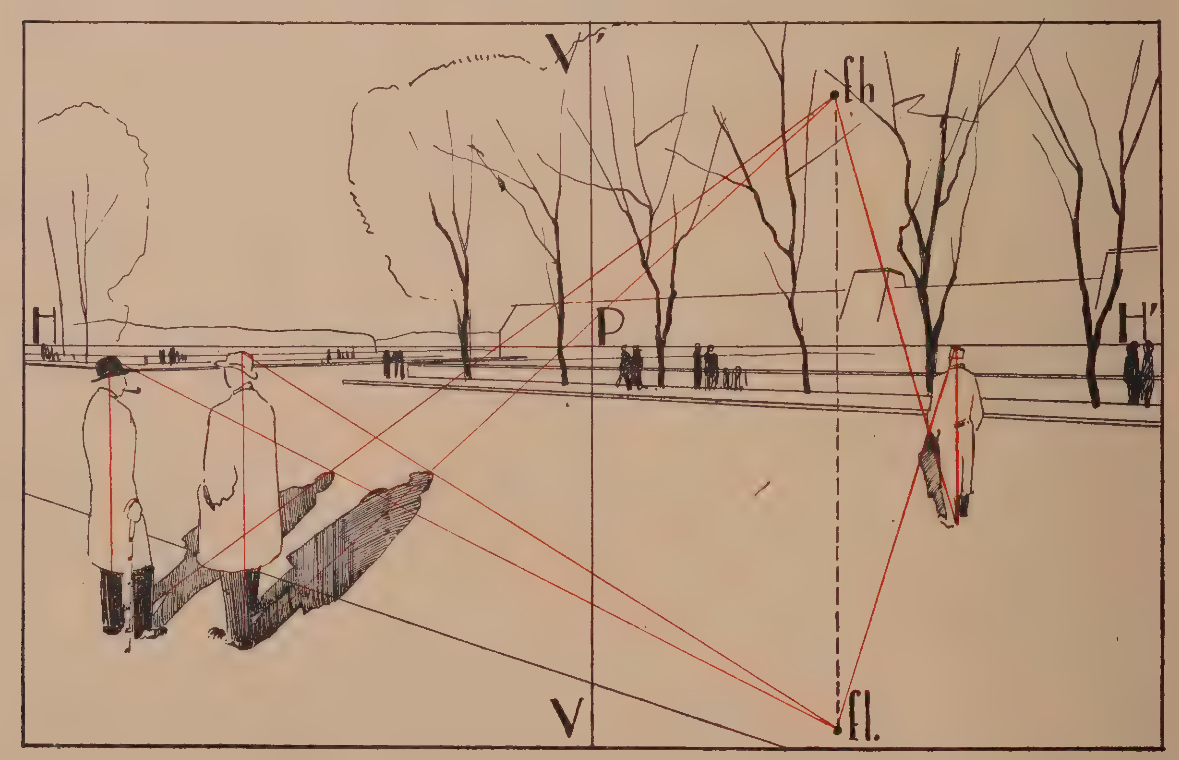


Fig. 123. — Aspect des ombres, le flambeau étant en arrière du plan de front de E.

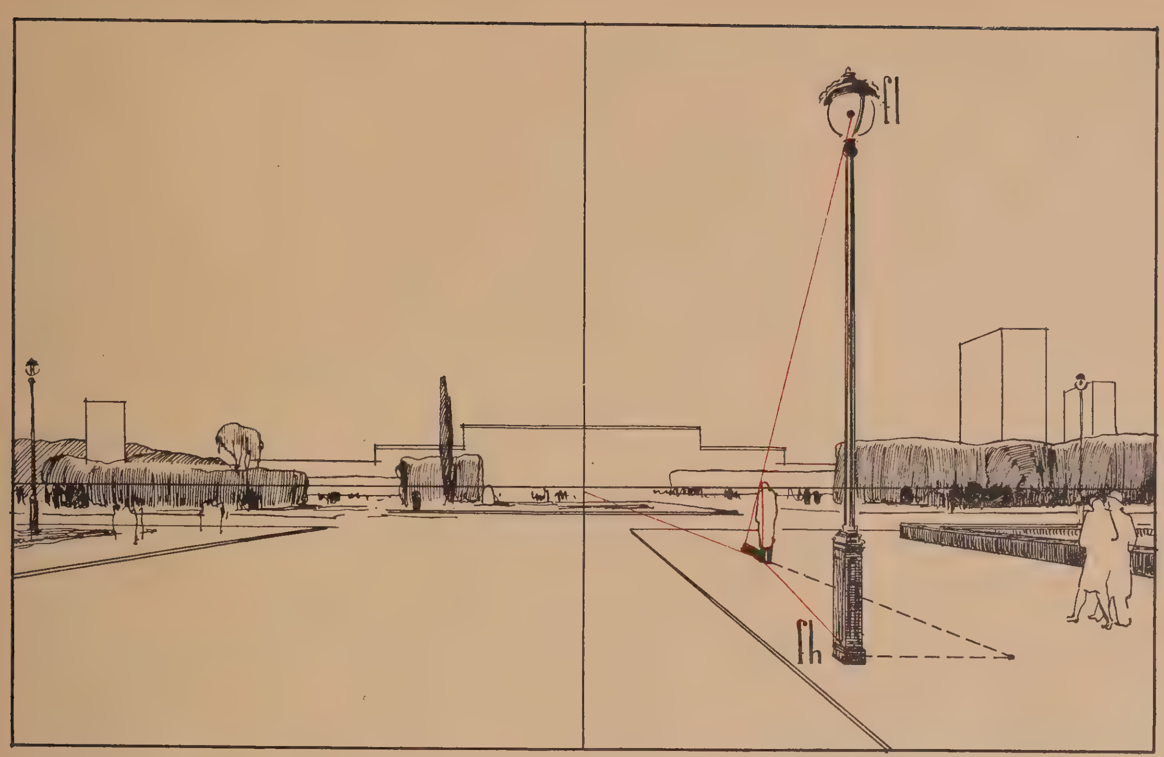


Fig. 124. — L'ombre peut paraître au premier abord dirigée à l'envers. Ce promeneur a son ombre vers la gauche de *fl* et il est à droite.

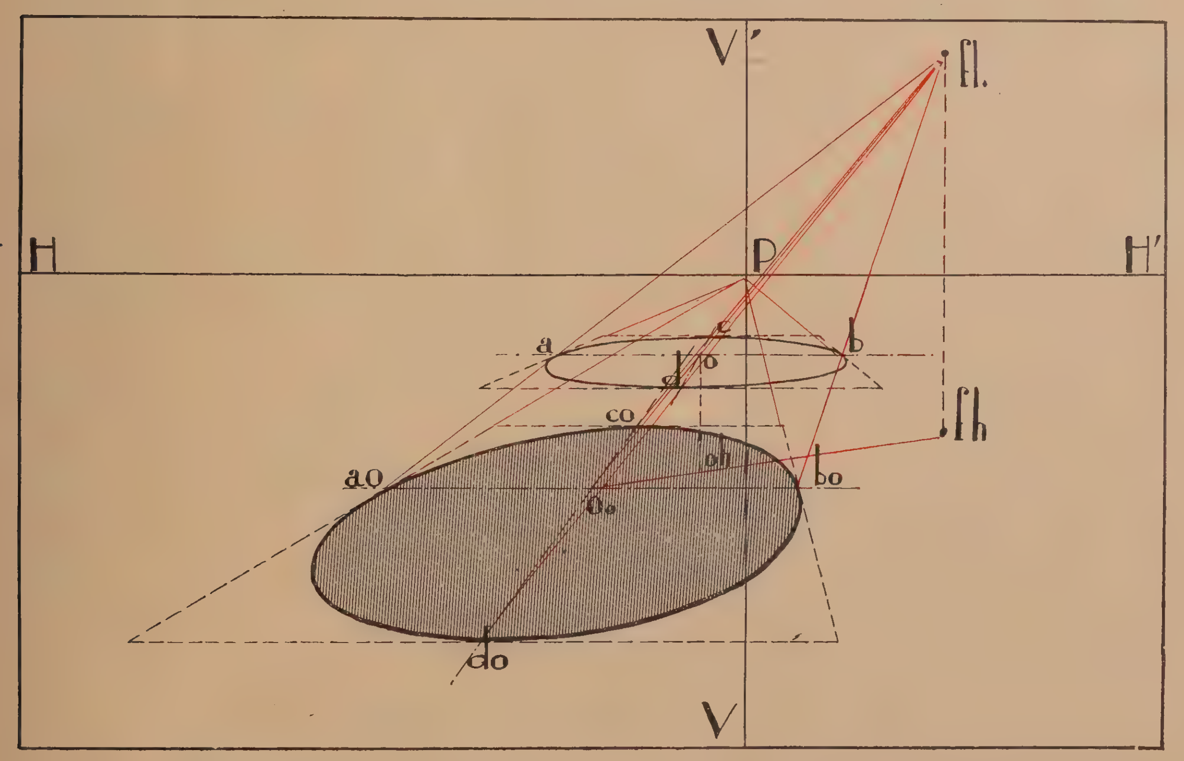


Fig. 125. — Ombre portée par un cercle horizontal sur le sol. On cherche l'ombre de *o* et de *a* ou de *b* et on met la cercle d'ombre en perspective.

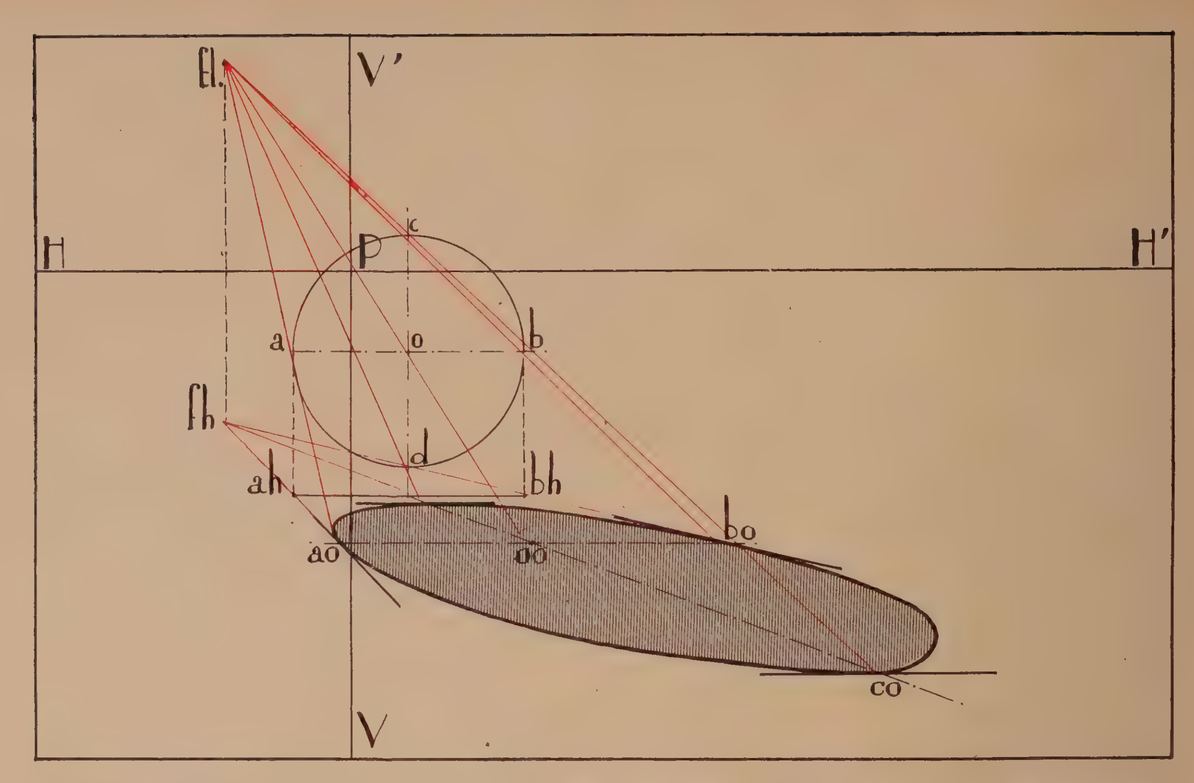


Fig. 126. — Ombre d'un cercle de front. On cherche l'ombre de quelques points et de leurs tangentes.

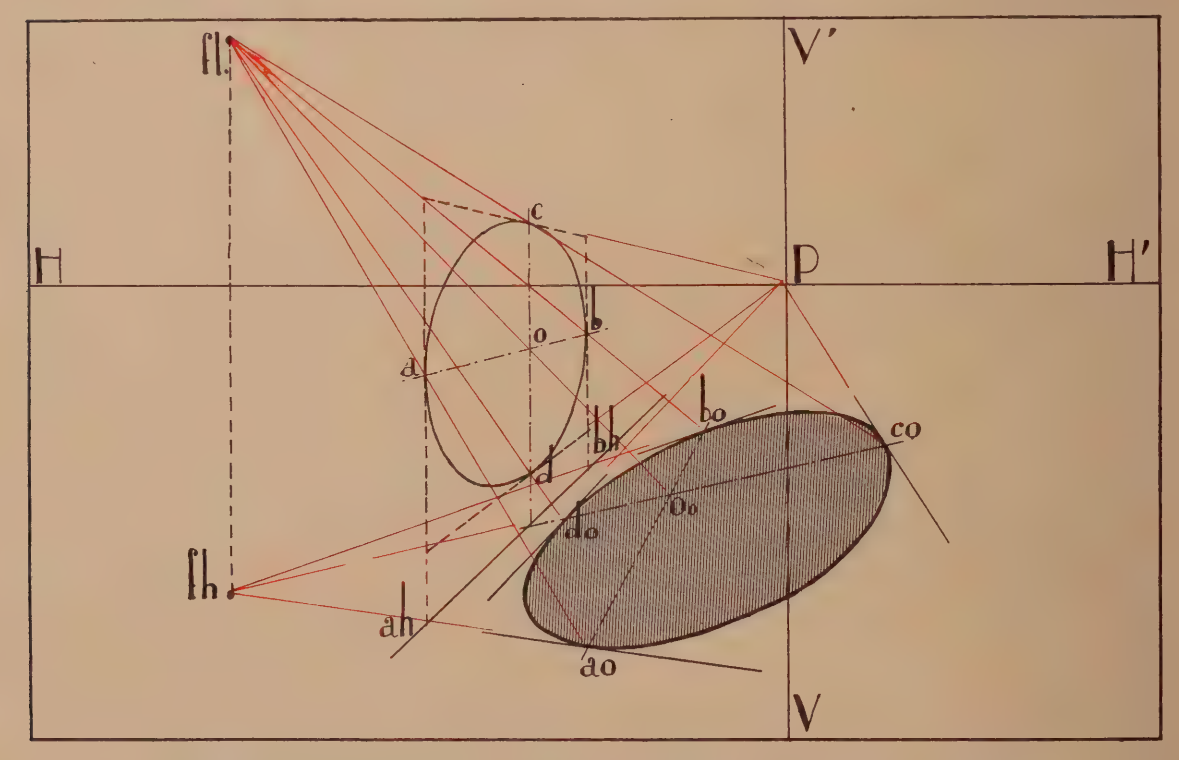


Fig. 127. — Ombre du cercle vertical dans un plan perpendiculaire au tableau.

2° *Cercles de front.* — Le cône d'ombre a pour base horizontale une courbe du deuxième degré (ellipse, parabole ou hyperbole).

Alors, comme dans le problème précédent, on détermine d'abord les ombres des deux diamètres principaux du cercle (fig. 126).

Sur la figure, les tangentes horizontales correspondent aux points haut et bas du cercle. Les tangentes fuyant au point *fh* correspondent au diamètre horizontal.

3° *Cercles verticaux perpendiculaires au tableau.* — On cherche l'ombre du diamètre horizontal et celle du diamètre vertical (fig. 127).

Sur la figure, les tangentes convergeant en *fh* correspondent au diamètre horizontal du cercle, et celles qui fuient en P correspondent au diamètre vertical.

4° *Cercles verticaux obliques.* — Le tracé est le même, mais on utilise le point P′ au lieu du point P. (Le point P′ est le point de fuite des droites du plan perpendiculaire à la ligne de fuite de ce plan) (fig. 128).

Sur la figure, les tangentes à l'ellipse convergeant en *fh* correspondent au diamètre horizontal du cercle, les tangentes fuyant en P′ correspondent au diamètre vertical.

5° *Cercles obliques quelconques.* — On cherche successivement les ombres du diamètre du cercle fuyant en P′ et du diamètre de front.

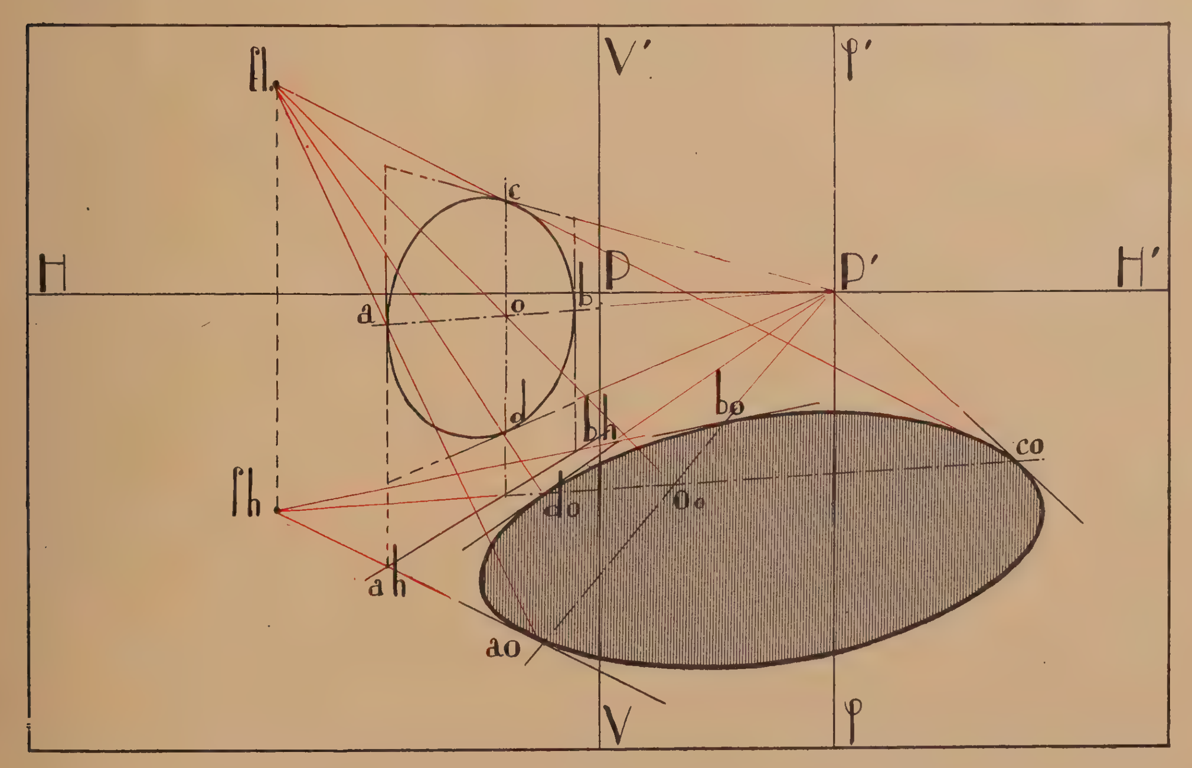


Fig. 128. — Ombre d'un cercle dans un plan vertical oblique.

Pour obtenir les tangentes à l'ellipse d'ombre, on cherche la trace dans le sol du plan du cercle et on prend les intersections des tangentes au cercle avec cette trace. Il n'y a plus alors qu'à joindre aux extrémités des ombres des diamètres correspondants (fig. 129).

Ombres portées par des lignes quelconques

Il n'existe aucune méthode générale pour la recherche de ces ombres. On détermine l'ombre d'un certain nombre de points. Cependant, il y a lieu de faire quelques remarques.

Remarques. — 1° Dans la nature, toute figure située dans un plan horizontal a une ombre portée au flambeau plus grande qu'elle tout en lui restant semblable.

Il y a d'autre part avantage à employer un tracé de même genre que celui qui a servi à tracer la figure. Par exemple, si l'on a procédé par points, on utilise le même procédé pour tracer l'ombre; si l'on a employé un craticulage, on cherche l'ombre de ce craticulage (fig. 130).

2° La tangente à une ombre en un point est l'ombre de la tangente à la courbe du point correspondant.

Résumé

Les ombres propres au flambeau sont limitées par la ligne de contact du cône lumineux tangent au corps.

Les ombres portées sont limitées par l'intersection de ce cône et des objets voisins ou du sol.

Le flambeau en avant du spectateur a une image réelle, en dessus ou en dessous de HH' *suivant sa position; s'il est en arrière, son image est virtuelle et par conséquent inversée; s'il est dans le plan de front de* Œ *il n'a pas d'image : tous les rayons lumineux et leurs projections sur le sol seront figurées parallèlement à deux directions.*

Les ombres des verticales sur le sol convergent vers le pied du flambeau ou en divergent (fig. 112 *à* 114 *et* 119 *à* 123).

Les horizontales portent sur le sol des ombres qui leur sont parallèles (fig. 118).

Les cercles horizontaux portent sur le sol des ombres qui sont des cercles (fig. 125).

Les cercles non parallèles à un plan portent sur ce plan une courbe qui est du deuxième degré (fig. 126 *à* 129).

Pour les ombres portées par une courbe on remarquera que la tangente à l'ombre en un point est l'ombre de la tangente au point correspondant (fig. 130).

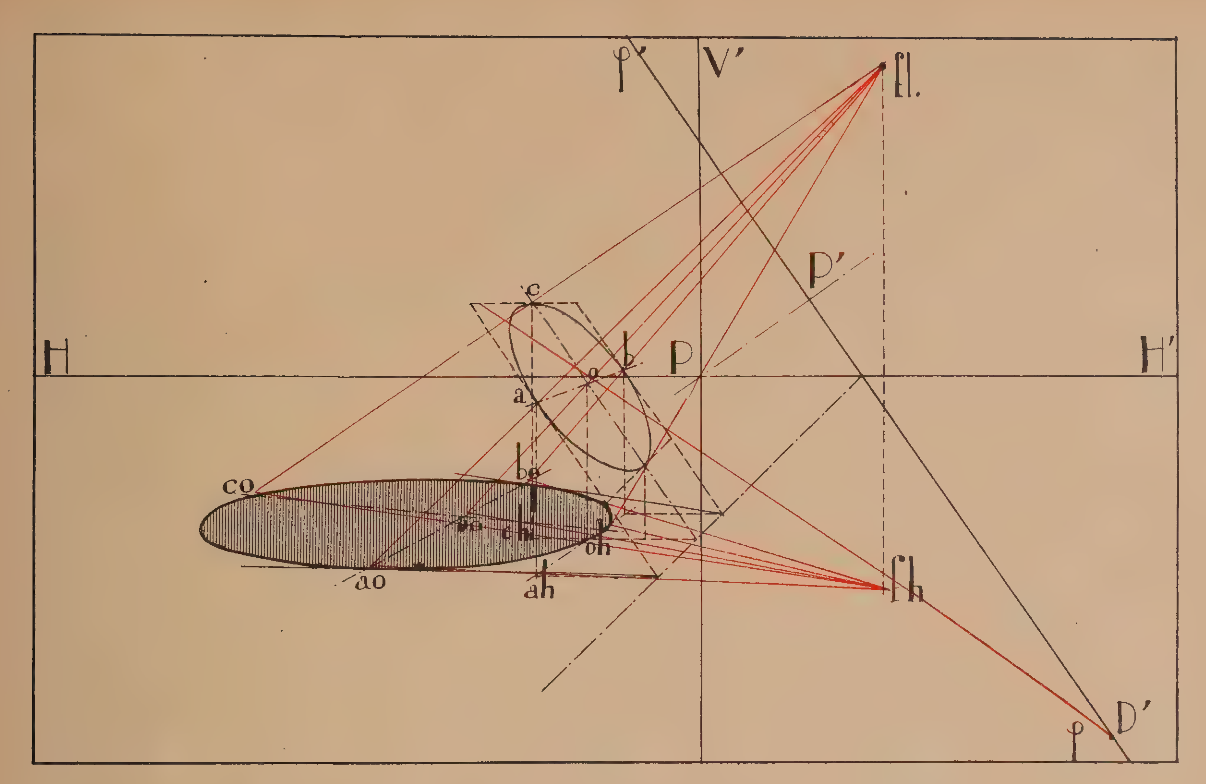


Fig. 129. — Ombre du cercle situé dans un plan oblique quelconque.

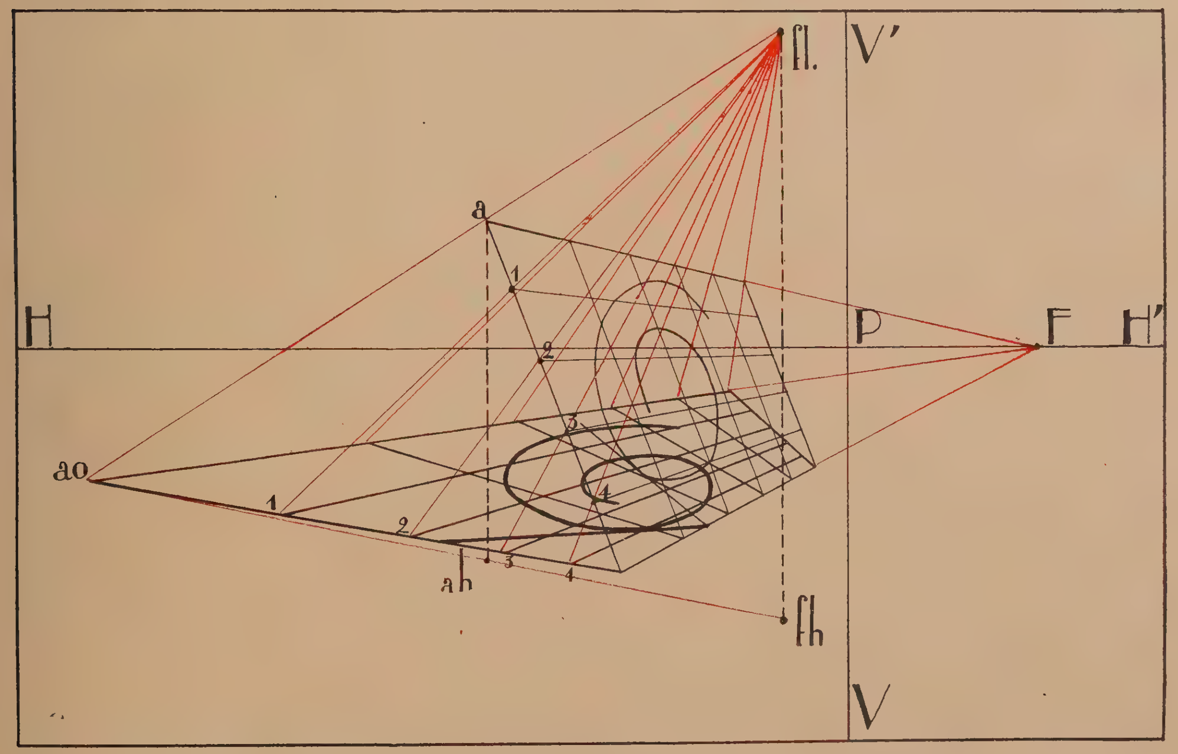


Fig. 130. — Ombre au flambeau d'une courbe, obtenue par craticulage.

CHAPITRE XIV

Ombres portées sur plans verticaux de front. Ombres portées sur plans verticaux quelconques. Ombres portées sur plans obliques inclinés.

Ombres portées sur des plans verticaux

Plans verticaux de front. — 1re Méthode : On commence par déterminer la projection *fv* du flambeau *fl* sur le plan vertical de front. Puis, pour toruver l'ombre, on procède comme pour les ombres sur le sol, mais en employant la projection d'un point sur le plan vertical au lieu de sa projection sur le sol (fig. 131).

2e Méthode : On détermine l'ombre sur le plan vertical de la droite *a ah* et sa rencontre avec le rayon lumineux est l'ombre a_o du point (fig. 132).

Suivant les cas, il y a avantage à employer l'une ou l'autre méthode.

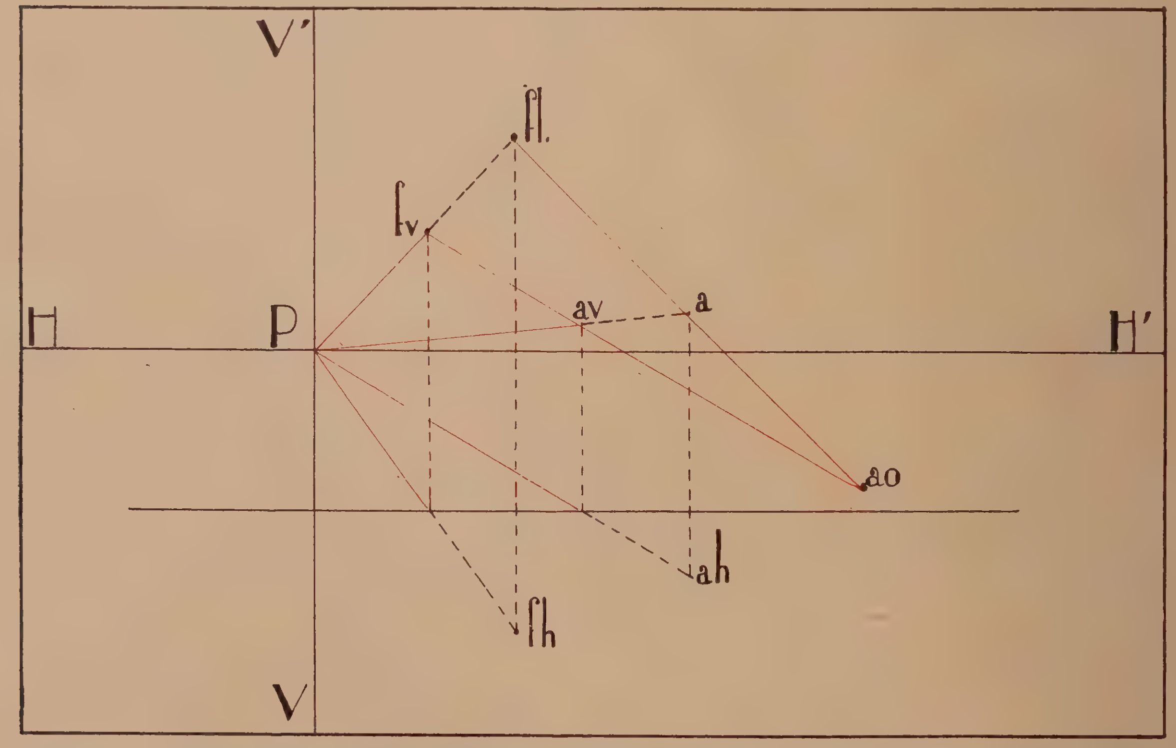


Fig. 131. — Pour avoir les ombres portées au flambeau sur un plan vertical, on aura souvent intérêt à se servir de la projection *fv* du flambeau sur ce plan.

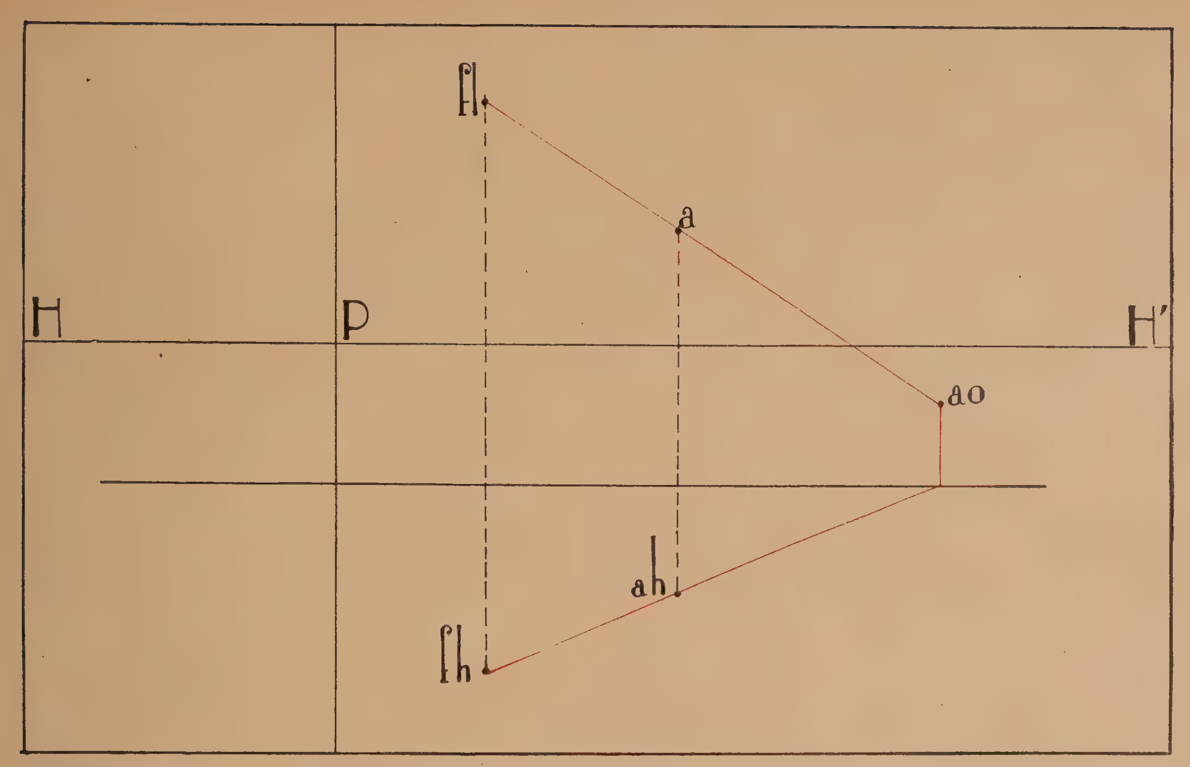


Fig. 132. — Pour avoir l'ombre de *a* sur un plan vertical, on peut chercher l'ombre de *aah* sur le sol et la relever à son point de rencontre avec le plan.

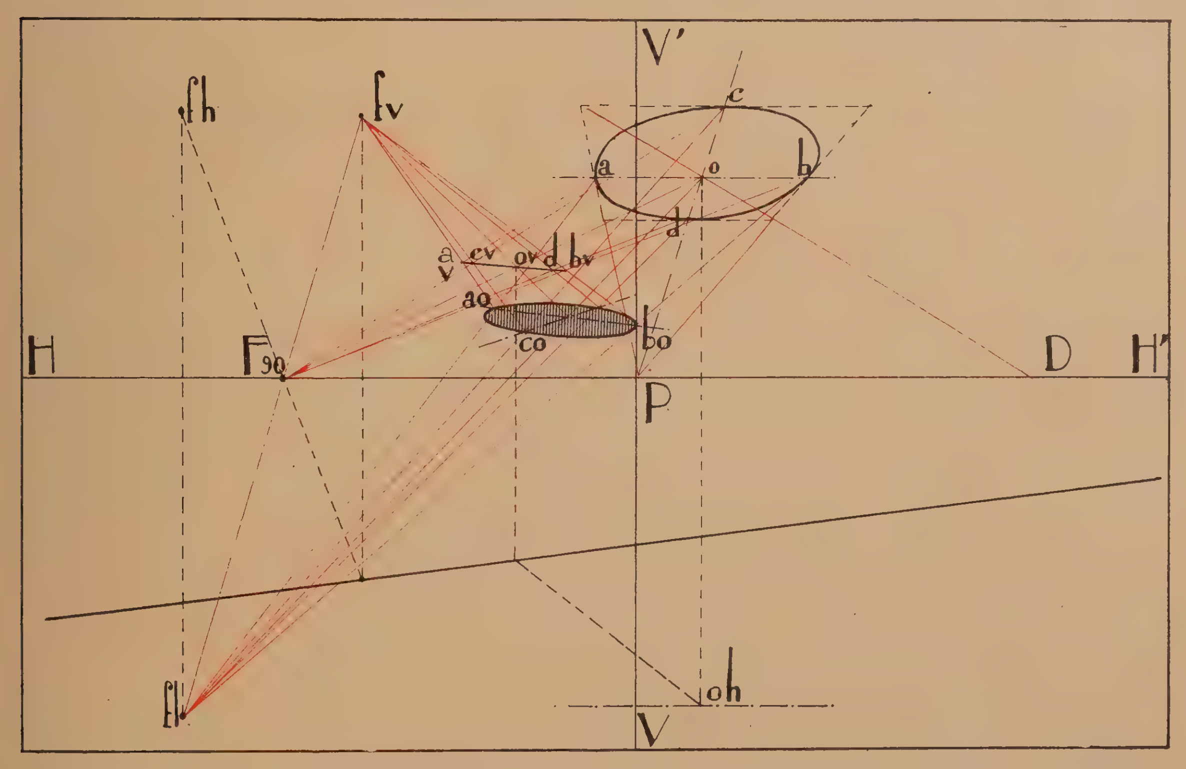


Fig. 133. — Exemple d'ombre portée par une courbe (cercle horizontal) sur un plan vertical oblique.

Exemples d'ombres portées sur un plan vertical. — Ombre d'un cercle horizontal (méthode des projections sur le plan vertical).

F_{90} étant le point de fuite des perpendiculaires au plan vertical, la projection du flambeau *fl* sur ce plan vertical est *fv*. Alors la projection du cercle sur ce même plan sera la portion d'horizontale *av, bv,* et l'on obtiendra l'ombre toujours avec la même méthode, en prenant l'intersection de *fv av* avec *fl a,* ce qui donnera a_0, puis l'intersection de *fv bv* avec *fl b,* ce qui donnera b_0, etc. (fig. 133).

Ombres portées par un rectangle vertical sur un mur oblique

Méthode des projections sur le plan horizontal : *fh* étant la projection horizontale du flambeau *fl,* l'ombre portée sur le sol est déterminée par les droites horizontales *fh c* et *fh d,* qui se relèvent verticalement, sur le mur oblique. Les ombres portées des points *a* et *b* sont a_0 b_0 sur les droites *fl a* et *fl b.* L'ombre est ainsi définie (fig. 134).

Ombres portées sur un plan oblique

Méthode : On cherche les traces des plans d'ombres verticaux dans le plan oblique et l'on peut alors appliquer une méthode analogue à celle relative aux om-

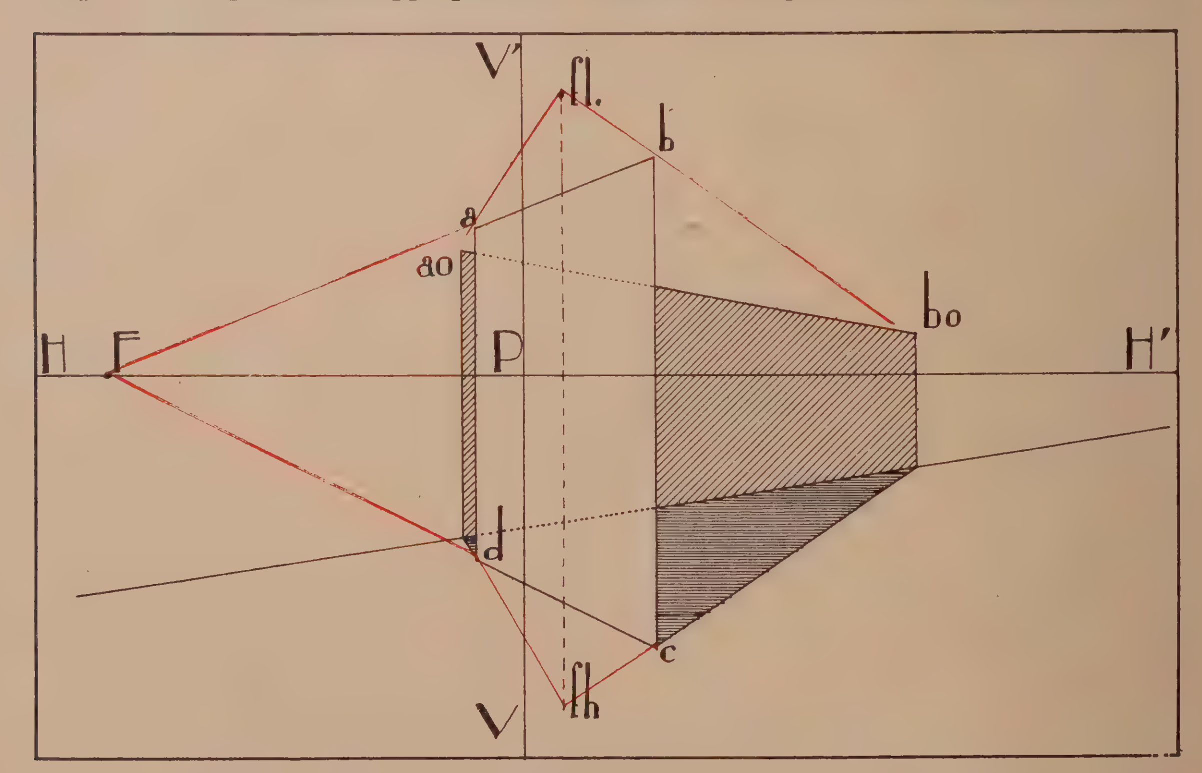


Fig. 134. — Ombre portée au flambeau par un plan vertical sur un autre.

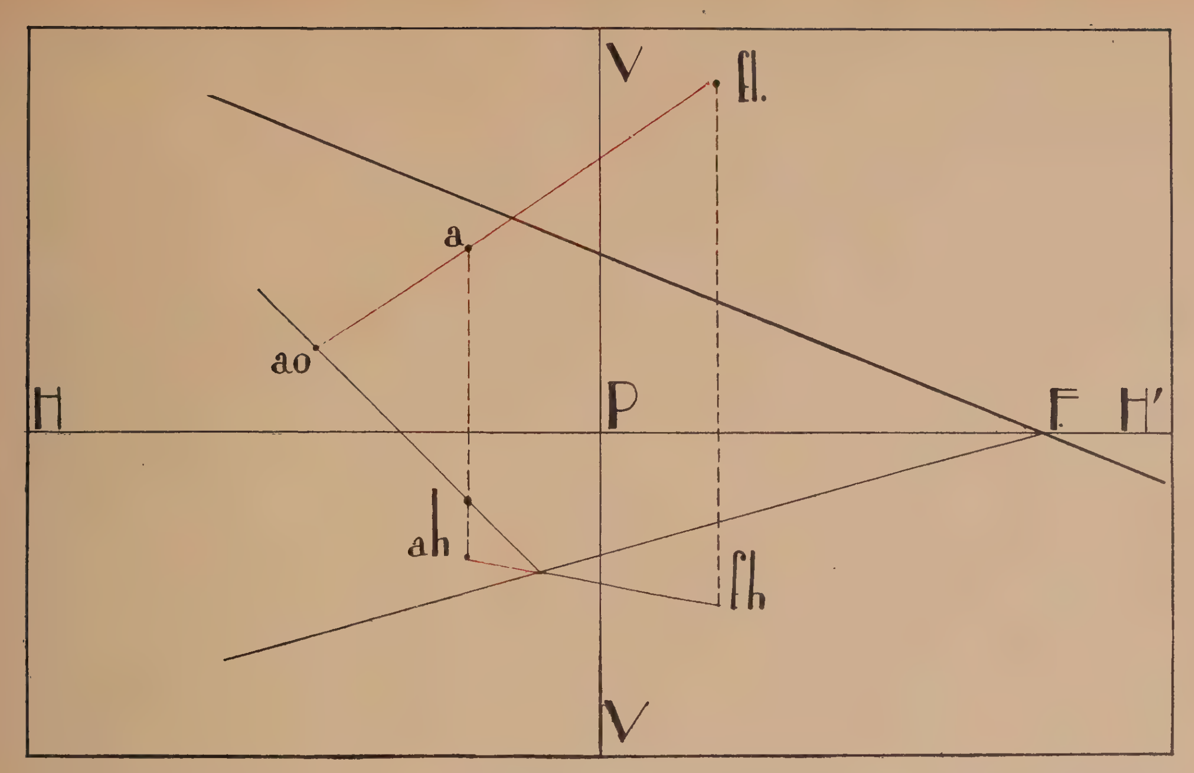


Fig. 135. — Ombre portée sur un plan oblique. On trace *fh ah* et on relève en passant par le pied de *a ah* dans le plan.

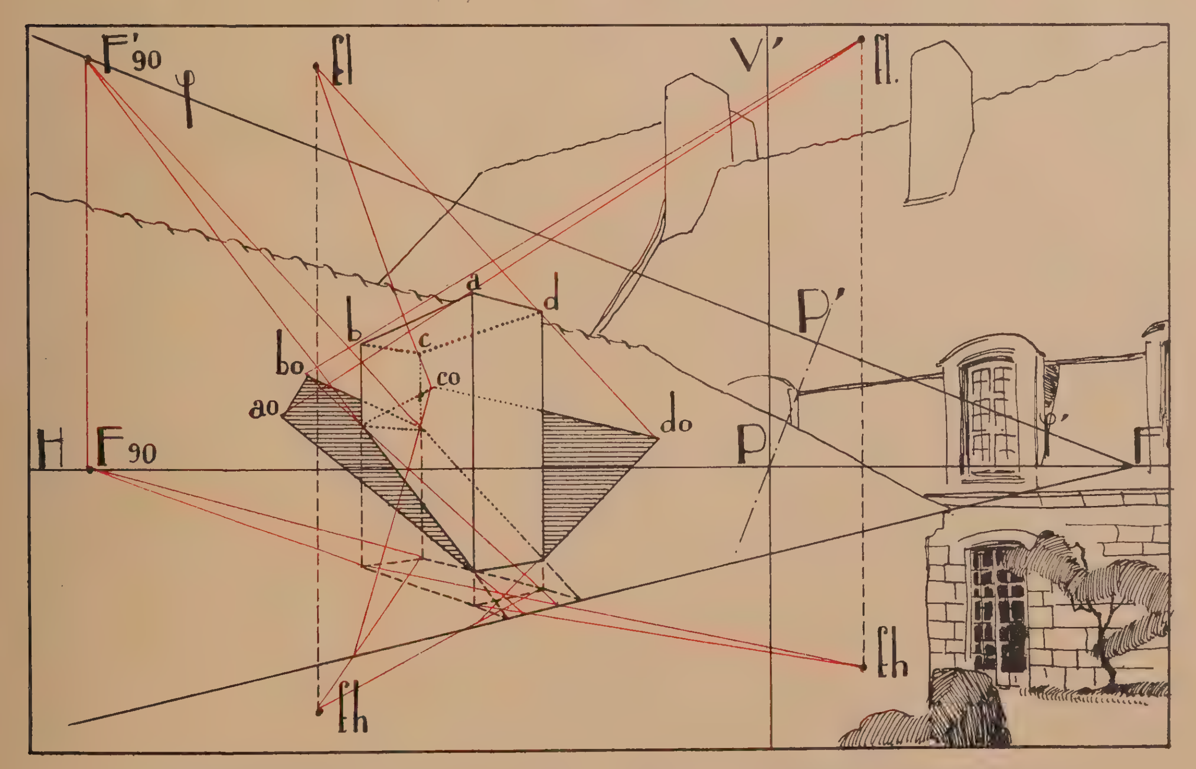


Fig. 136. — Exemple d'ombres sur plans obliques. On a supposé ici deux flambeaux.

bres portées sur le sol : on cherche les projections de chaque point au moyen des projetantes verticales sur le plan oblique (fig. 135).

Exemple. — *Ombre d'une souche de cheminée sur une toiture.* — Soit F point de fuite des horizontales. F_{90} point de fuite des perpendiculaires au plan vertical. Soit *fl* le flambeau; *fh* sa projection sur le sol. Les plans d'ombre verticaux passant par *a, b, c* et *d* nous donneront l'ombre portée par les arêtes. Ils sont déterminés par *fl fh* et les points *a, b, c, d.* En joignant *d fl,* par exemple, on a la limite de l'ombre portée sur le toit. On procède de la même façon pour les autres points (fig. 136).

Résumé

Les ombres sur plan vertical de front s'obtiennent :

1° *Par la projection du flambeau sur ce plan qui sera le point de convergence ou de divergence des ombres des perpendiculaires au plan (et au tableau) (fig.* 131).

2° *En cherchant les ombres de verticales qui sont elles-mêmes verticales (fig.* 132).

Les ombres sur un plan vertical oblique pourront s'obtenir par l'une des deux méthodes ci-dessus (fig. 133-134).

Les ombres sur plan oblique incliné s'obtiennent par les tracés des plans d'ombres (fig. 135-136).

CHAPITRE XV

Ombres des cylindres, cônes, sphères et autres corps. Lignes d'ombre propre; ombres portées; ombres auto-portées. Ombres portées sur les corps. Points de perte. Tangence de la courbe en ce point au rayon lumineux.

Ombre des corps ronds — Ombre du cylindre

On cherchera l'ombre portée de l'une des sections planes du cylindre et on mènera les tangentes communes entre cette ombre et la section du cylindre par le plan sur lequel l'ombre est portée. On aura ainsi le tracé complet d'ombre portée par un point judicieusement choisi.

Les génératrices d'ombre propre seront celles qui correspondent aux points de contact de ces tangentes (fig. 137).

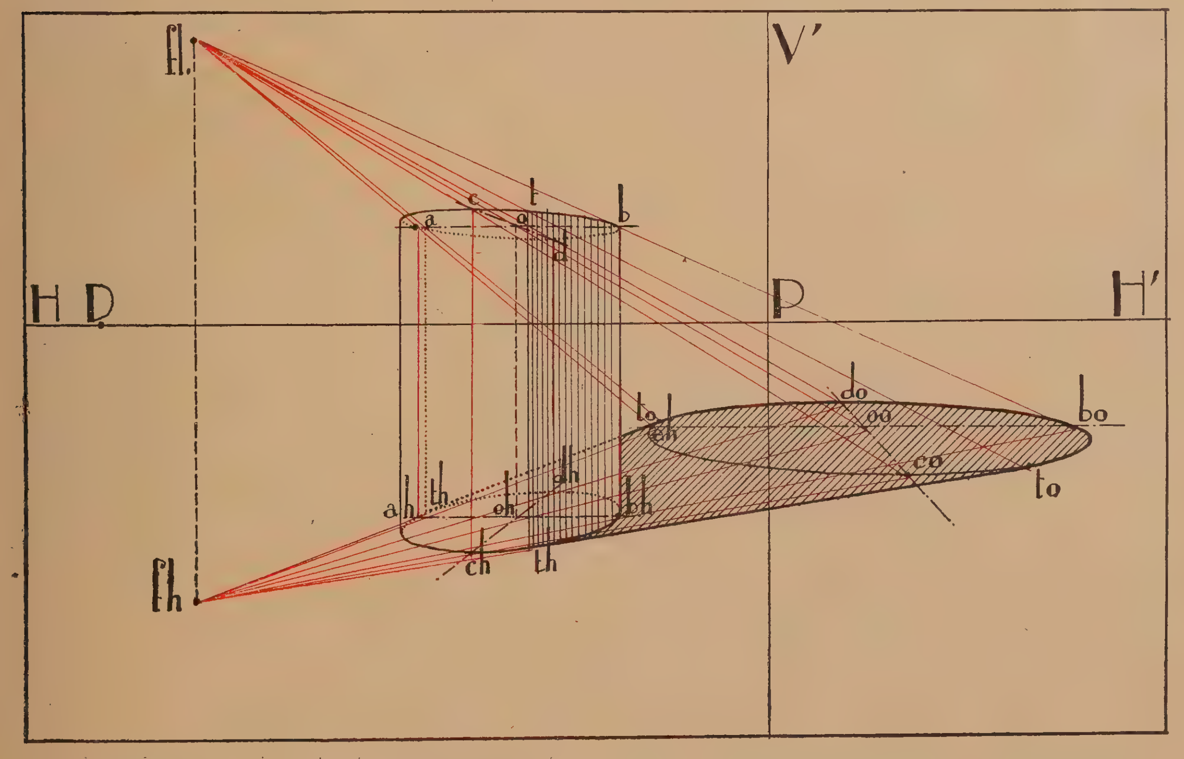


Fig. 137. — Ombre portée et ombre propre du cylindre. La méthode est analogue à celle du contour apparent (v. p. 85 et suiv.) en remplaçant Œ par *fh*.

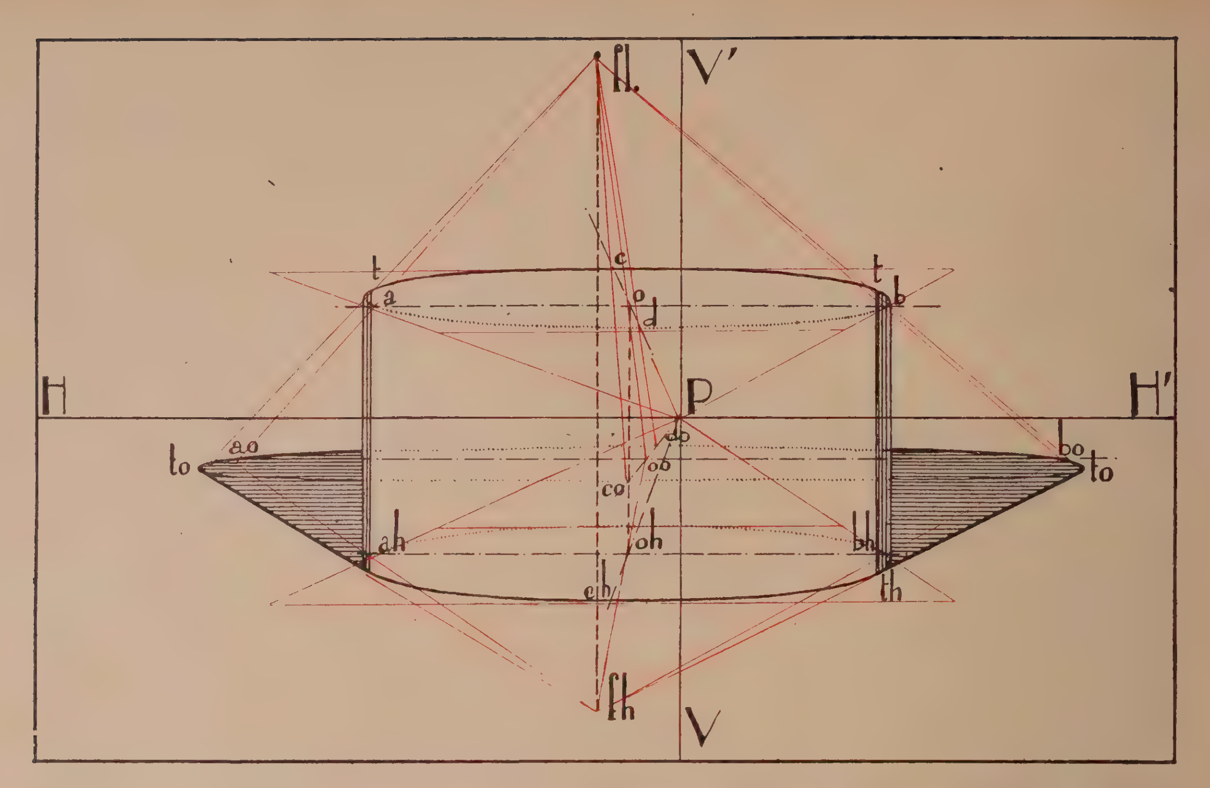


Fig. 138. — Cas particulier (ombre au flambeau seulement) où on voit les deux génératrices d'ombres

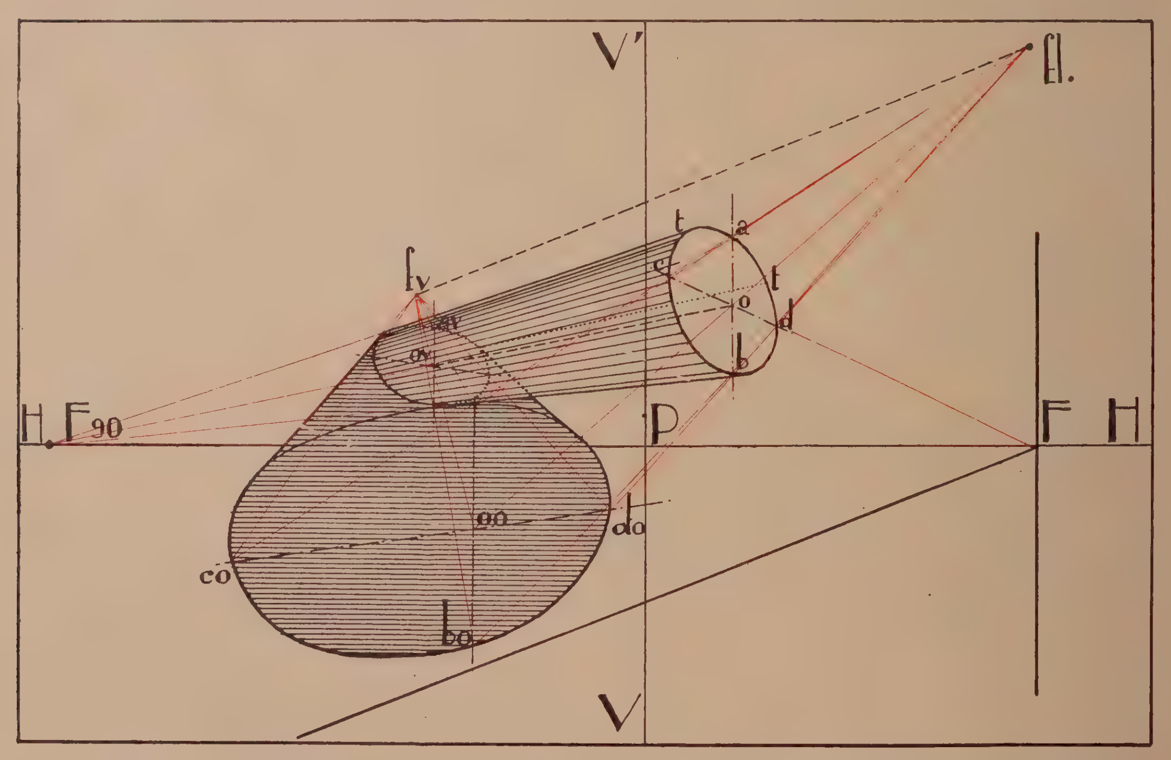


Fig. 139. — Cas particulier où le cylindre est entièrement dans l'ombre dans sa partie vue.

Cas particuliers. — Il peut se produire, mais seulement dans le cas d'ombre produite par un flambeau, que les deux génératrices d'ombre propre soient visibles ou, au contraire, invisibles (fig. 138 et 139). Au contraire, lorsqu'il s'agit d'ombre au soleil, les deux génératrices d'ombre du cylindre de révolution sont toujours aux deux extrémités du même diamètre du cylindre.

Ombre d'un cylindre creux

Dans le cas d'un cylindre creux, une partie de l'ombre sera de l'ombre propre, c'est-à-dire que les points considérés ne peuvent en aucun cas être éclairés, et en partie une ombre auto-portée, c'est-à-dire que les points situés dans cette zone recevraient la lumière si une autre partie du cylindre venait à disparaître pour une raison quelconque (fig. 140).

On cherchera, pour déterminer la limite d'ombre auto-portée, l'ombre portée par les génératrices formant arête du cylindre creux. Pour déterminer la courbe commençant l'ombre, il y aura lieu de prendre successivement un certain nombre de génératrices auxiliaires et d'en chercher l'ombre portée (fig. 141).

Le point où la courbe d'ombre rencontre la courbe de base du cylindre est évidemment celui où le plan lumineux contenant une génératrice auxiliaire devient tangent au cylindre. On trouvera facilement ce plan d'ombre en cherchant le pied

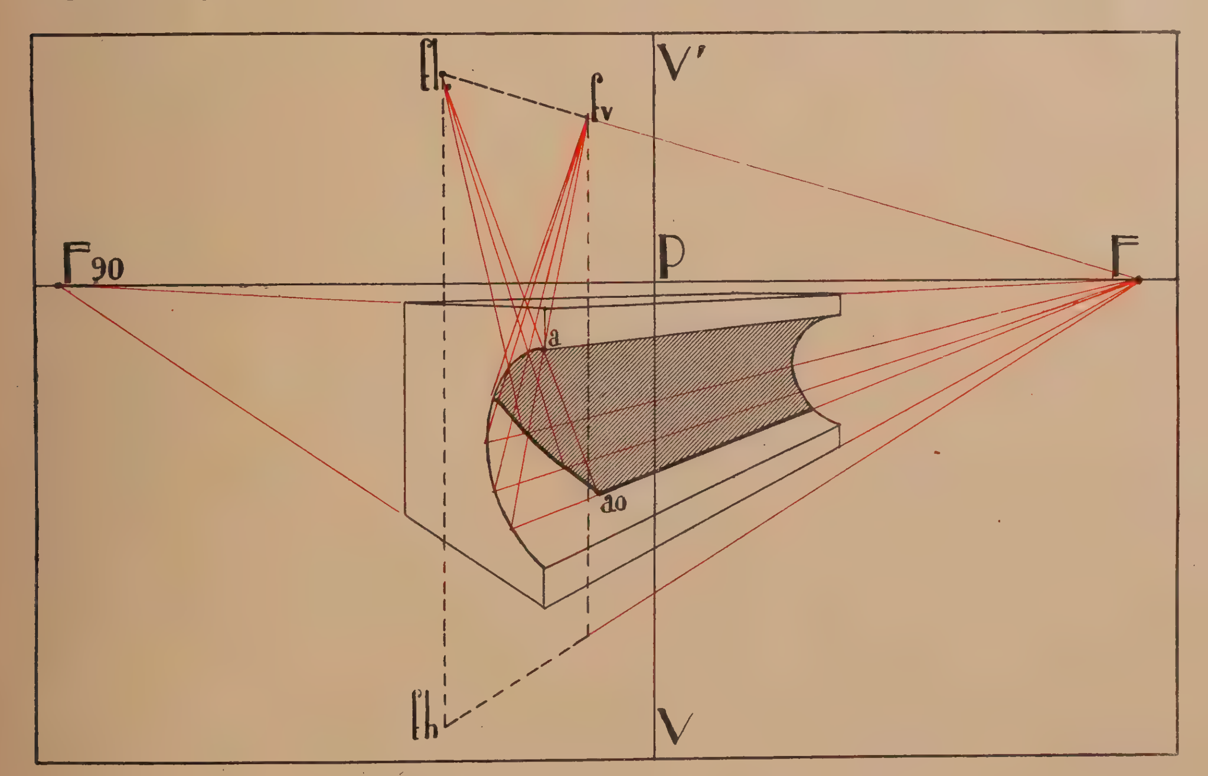


Fig. 140. — Ombre au flambeau du cylindre creux.

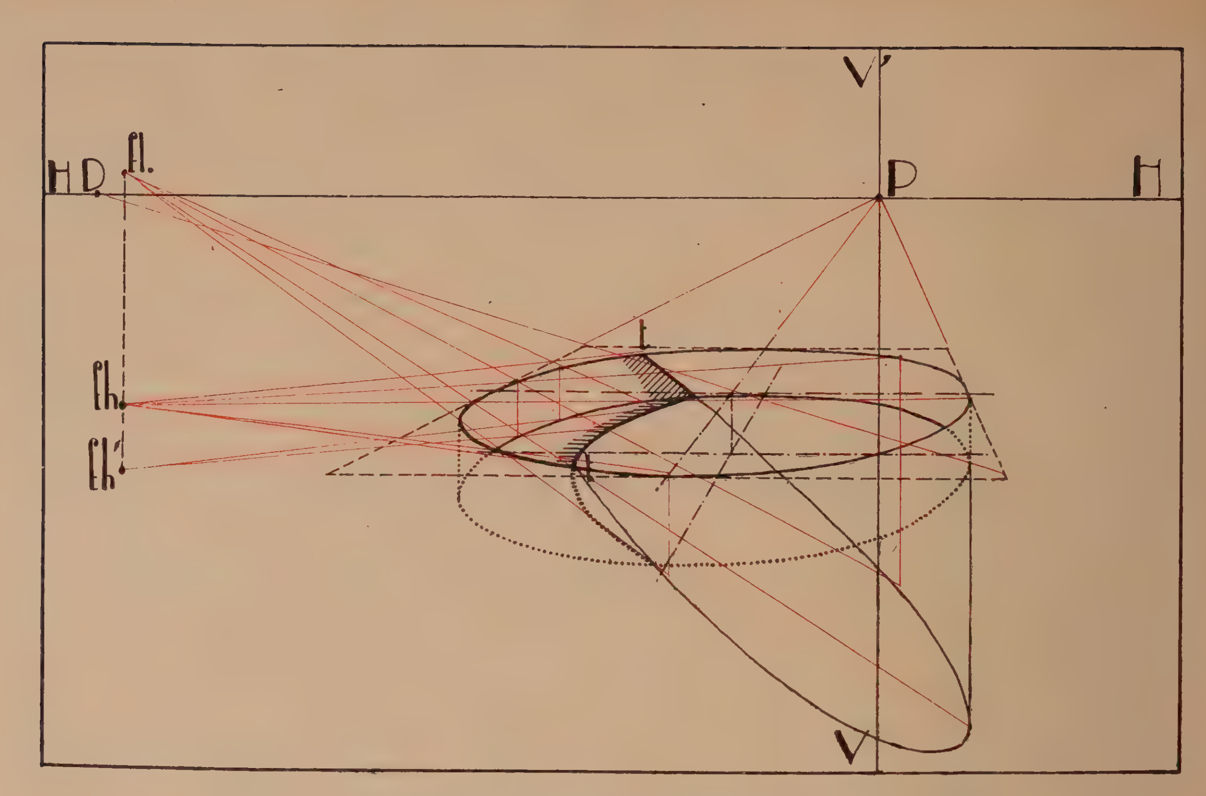


FIG. 141. — Autre exemple d'ombre au flambeau d'un cylindre creux.

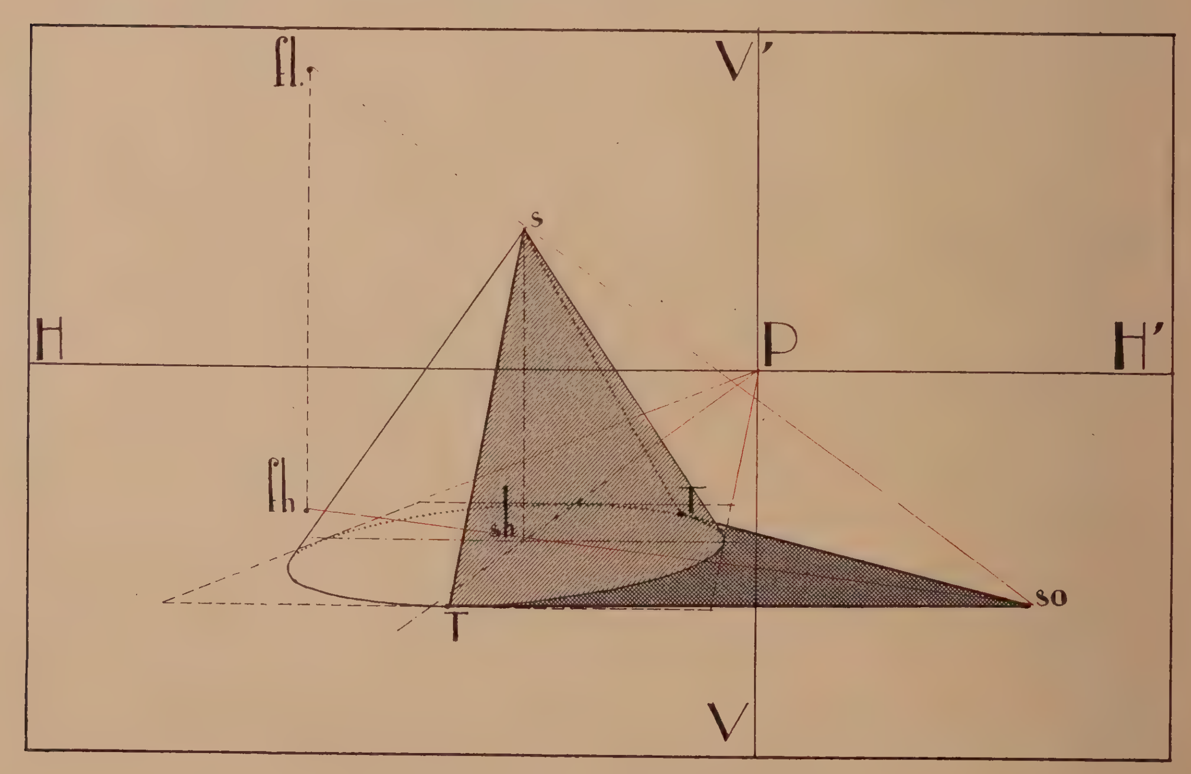


FIG. 142. — Ombre au flambeau du cône.

de la parallèle aux génératrices passant par le foyer lumineux dans le plan de base du cylindre et en menant par ce point la tangente à la section droite. Il est à noter aussi qu'en ce point la courbe d'ombre est tangente au rayon lumineux.

Ombre du cône

On cherchera d'abord l'ombre portée du sommet du cône et les tangentes menées par ce point à sa base seront les ombres portées des génératrices d'ombre propre. S'il s'agit d'ombre au soleil, les deux génératrices d'ombre propre sont placées de telle façon que, toujours plus de la moitié du cône est en lumière, s'il a son sommet dirigé vers le haut, et au contraire, moins de la moitié est en lumière s'il a son sommet dirigé vers le bas.

Un cas particulier peut se produire, c'est celui où l'ombre portée par le sommet sur le plan de base se trouvera à l'intérieur même de la courbe de base. Dans ce cas, il n'y a pas d'ombre du cône (fig. 142).

Cône creux

On cherchera de même la trace *m* du rayon lumineux passant par le sommet dans le plan de base et on cherchera les ombres portées par chacun des points de

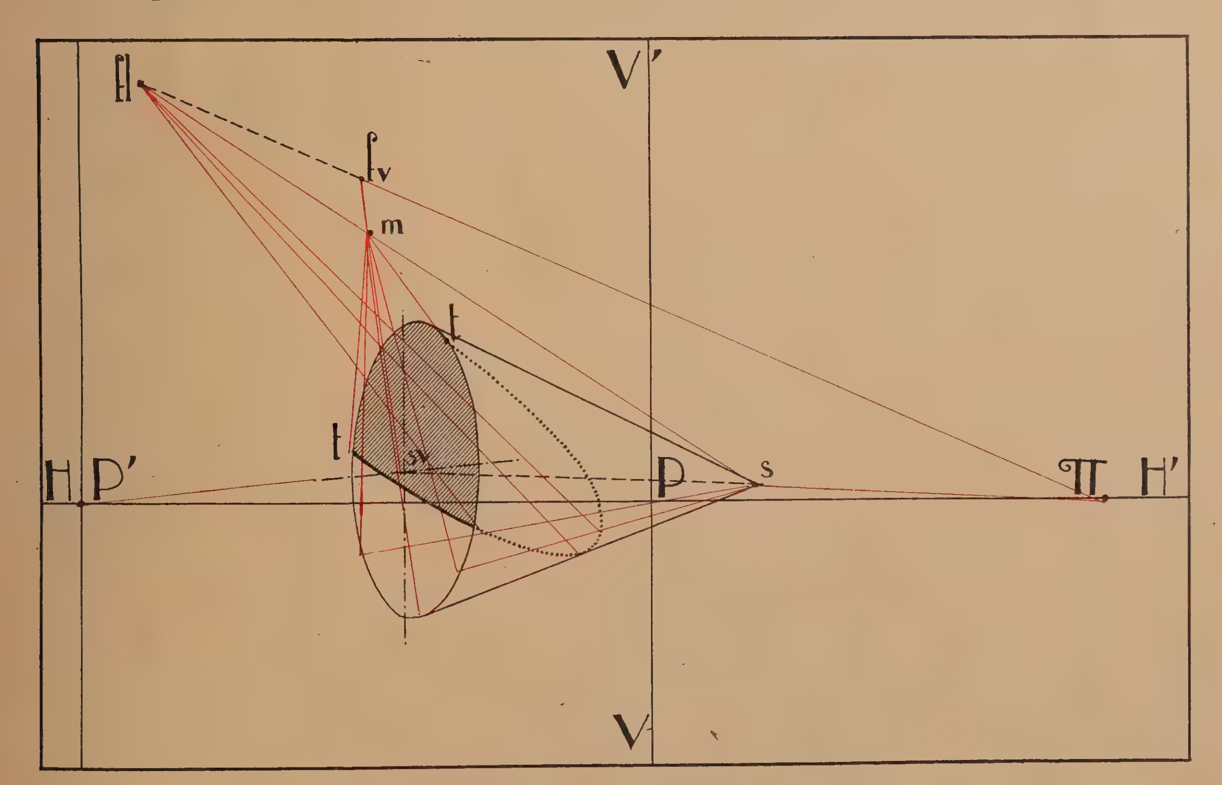


FIG. 143. — Ombre au flambeau du cône creux.

la base en menant des plans lumineux passant par ce point *m*, ce qui donnera dans le cône deux génératrices, l'une portant ombre sur l'autre (fig. 143).

Pour les ombres du cylindre de révolution et du cône de révolution, il peut être intéressant de trouver les génératrices d'ombre propre avec plus de précision que ne le permettent les tracés indiqués ci-dessus.

Dans le cas du cylindre, on ramènera de front le plan de base et la courbe de base et en même temps on ramènera de front aussi le pied des rayons lumineux parallèle aux génératrices sur ce plan de base. On aura ainsi en vraie forme cette base et il sera possible de mener les tangentes avec précision. Il ne restera ensuite qu'à remettre en perspective les deux points ainsi obtenus.

Pour le cône, il faudra aussi ramener de front la base du cône et l'ombre portée par son sommet, et on pourra ainsi mener les tangentes avec exactitude comme pour le cylindre et il ne restera également qu'à remettre en perspective les deux points trouvés.

Il est à noter qu'un cône et un cylindre ayant même axe et base commune tels qu'une tour couverte par une toiture conique ou un chapiteau dorique avec l'échine de son chapiteau, n'auront pas de génératrice d'ombre se correspondant sur le cône et sur le cylindre. Il peut même se produire que le cône n'a pas d'ombre du tout ou soit tout entier dans l'ombre.

Dans le cas d'une tour sur soubassement conique, il y aura lieu de chercher l'ombre portée par la génératrice d'ombre propre du cylindre de la tour sur le cône du soubassement et en particulier le point de perte de cette ombre propre dans l'ombre propre du cône. De même dans le cas du cône renversé surmontant un cylindre, comme dans le chapiteau dorique.

Il faudra pour déterminer ce point de perte, chercher les ombres portées sur un plan auxiliaire par les deux génératrices d'ombre propre du cylindre et du cône. Le point où ces deux ombres se recoupent correspond au point où l'une porte ombre sur l'autre, c'est-à-dire au point de perte.

Ombre de la sphère

Dans le cas des ombres au flambeau, l'ombre propre de la sphère sera toujours un cercle perpendiculaire à la ligne joignant le flambeau au centre, mais plus petit que le grand cercle (fig. 144).

L'ombre portée sur un plan sera donc toujours une ellipse ou, en tout cas, une courbe au second degré.

Pour trouver l'ombre propre de la sphère au flambeau, on devra se servir d'un plan auxiliaire passant par le flambeau et le centre de la sphère. Ce plan sera perpendiculaire à celui de l'ombre propre. On ramènera de front ce plan puis on déterminera les tangentes du flambeau ramené de front au grand cercle de la

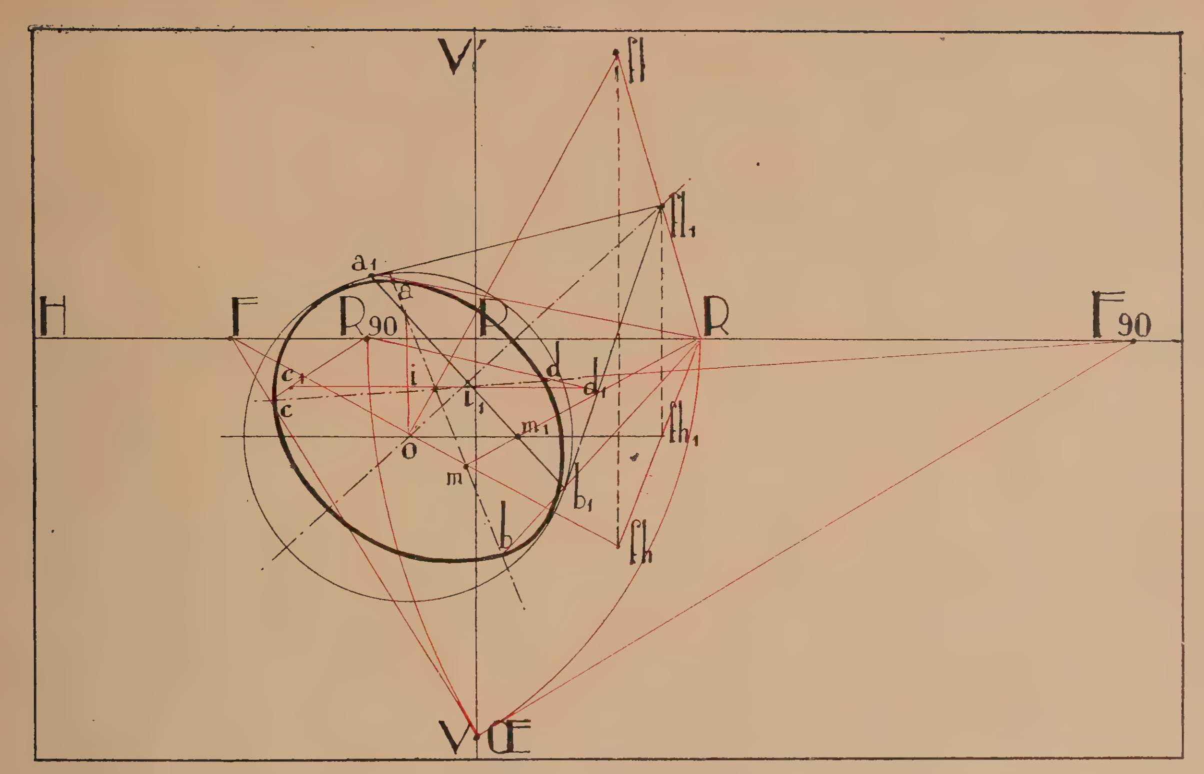


Fig. 144. — Ombre propre de la sphère au flambeau.

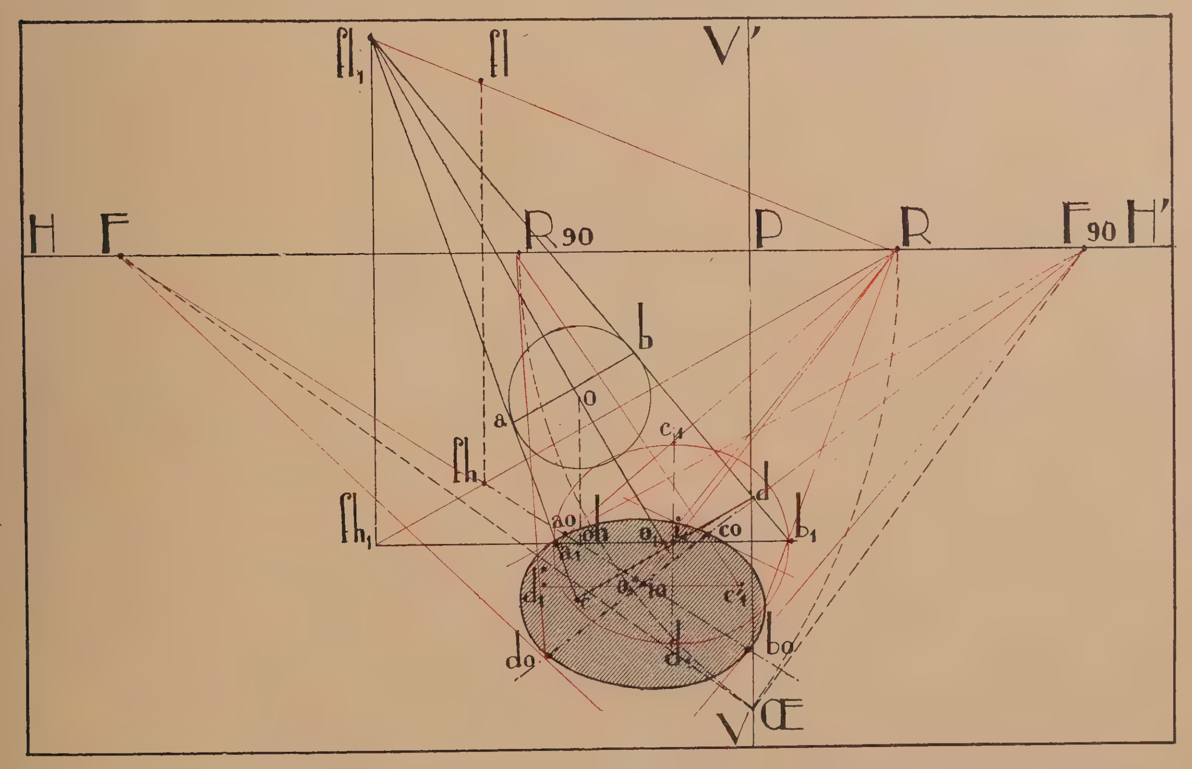


Fig. 145. — Ombre portée au flambeau par une sphère.

sphère ramenée de front également. Cela donnera deux points qui seront les extrémités du diamètre du cercle d'ombre. Puis on remettra en perspective ce diamètre et il ne restera plus qu'à tracer un cercle situé dans un plan perpendiculaire à la ligne joignant le flambeau au centre. Pour l'ombre portée, par exemple sur le sol, on opérera de même (fig. 145). L'ombre propre d'une sphère coiffant une tour se raccordera avec l'ombre de la tour, dans le plan de base commun, mais la courbe d'ombre sera nettement brisée en ce point.

Ombre de la sphère creuse (niche)

L'épure de l'ombre de la niche serait trop compliquée pour être obtenue avec précision, car il faudrait, par un certain nombre de points du cercle suivant lequel elle rencontre le mur extérieur, mener des plans lumineux auxiliaires qui couperaient la niche, en réalité suivant un cercle et en perspective suivant une ellipse, puis chercher le point où le rayon lumineux considéré rencontre cette coupe (fig. 146).

En réalité, il sera souvent suffisant de déterminer le point où la courbe autoportée commence. Pour cela, on cherchera, comme pour le cylindre creux, la projection du foyer lumineux sur le mur et on mènera par ce point la tangente à la courbe d'entrée de la niche. On déterminera également le point d'ombre portée par la clef de la niche.

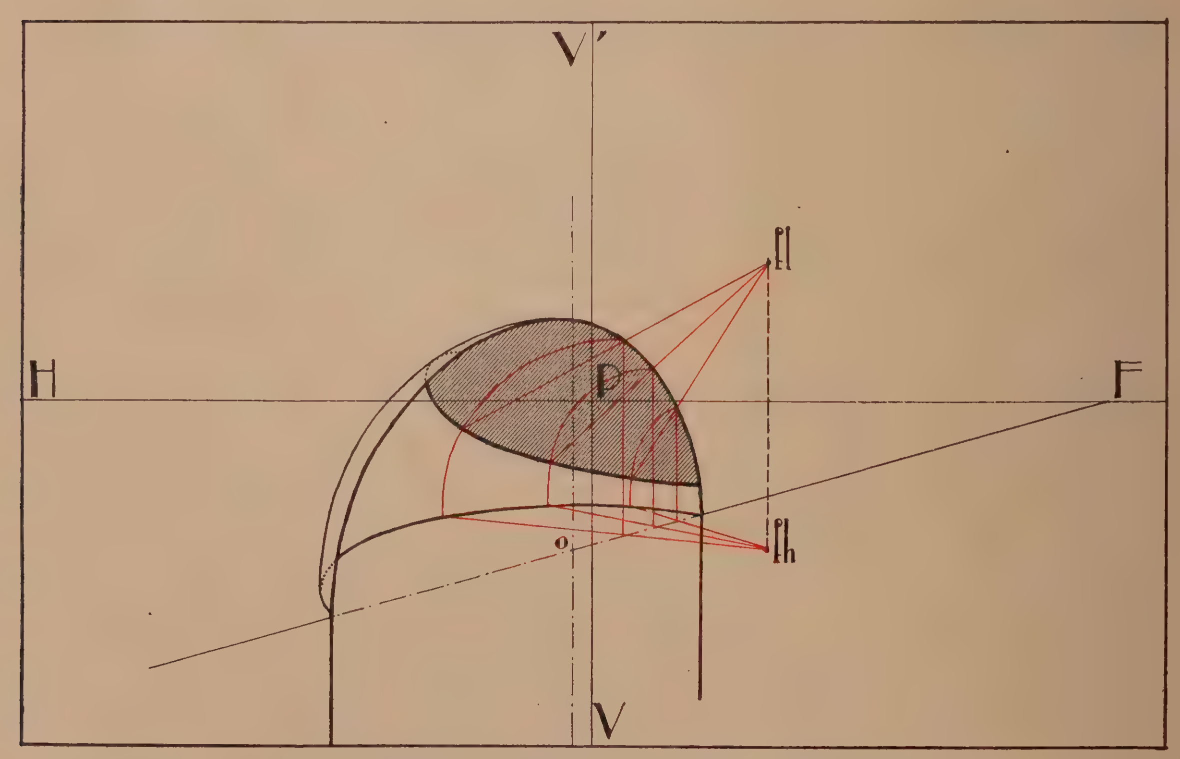


Fig. 146. — Ombre au flambeau d'une niche (sphère creuse).

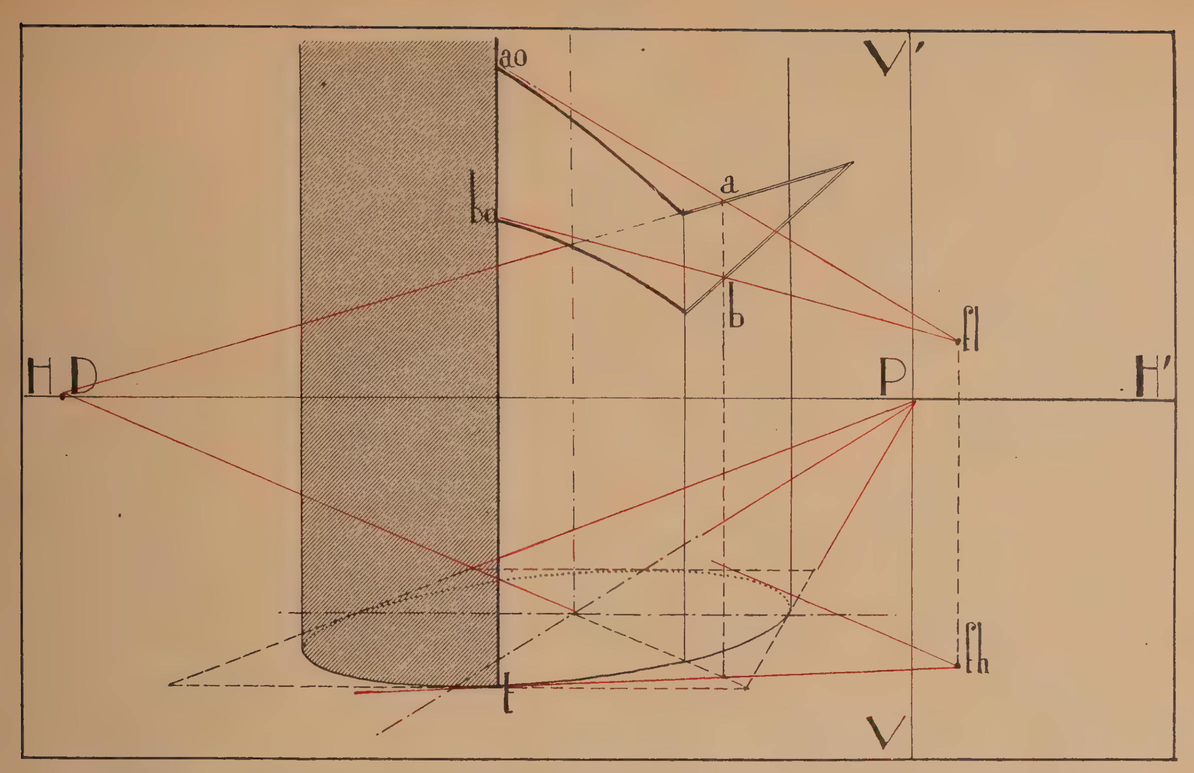


FIG. 147. — Ombre portée au flambeau par une potence sur une tour. Points de perte.

Ombre portée par des lignes droites sur des corps ronds

Le problème se ramènera toujours à la recherche de l'intersection d'un plan déterminé par les lignes qui portent ombre et le foyer lumineux avec le corps rond. C'est donc un des problèmes traités précédemment (fig. 147).

Remarque sur les points de perte d'ombre portée dans l'ombre propre. — Deux remarques très importantes doivent être faites pour ne pas commettre d'erreur choquante, même quand on dessine les ombres purement et simplement, sans faire d'épure.

1° Quelles que soient les formes des corps qui portent ombre et de ceux sur lesquels l'ombre est portée, même s'il s'agit d'un corps tout à fait irrégulier pourvu qu'il ne présente pas d'arête, toujours au point où l'ombre portée se perd dans l'ombre propre, elle est tangente à la direction du rayon lumineux en ce point (fig. 148).

Bien entendu, il faut considérer les ombres autoportées comme ombres portées et non comme ombres propres.

2° Toujours également quelles que soient les formes du corps en question, le point de perte d'une ombre portée dans une ombre propre est sur le même rayon lumineux que l'intersection des deux ombres portées sur un autre objet, par exemple le sol.

Résumé

Ombre du cylindre. — On mène par le pied d'une parallèle aux génératrices passant par le flambeau sur le plan de base des tangentes à la base. On a ainsi les génératrices d'ombre propre et, sur le plan de base, les ombres portées (fig. 137 à 139).

Pour le cylindre creux, on se servira de plans lumineux auxiliaires contenant des génératrices (fig. 140-141).

Ombre du cône. — On détermine l'ombre du sommet sur le plan de base; puis, par cette ombre, on mène les tangentes à la base qui donnent les génératrices d'ombre propre et l'ombre portée sur le plan de base (fig. 142). *Les ombres d'un cône et d'un cylindre à même base et même axe ne se raccordent pas.*

Ombre de la sphère. — Cette ombre est un cercle dans un plan perpendiculaire au rayon lumineux du centre; on détermine le centre et le rayon par une rotation de front (fig. 144 et 145). *Les ombres d'une demi-sphère posée sur un cylindre de même rayon se raccordent, mais avec un point de brisure.*

Ombre de droites sur un corps rond. — Le problème se ramène à l'intersection d'un plan par ce corps (fig. 147-148).

Le point de perte d'une ombre portée est le point où elle pénètre dans l'ombre propre. En ce point, quelle que soit la forme des corps, la tangente à l'ombre est le rayon lumineux.

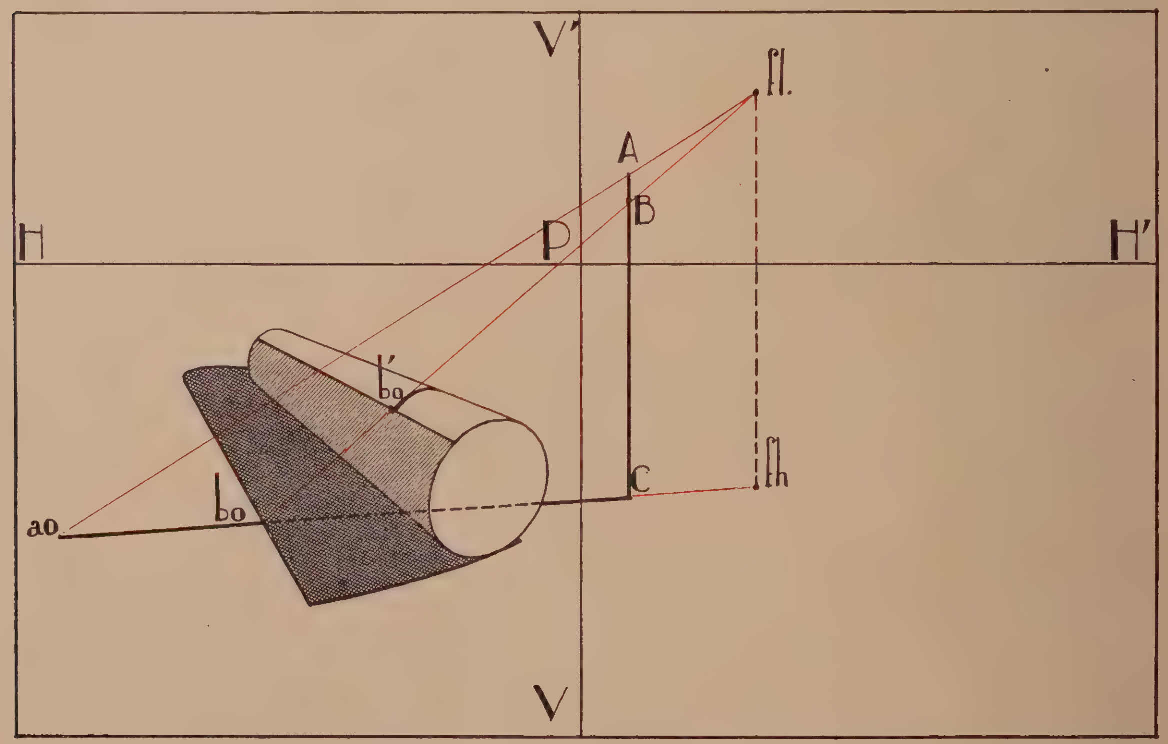


Fig. 148. — Ombre portée au flambeau par une verticale sur un cylindre horizontal. Point de perte.

CHAPITRE XVI

Ombres au soleil. Diverses positions du soleil. Aspect des ombres des verticales sur le sol dans les trois cas. Parallélisme des rayons lumineux. Ombres des points sur le sol. Ombres des verticales sur le sol. Ombres des horizontales. Ombres obliques inclinées. Ombres des cercles.

Ombres au soleil

Le soleil peut, dans la nature, occuper trois positions différentes :

1° Il peut être en avant du spectateur (effet de contre-jour);

2° Il peut être exactement à droite ou à gauche du spectateur;

3° Il peut être en arrière du spectateur (éclairage en plein).

La position du soleil peut en outre varier suivant l'heure, la saison et le lieu. Dans nos régions, le soleil ne peut jamais être exactement au zénith, tandis qu'il pourra l'être dans les pays tropicaux. Même à midi, il ne dépassera pas une certaine hauteur qui varie entre le complément de la latitude, augmenté de l'inclinaison de l'écliptique au solstice d'été et diminué de cette inclinaison au solstice d'hiver. L'inclinaison de l'écliptique étant d'environ 23 degrés, s'il s'agit d'une région de France dont la latitude est de 48 degrés, le soleil sera à l'équinoxe d'été, à midi, à $90 - 48 + 23 = 65$ degrés au-dessus de l'horizon, tandis qu'à midi au solstice d'hiver, il sera à $90 - 48 - 23 = 19$ degrés.

Bien entendu, aux autres heures de la journée, le soleil sera plus bas. S'il s'agit de saisons intermédiaires, il sera dans des positions moyennes entre celles extrêmes indiquées plus haut.

Il suffira de rappeler qu'à l'équinoxe de printemps et d'automne, le soleil se lève exactement à l'Est et se couche exactement à l'Ouest, à 6 heures et à 18 heures, et qu'au solstice d'hiver, il se lève au Sud-Est et se couche au Sud-Ouest, tandis qu'au solstice d'été, il se lève au Nord-Est et se couche au Nord-Ouest.

Différence d'une ombre au soleil et d'une ombre au flambeau

Les rayons lumineux, au lieu de converger en un point situé à une distance finie comme dans les ombres au flambeau, divergent à partir du soleil, c'est-à-dire qu'en pratique on les considère comme parallèles, puisqu'on considère le soleil

comme situé à l'infini et réduit à un point. Il résulte de ceci que les rayons lumineux auront un point de fuite qui sera l'image du soleil sur le tableau.

Il importe de préciser la situation de ce point de fuite dans les diverses positions que peut occuper le soleil.

1° *Le soleil est en avant du spectateur.* — Le soleil est réellement vu ou peut être vu par le spectateur. En conséquence puisque le soleil est forcément au-dessus du plan d'horizon, son image sera sur le tableau au-dessus de la ligne d'horizon, juste sur la verticale principale, s'il est exactement en face; à droite de cette dernière s'il est à droite, à gauche s'il est à gauche.

2° *Le soleil est exactement à gauche ou à droite.* — Dans ce cas, le rayon visuel passant par le soleil se trouve parallèle au tableau; en conséquence, il n'y a pas d'image du soleil et tous les rayons lumineux auront leurs images parallèles à la vraie direction de ce rayon.

3° *Le soleil est en arrière du spectateur.* — En ce cas, il n'y a pas d'image réelle du soleil, mais une image virtuelle qu'on peut considérer aussi comme étant l'ombre portée de Œ sur le tableau; cette image sera évidemment renversée. Elle se trouvera sur le tableau toujours en dessous de la ligne d'horizon, puisque le soleil est au-dessus du plan d'horizon et que son image virtuelle se trouvera forcément en dessus. De même, si le soleil est à droite son image virtuelle sera à gauche, et s'il est à gauche elle sera à droite.

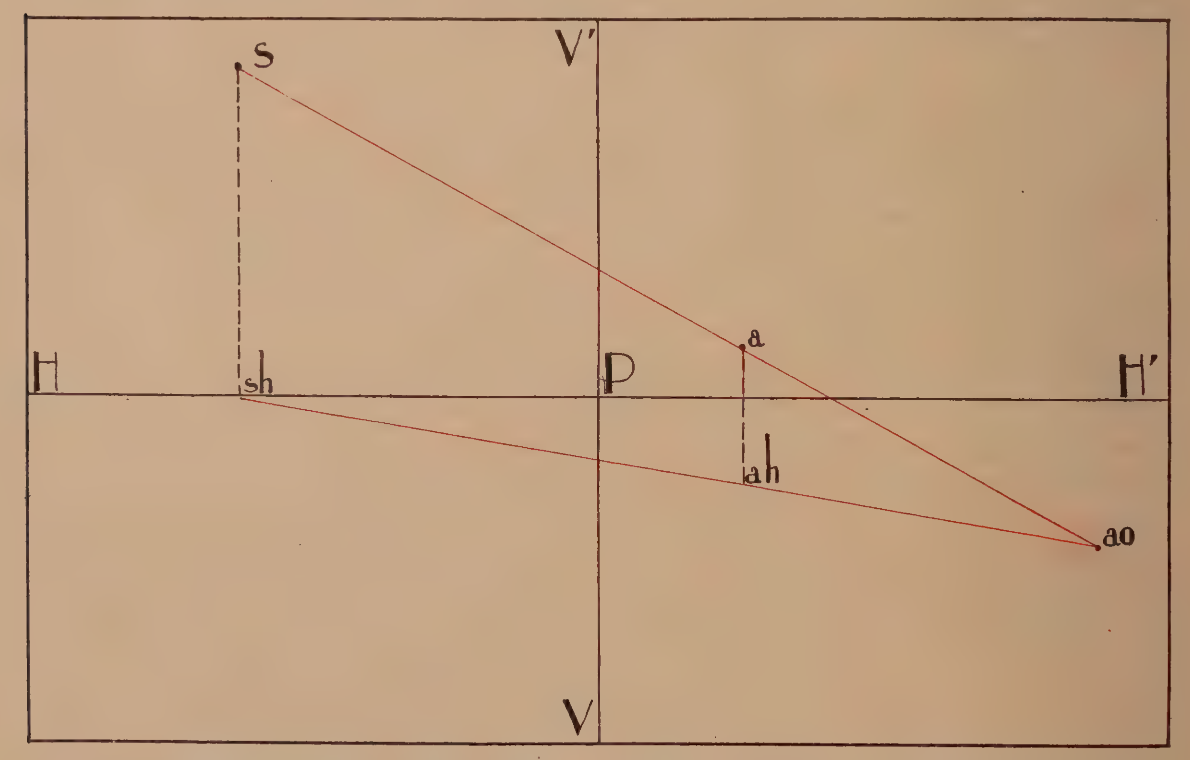


Fig. 149. — Position du soleil et ombre sur le sol de *a*, le soleil étant en avant (effet de contre-jour).

Ombre portée des points sur le sol dans ces trois cas

La direction des rayons lumineux est donnée par leur point de fuite. La direction des projections horizontales de ce rayon lumineux sera donnée également par un point de fuite sur la ligne d'horizon, car les projections de ces rayons sont évidemment parallèles et le sont à l'intersection du sol avec les plans verticaux comprenant les rayons lumineux.

Pour connaître avec exactitude le point de fuite de ces projections, il suffira donc de mener par le soleil la ligne de fuite de ce plan, soit une verticale qui rencontrera la ligne d'horizon en un point S*h*.

1° *Soleil en avant du spectateur* (*contre-jour*). — On obtiendra l'ombre en joignant d'une part le point de fuite des rayons lumineux S au point qui porte ombre, puis on cherchera la projection sur le sol de ce point et, en joignant à la projection de S, S*h*, on obtiendra une deuxième ligne qui, recoupant la première, donnera l'ombre portée par le point (fig. 149).

2° *Soleil exactement à droite ou à gauche du spectateur.* — Dans ce cas, comme il a été dit plus haut, le soleil n'a pas d'image réelle, ou plutôt son image réelle est reportée à l'infini dans une direction donnée. Il en sera donc de même de sa projection sur le sol, et le point S*h* sera situé à l'infini sur la ligne d'horizon.

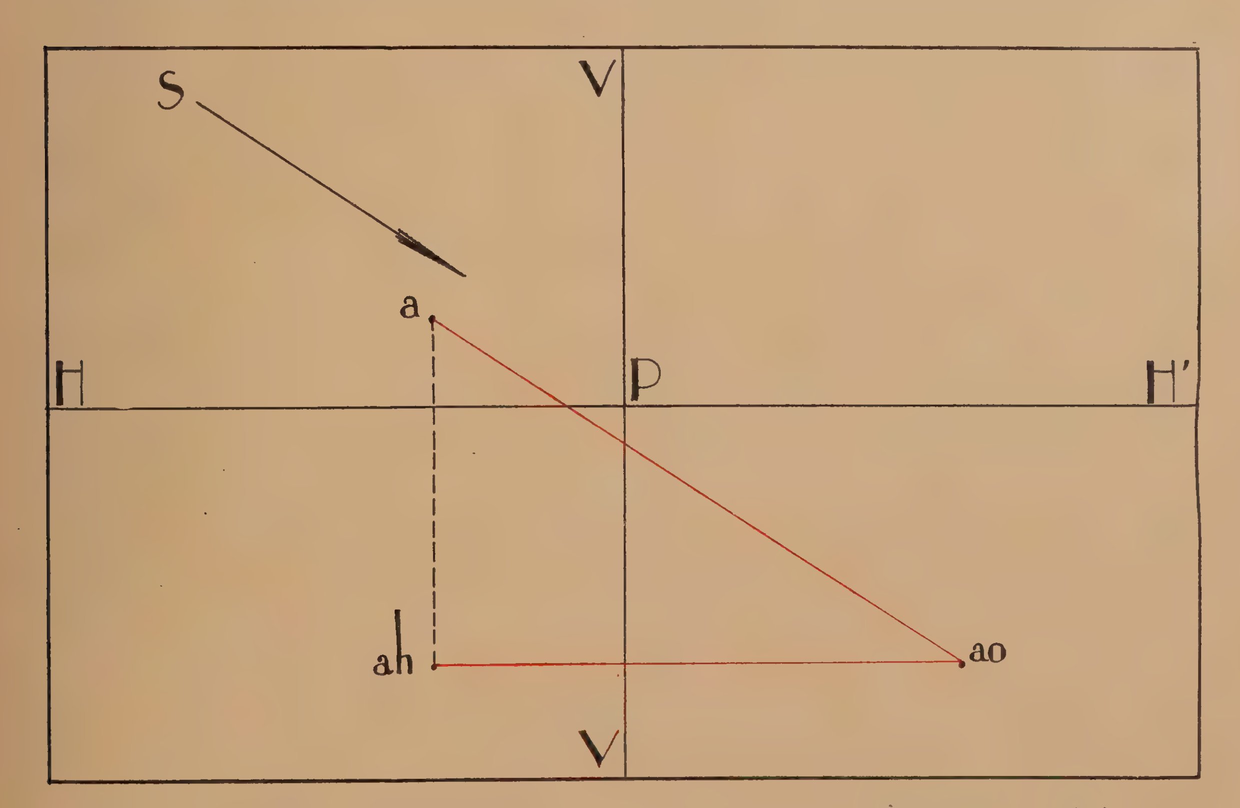


Fig. 150. — Position du soleil et ombre de *a* sur le sol, le soleil étant exactement à droite ou à gauche de Œ.

Pour obtenir l'ombre d'un point sur le sol, on cherchera également sa projection sur le sol, on mènera par le point une ligne parallèle au rayon lumineux et par sa projection sur le sol une parallèle à la ligne d'horizon. Par recoupement de ces deux lignes, on obtiendra le point cherché (fig. 150).

3° *Le soleil est en arrière du spectateur.* — La théorie est exactement la même que pour le soleil en avant du spectateur, mais la situation réciproque des divers points est changée. La méthode de tracé est identiquement la même (fig. 151).

Ombre portée par des verticales

Nous n'avons, pour obtenir l'ombre portée par une verticale, qu'à matérialiser la ligne projetant sur les épures précédentes le point portant ombre sur le sol. Nous aurons donc exactement le même tracé car le pied de la verticale dans le sol porte évidemment ombre sur lui-même et fait partie de cette ombre. On peut faire une remarque générale au sujet des ombres des verticales suivant la position du soleil.

1° *Le soleil est en avant du spectateur.* — Toutes les ombres portées sur le sol divergent à partir du point S*h* et se dirigent vers le spectateur (fig. 152).

2° *Le soleil est exactement à droite ou à gauche du spectateur.* — Dans ce cas, toutes les ombres sont parallèles et exactement dans le même rapport avec la hauteur des diverses verticales (fig. 153).

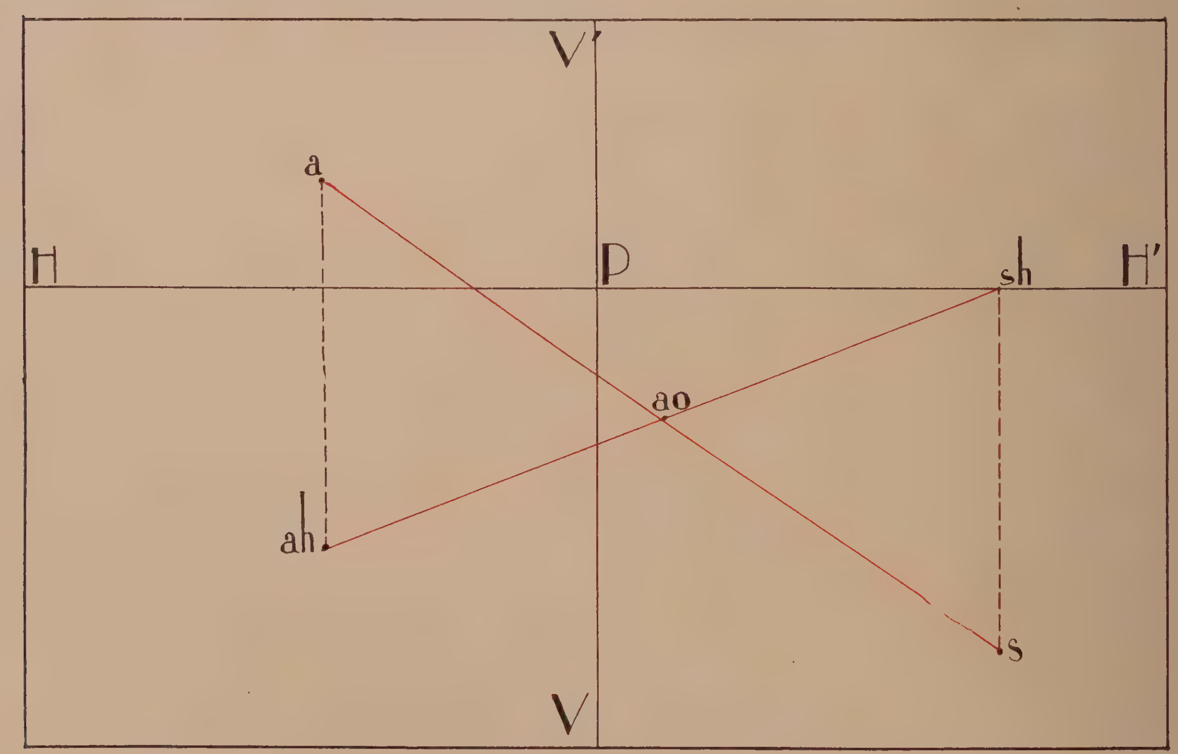


Fig. 151. — Position du soleil et ombre de *a* sur le sol, le soleil étant derrière Œ.

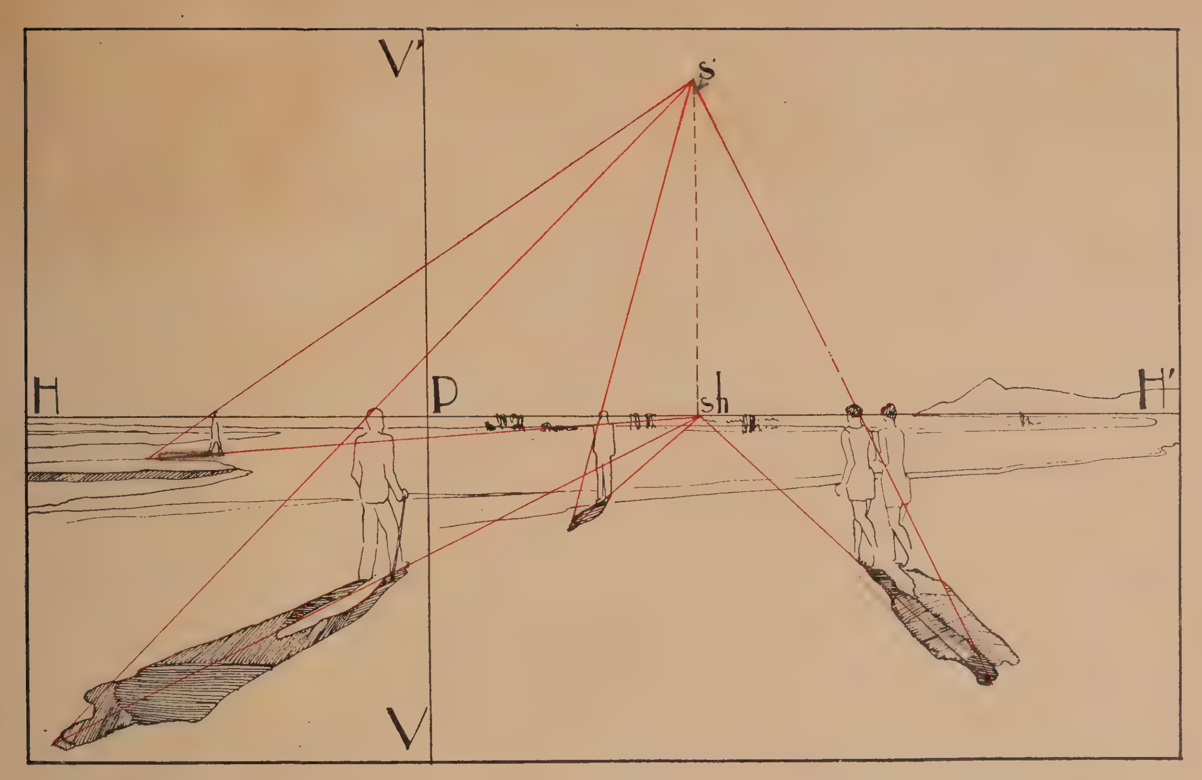


Fig. 152. — Cas du soleil en avant de Œ (contre-jour). Les ombres des verticales fuient en *sh* en s'en éloignant.

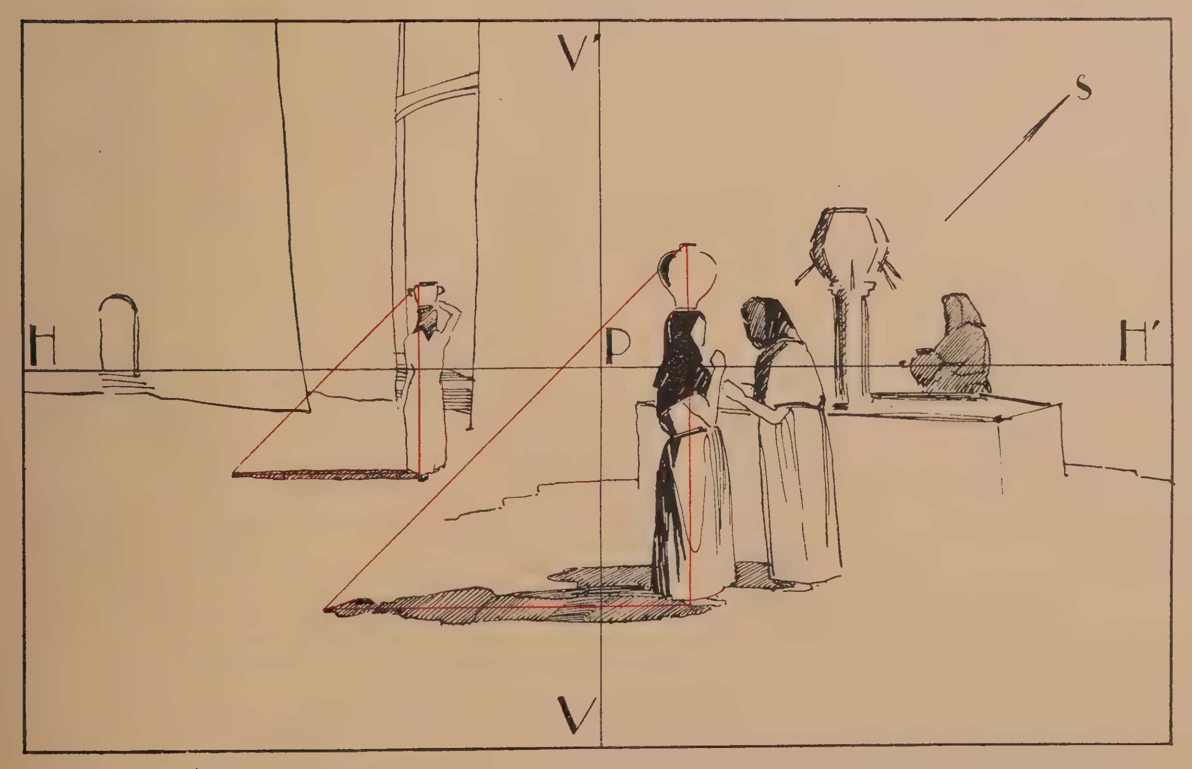


Fig. 153. — Cas du soleil exactement à droite. — Les ombres des verticales sont des horizontales de front.

3° *Le soleil est en arrière du spectateur.* — Dans ce cas, les ombres convergent vers le point S*h* en s'éloignant du spectateur (fig. 154).

Cette remarque générale peut servir à éviter des erreurs grossières dans le cas d'indication d'ombre sans épure.

Cas particuliers. — Le soleil a son image exactement au point principal P. Ce sera le cas du soleil se levant ou se couchant exactement en face du spectateur. Les ombres sont alors presque imperceptibles, ont une longueur infinie et convergent en P.

Le soleil est à l'horizon en un point quelconque S. C'est le cas du soleil se couchant ou se levant à droite ou à gauche du spectateur. Les ombres sont également d'une longueur infinie et elles convergent en S.

Enfin si le soleil est au zénith, le point S est à l'infini sur la verticale principale et les ombres sont exactement la projection horizontale des objets.

Anomalies

Ombre portée sur le sol d'un point dont l'image est à une hauteur telle que *a*S soit parallèle à *ah* S*h*. Il est impossible alors de tracer l'ombre car les deux lignes étant parallèles ne se rencontrent pas, mais cela signifie simplement que

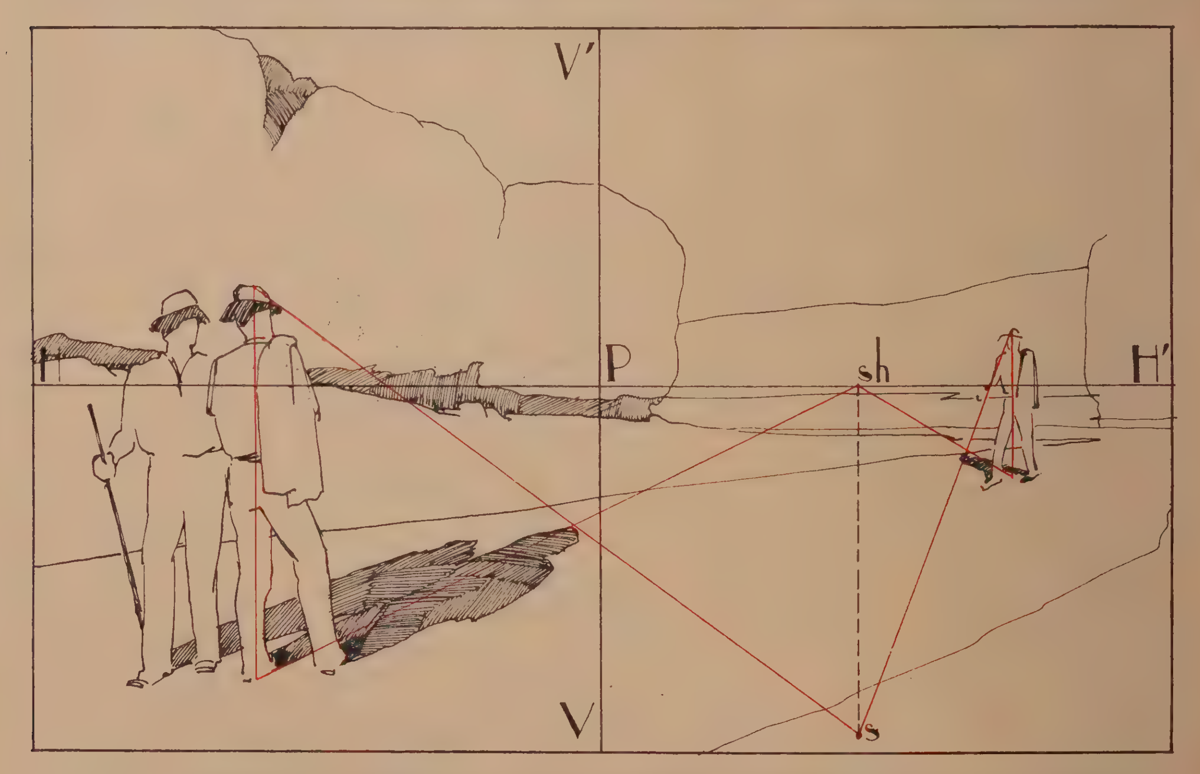


Fig. 154. — Cas du soleil en arrière de Œ. — Les ombres des verticales fuient vers *sh* en s'y dirigeant.

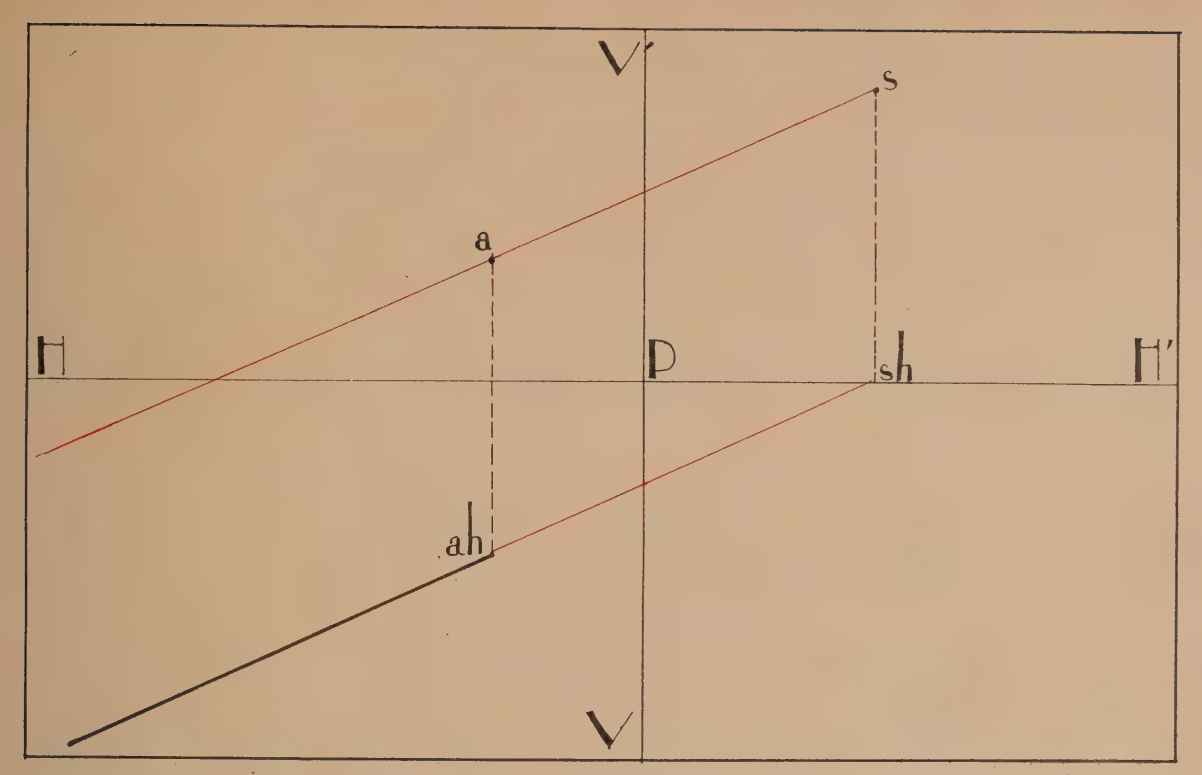


FIG. 155. — Les rayons lumineux *sa* et *shah* sont parallèles. Cela signifie que l'ombre de *a* est exactement dans le plan de front de Œ.

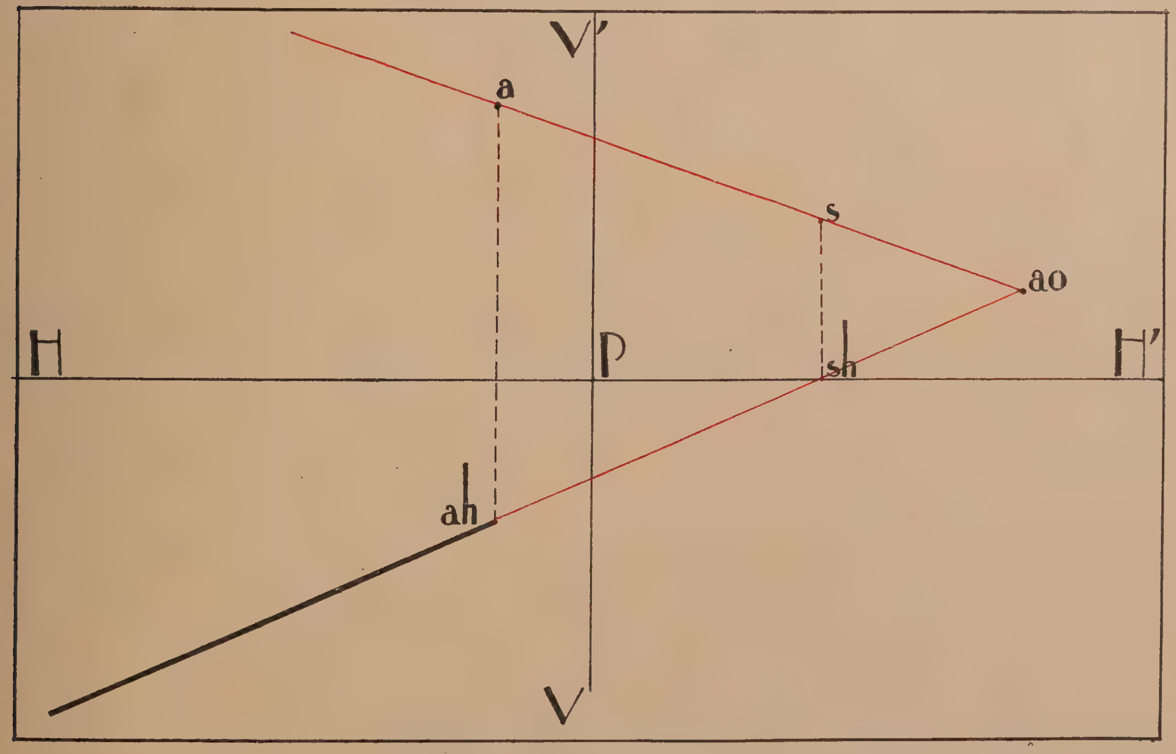


FIG. 156. — Cas où *as* et *ah sh* convergent au-dessus de HH'. Cela signifie que l'ombre est en arrière de Œ.

l'ombre de *a* se trouve exactement dans le plan de front du spectateur (fig. 155).

Cas où *a*S et *ah* S*h* convergent en un point situé au-dessus de la ligne d'horizon, ou plutôt de l'autre côté de la ligne d'horizon que celui où est placé le plan sur lequel est portée l'ombre. Le tracé donne un point qui dans le cas de sol inférieur au plan d'horizon paraît situé dans le ciel. Cela est évidemment absurde, mais doit être interprété comme l'indication d'une ombre qui se trouve située en arrière du plan de front du spectateur. Le point de rencontre des deux lignes donne alors une ombre virtuelle qui n'est pas visible en réalité (fig. 156).

Cas où le point *a* se trouve situé exactement sur la ligne S S*h*. Les deux lignes S*a* et S*h ah* se trouvant superposées, le point de rencontre est indéterminé. Pour parvenir à le trouver, il faudra prendre un point voisin de *a*, au même niveau que lui et au même éloignement. On obtiendra ainsi l'ombre de ce point en m_o et cette ombre se trouvant évidemment au même éloignement que celle de *a*, permettra de trouver celle-ci (fig. 157).

Ombre portée par des lignes horizontales

1° *Les lignes horizontales sont de front.* — L'ombre sur un plan horizontal sera parallèle à la ligne elle-même et, par conséquent, également de front. On cher-

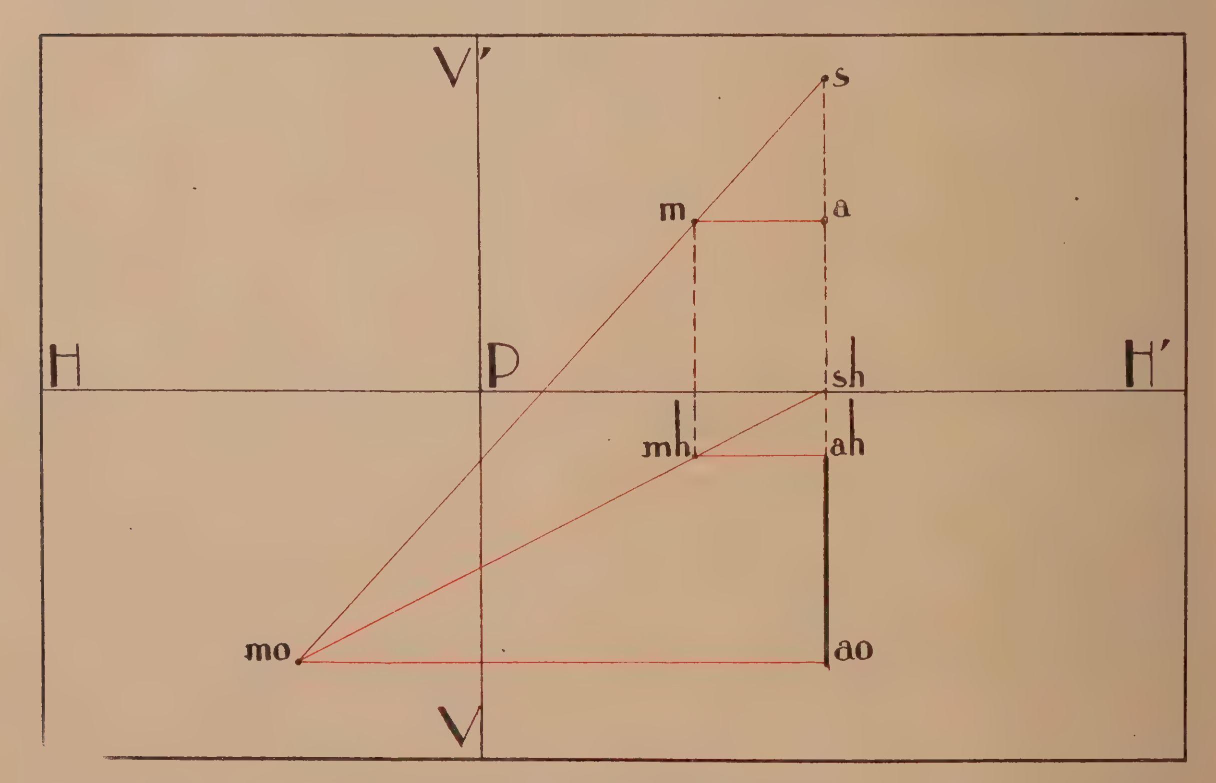


Fig. 157. — Cas où *a* se trouve exactement sur *ssh*. On devra pour trouver *ao* employer un point auxiliaire *m* aux mêmes éloignement et hauteur.

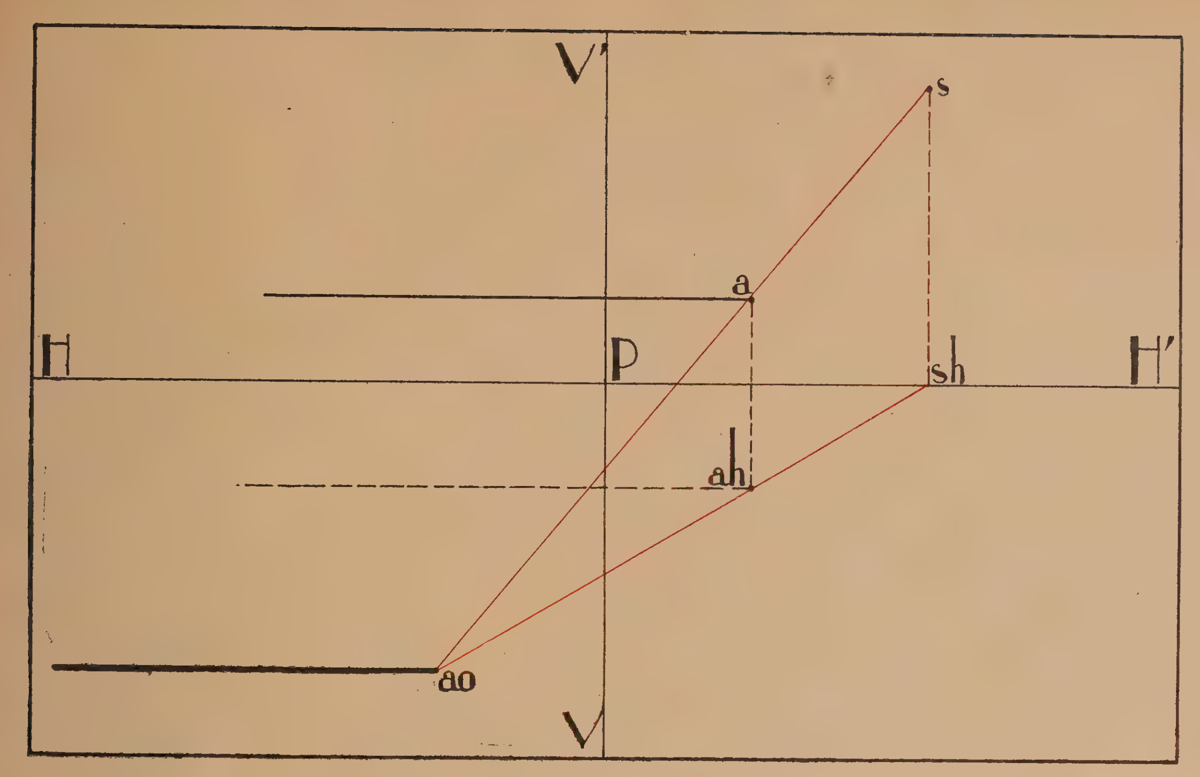


Fig. 158. — Ombre au soleil d'une horizontale de front sur le sol.

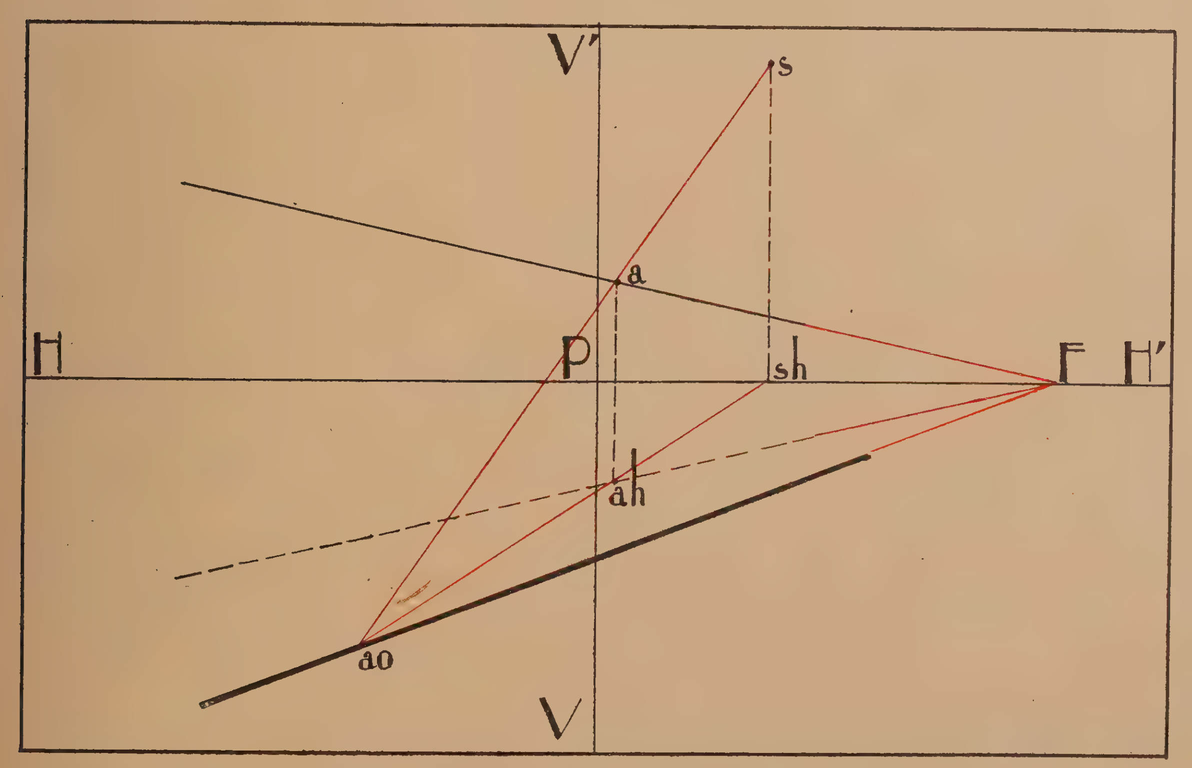


Fig. 159. — Ombre au soleil sur le sol d'une horizontale fuyant en F.

chera l'ombre d'un point de la ligne et, par cette ombre, on tracera une horizontale de front (fig. 158).

2° *Lignes horizontales quelconques.* — L'ombre portée sur le sol sera évidemment parallèle à la ligne elle-même et aura, par conséquent, le même point de fuite F. Là encore, il suffira de tracer l'ombre d'un point et de mener la fuyante en F (fig. 159).

Ombres des lignes obliques

Si on connaît le pied de cette ligne dans le sol, il suffira de trouver l'ombre d'un point de la ligne et de joindre cette ombre à son pied, car celui-ci porte ombre sur lui-même et fait par conséquent partie de l'ombre portée (fig. 160). Dans le cas où, au contraire, on ne connaîtra pas le pied de la droite dans le sol, il faudra déterminer l'ombre des deux points et joindre ces deux ombres. Si on connaît le point de fuite de la ligne oblique, on pourra joindre ce point de fuite au point S, ce qui donnera le point de rencontre de cette ligne de fuite avec la ligne d'horizon, donc le point de fuite de l'intersection du sol avec ce plan lumineux.

Dans ce cas, il suffit d'avoir l'ombre d'un point et de mener par cette ombre une fuyante au point trouvé. Cela peut être particulièrement intéressant dans le cas où l'on a à traecr les ombres de plusieurs lignes parallèles.

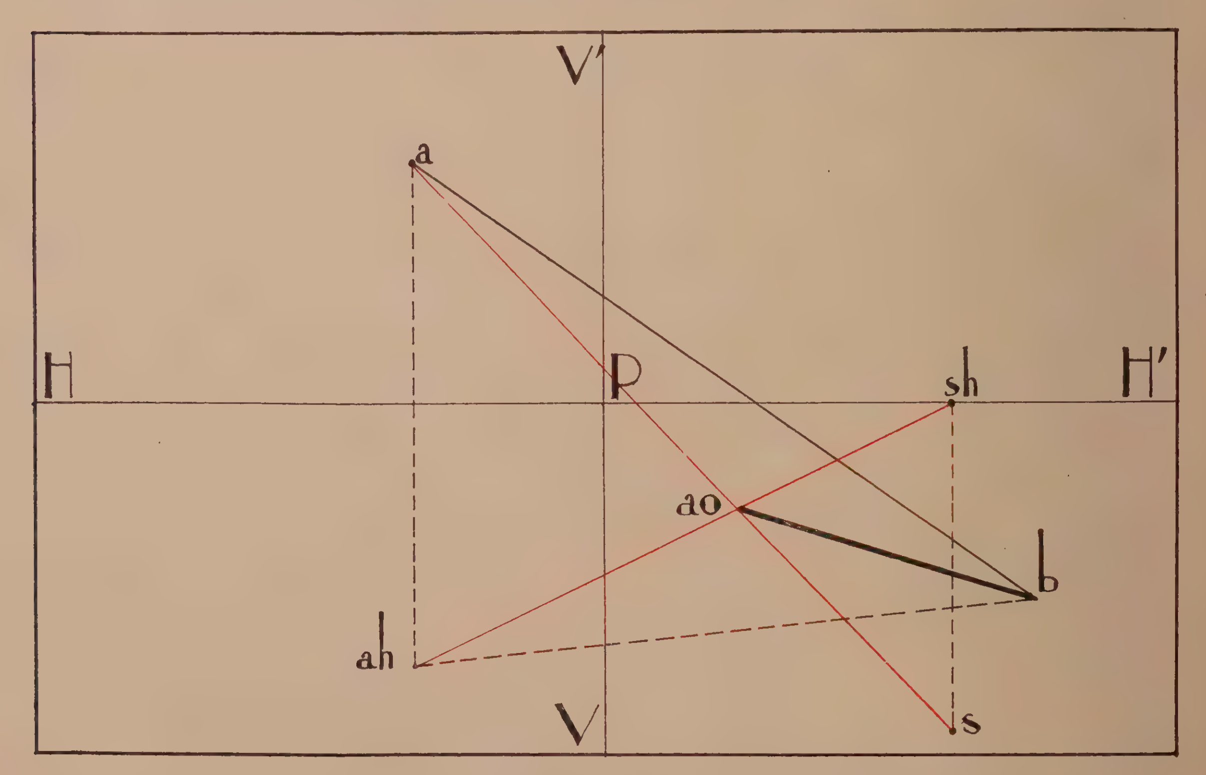


Fig. 160. — Ombre d'une oblique quelconque dont on connaît le pied dans le sol.

Ombres portées sur le sol par des cercles

Lorsqu'il s'agissait d'ombre au flambeau, l'ensemble des rayons lumineux constituait un cône d'ombre, il fallait trouver l'intersection avec le sol. S'il s'agit maintenant d'ombre au soleil, ces rayons lumineux constitueront un cylindre et non pas un cône.

Cercle horizontal. — Dans ce cas particulier, la section du cylindre d'ombre par le sol sera en réalité égale au cercle lui-même. Il suffira donc de chercher l'ombre portée par le centre, de déterminer à l'échelle de cette ombre portée la grandeur du rayon et de tracer le cercle d'ombre en conséquence (fig. 161).

Cercle de front. — L'intersection du cylindre d'ombre et du sol sera une ellipse. On cherchera l'ombre portée par quelques-uns des points intéressants du cercle, notamment son point le plus haut, son point le plus bas, qui détermineront les points où les tangentes à l'ellipse d'ombre seront horizontales. On pourra également déterminer l'ombre des deux extrémités du diamètre horizontal qui donneront deux points où les tangentes fuiront en S*h* (fig. 162).

Cercles verticaux obliques. — Dans le cas de cercles verticaux obliques, on cherchera de même l'ombre portée par les extrémités du diamètre vertical et du diamètre horizontal. On aura ainsi quatre points où respectivement les tangentes fuiront au point de fuite des horizontales du plan du cercle et en S*h* fi(g. 163).

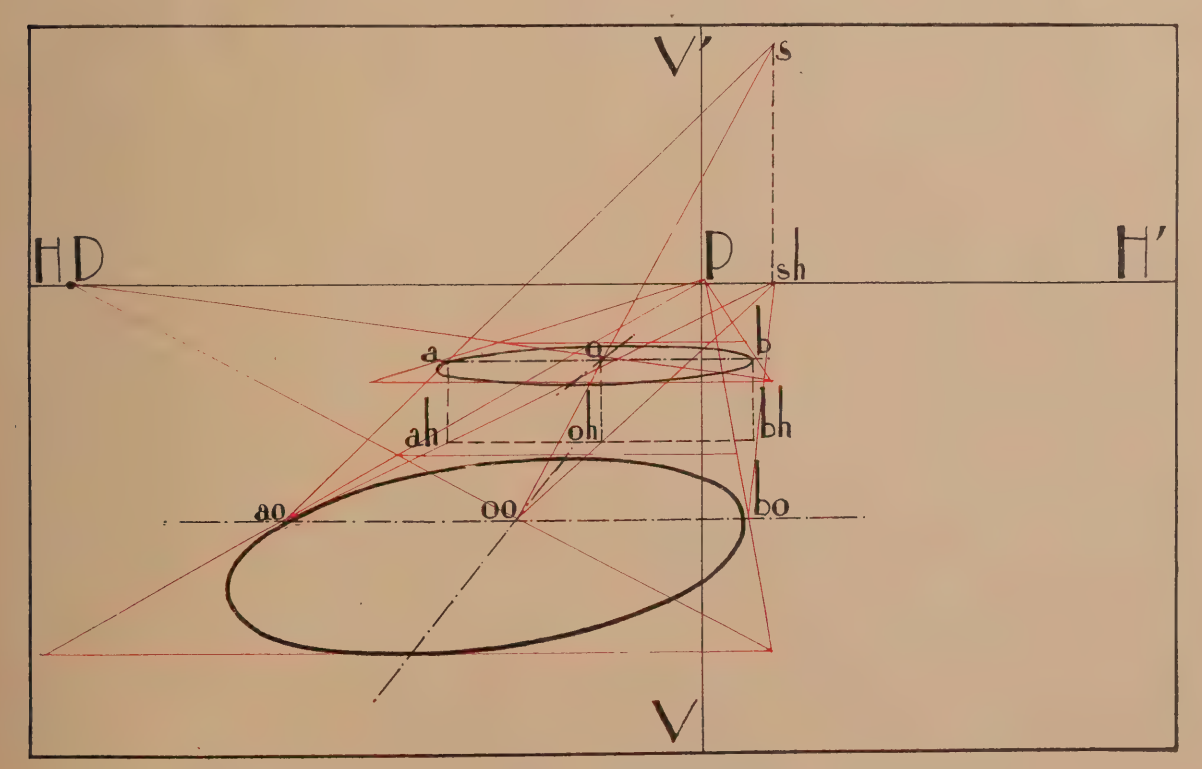


Fig. 161. — Ombre du cercle horizontal sur le sol.

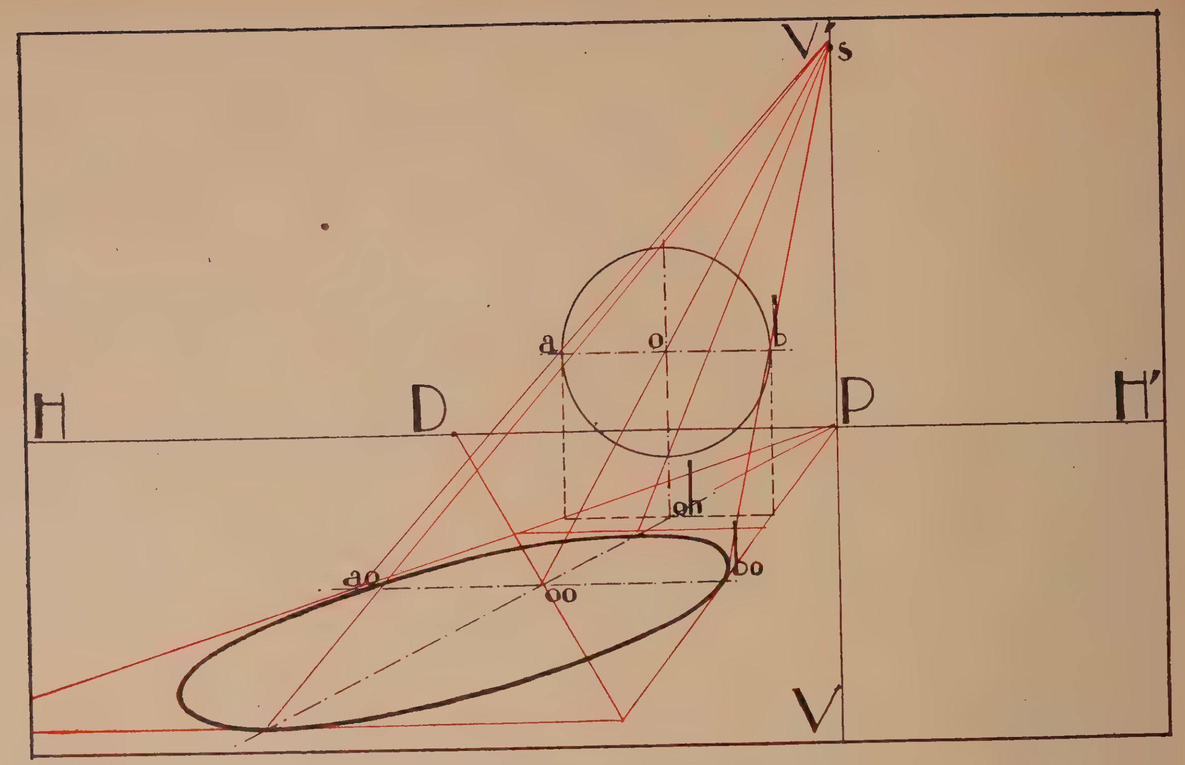


Fig. 162. — Ombre sur le sol d'un cercle de front.

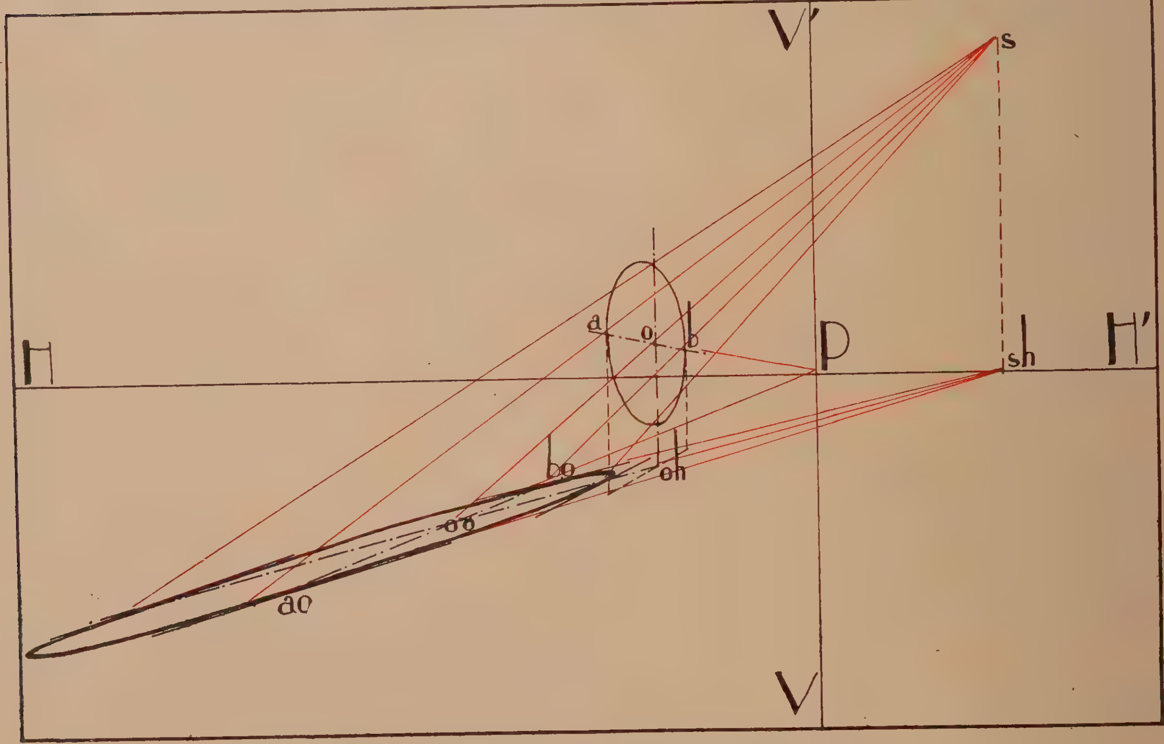


Fig. 163. — Ombre au soleil d'un cercle vertical sur le sol.

Cercle situé dans un plan oblique incliné. — On cherchera l'ombre en choisissant judicieusement quatre points du cercle. En général, ce seront les points situés aux extrémités du diamètre horizontal et celui de plus grande pente qui est perpendiculaire au premier. On obtiendra ainsi quatre points.

Les tangentes aux ombres des deux extrémités du diamètre horizontal fuiront au point de rencontre de la ligne joignant S au point de fuite des lignes de plus grande pente avec la ligne d'horizon et les tangentes au point d'ombre des extrémités du diamètre de plus grande pente fuiront en F, point de fuite des horizontales des plans du cercle (fig. 164).

Ombres portées par des lignes courbes quelconques

Si ces lignes courbes ont été mises en perspective au moyen de points et de tangentes en ces points, on cherchera les ombres des points et des tangentes et on pourra ainsi tracer la courbe d'ombre.

Si les lignes courbes dont il s'agit ont été mises en perspective par craticulage, on cherchera l'ombre de la courbe en traçant d'abord celle du craticulage.

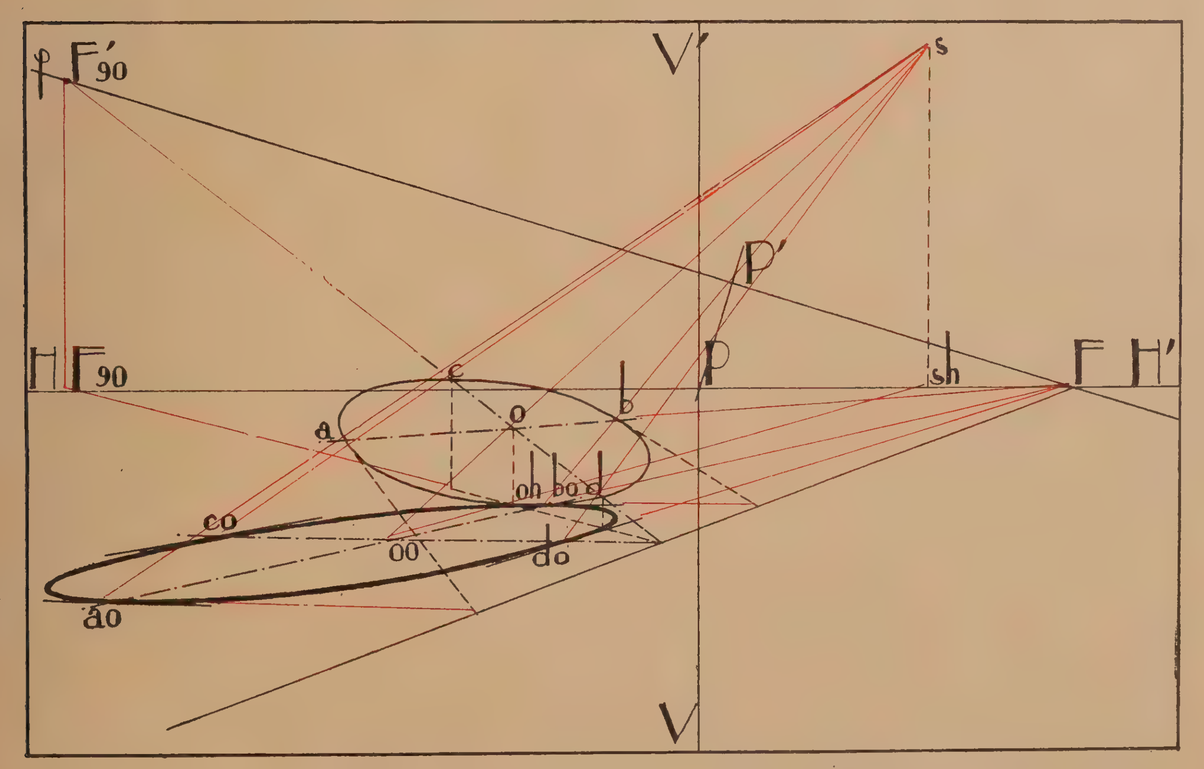


Fig. 164. — Ombre sur le sol d'un cercle situé dans un plan oblique incliné.

Résumé

Le soleil peut être en avant, image réelle, ou en arrière, image virtuelle, de Œ, *il peut être exactement à droite ou à gauche. Il est toujours au-dessus du plan d'horizon.*

Les rayons lumineux sont considérés comme parallèles. Ils constitueront des cylindres au lieu de cônes tangents comme au flambeau.

Les ombres des verticales servent à obtenir celles des points. Elles fuient à la projection verticale de S *sur le plan sur lequel l'ombre est portée* (fig. 149 à 157).

Les horizontales portent, sur le sol, des ombres qui leur sont parallèles (fig. 158-159).

Pour les lignes obliques, on peut chercher le point de fuite en projetant S *par une parallèle aux obliques* (fig. 158).

L'ombre des cercles s'obtiendra point par point. Un cercle parallèle à un plan porte sur ce plan une ombre qui est un cercle égal (fig. 161 à 164).

CHAPITRE XVII

Ombres sur plans verticaux. Plans verticaux de front; plans verticaux obliques. Plans quelconques, obliques inclinés.

Ombres portées sur plans verticaux

On peut, dans ce cas, employer deux méthodes :

1° Chercher le point de fuite des projections des rayons lumineux sur ce plan vertical, point de fuite qui jouera le rôle du point S*h* dans les ombres portées sur le sol en considérant la ligne de fuite du point vertical comme ligne d'horizon.

2° Chercher les ombres au moyen de celles portées sur le sol en remarquant que les ombres portées par des verticales se relèvent sur le plan vertical suivant des lignes verticales aussi.

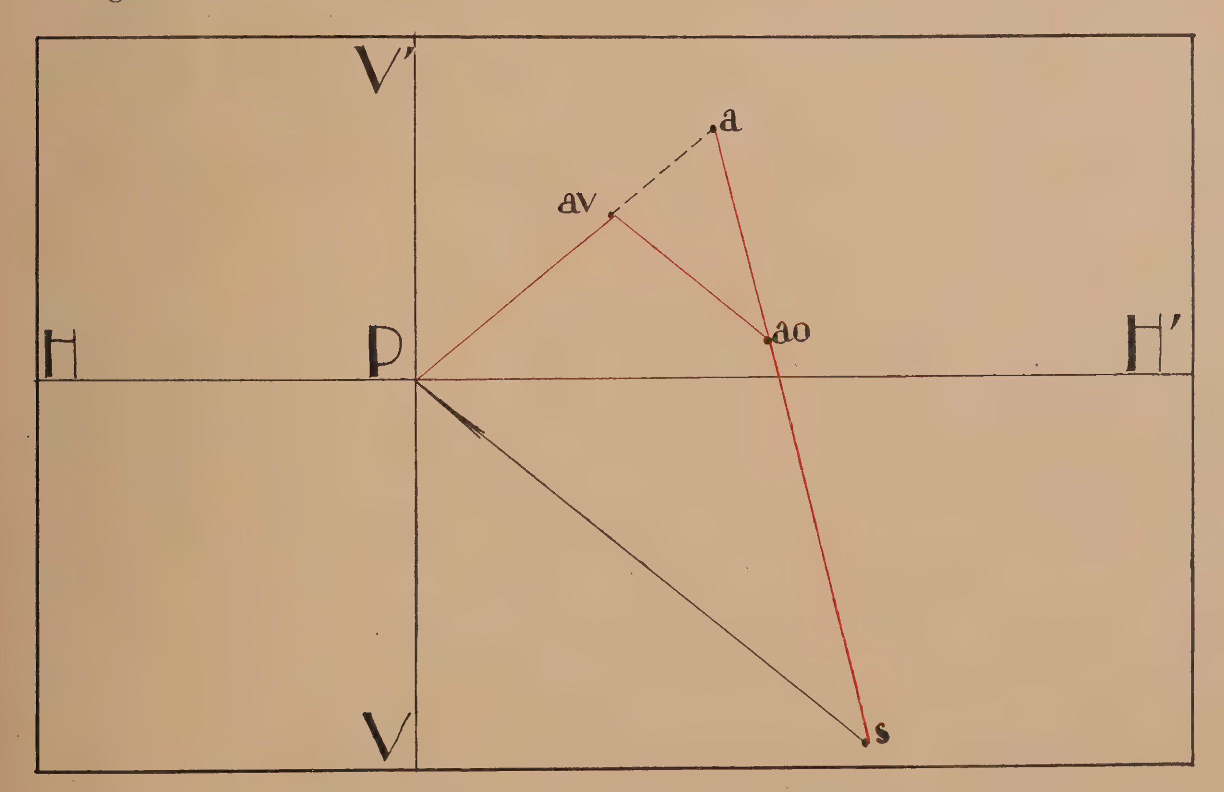


Fig. 165. — Ombre portée sur un plan de front : on peut chercher la projection des rayons lumineux SP sur ce plan et s'en servir pour trouver *ao* depuis *av*.

Plans verticaux de front.

Première méthode. — Les projections des rayons lumineux sur le plan vertical seront évidemment de front. On obtiendra leur direction en joignant S au point principal P. En effet, le rayon visuel parallèle à ce rayon lumineux a lui-même comme projection la ligne qui joint P, projection de Œ, à F, point de fuite du rayon lumineux, et toutes les projections seront parallèles à cette direction. D'autre part, les perpendiculaires au plan fuiront en P. On aura donc la projection du point *a*, *av*, et on obtiendra l'ombre a_0 en menant par *a* la fuyante en S et par *av* une parallèle à SP (fig. 165).

Deuxième méthode. — On cherchera la projection sur le sol de *a* en *ah*. On déterminera l'ombre portée par *a ah*. Cette ombre rencontre la trace du mur dans le sol en un point à partir duquel elle se relève verticalement jusqu'au point de rencontre du rayon lumineux de *a* qui donne l'ombre cherchée (fig. 166).

Plans verticaux obliques.

Première méthode : On obtiendra d'abord le point de fuite des projections des rayons lumineux sur le plan vertical en cherchant la projection du point de fuite de ces rayons lumineux S. Or, la projection du point de vue sur ce plan oblique est toujours le point de fuite des perpendiculaires à ce plan F_{90}, et d'autre part S est déjà

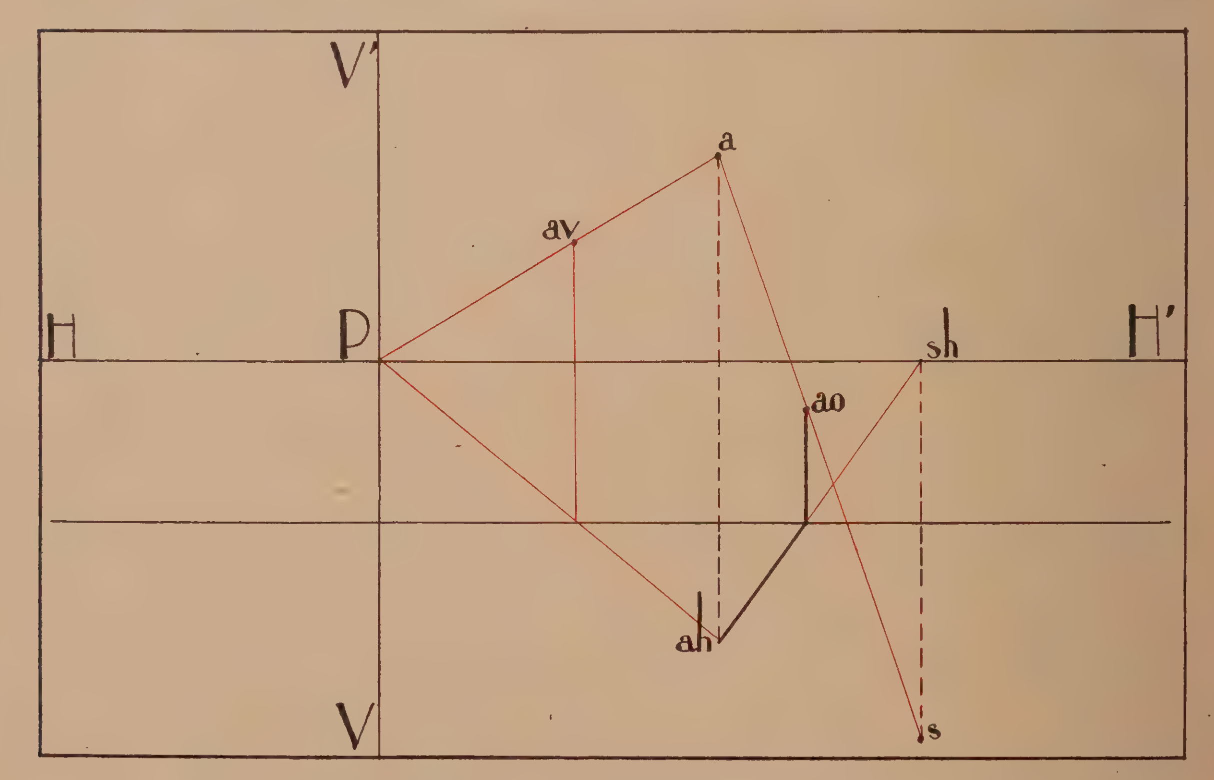


Fig. 166. — Ombre portée sur un plan de front : on peut chercher de *ah* l'ombre sur le sol de *aah* et la relever verticalement à la trace du plan ce qui donnera *ao*.

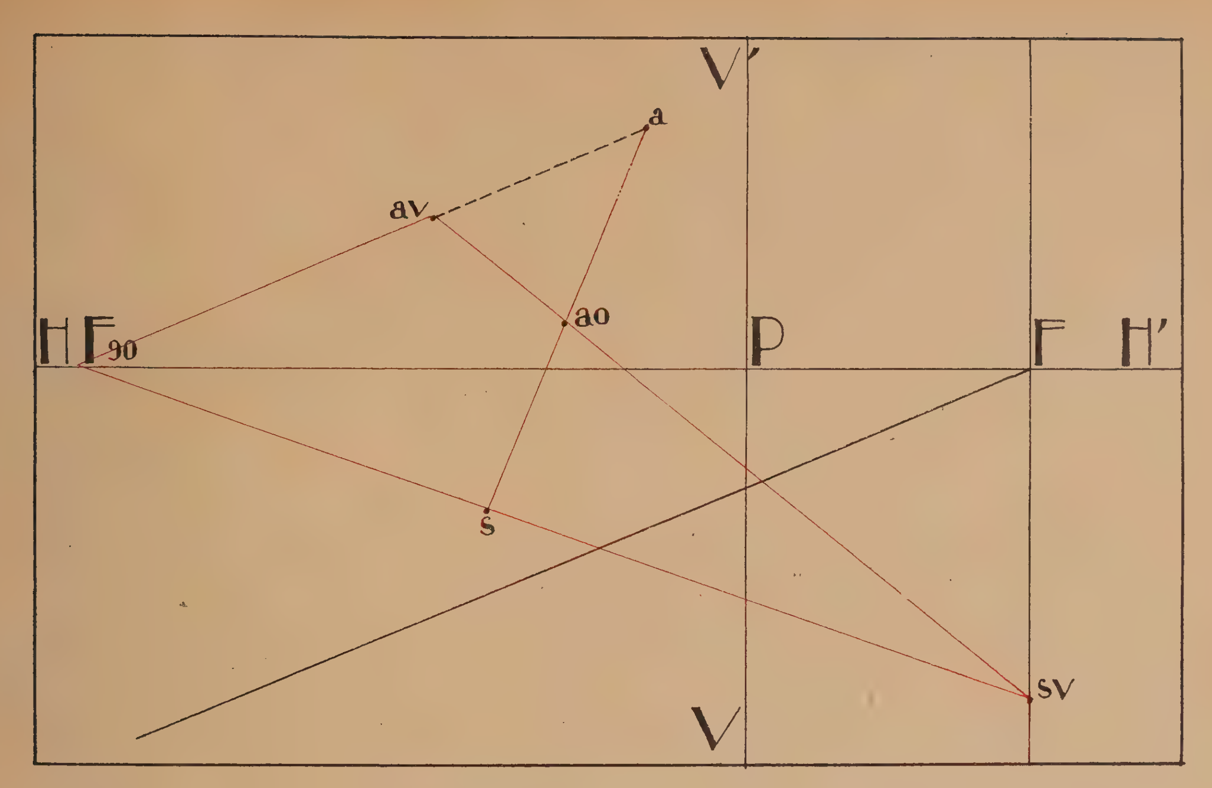


Fig. 167. — Ombre sur plan vertical oblique. On peut se servir de la même méthode que fig. 165.

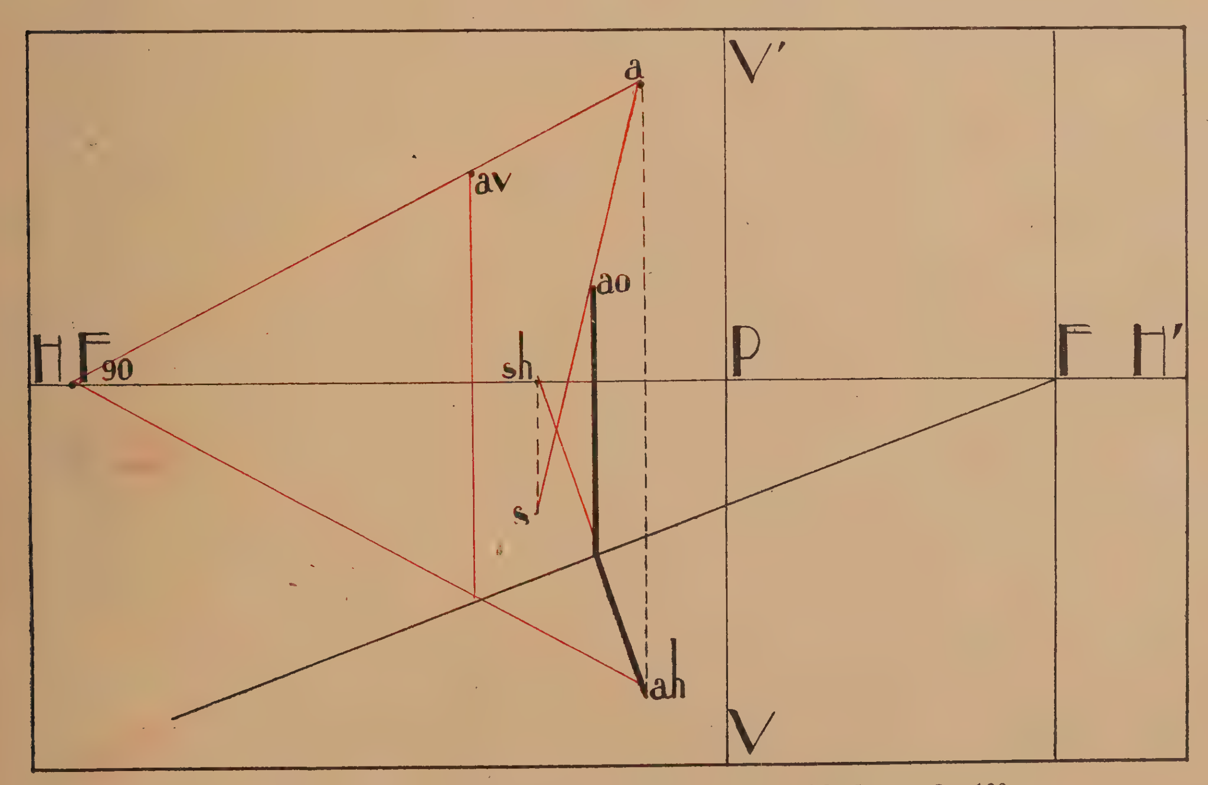


Fig. 168. — Ombre sur plan vertical oblique. Même méthode que fig. 166.

un point de cette projection. Il suffit donc de joindre F_{90} à S et de prendre le point de rencontre de cette ligne avec la ligne de fuite du plan vertical oblique, ce qui donnera S*v* point de fuite de la projection du rayon lumineux sur le plan considéré (fig. 167).

Pour obtenir l'ombre de *a*, on déterminera sa projection *av*, on joindra *a* à S pour tracer le rayon lumineux, puis *av* à SV.

Deuxième méthode : On cherchera l'ombre portée par la verticale projetant *a* sur le sol *aah*. Cette ombre rencontre la trace du plan considéré en un point *m* à partir duquel elle se relève verticalement et détermine l'ombre de *a* sur le plan à son point de rencontre avec le rayon lumineux (fig. 168).

Ombre d'un cercle horizontal sur un plan vertical oblique

On cherchera l'ombre des points particuliers du cercle par une des deux méthodes qui viennent d'être exposées et on aura l'ombre du cercle (fig. 169).

Ceci donné à titre d'exemple du procédé de tracé de l'ombre portée par une figure quelconque sur un plan vertical oblique.

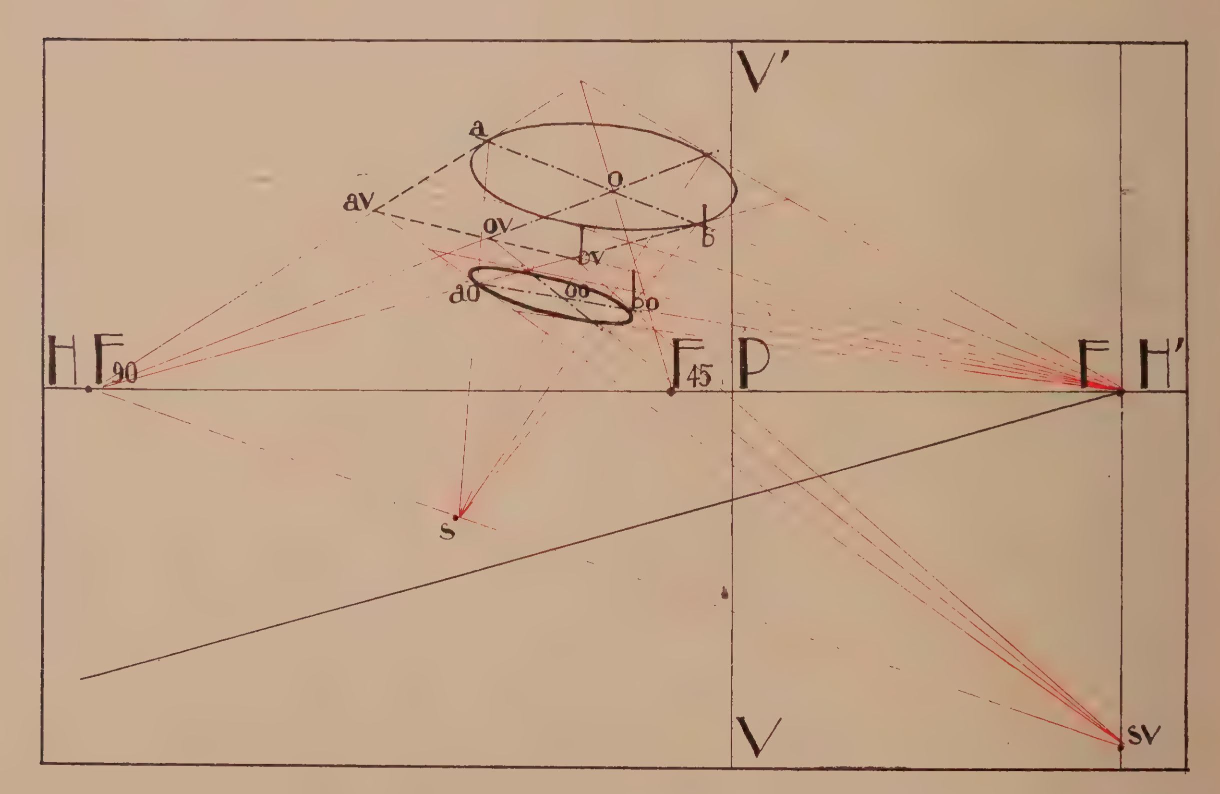


Fig. 169. — Ombre d'un cercle horizontal sur un plan vertical oblique. On cherchera l'ombre des points principaux.

Ombre portée sur un plan oblique incliné

Là aussi on pourra employer deux méthodes : on peut chercher la projection du point S sur le plan oblique par un procédé tout à fait analogue à celui employé pour un plan vertical oblique, ou bien on pourra chercher les ombres portées sur le sol par les verticales projetant les points qui se relèveront sur le plan incliné à partir de sa trace en fuyant en un point qui sera l'intersection de la ligne de fuite des plans lumineux verticaux avec la ligne de fuite des plans considérés.

Résumé

L'ombre au soleil sur un plan vertical de front s'obtient comme au flambeau, soit par la projection de S *sur le plan* (*en* P) *et les perpendiculaires au plan, soit par les ombres de verticales sur le sol relevées sur le plan vertical* (*fig.* 165-166).

L'ombre sur plans verticaux obliques s'obtiendra également par l'une de ces deux méthodes, mais la projection de S *ne sera plus* P (*fig.* 167 *à* 169).

De même pour l'ombre sur un plan oblique incliné.

CHAPITRE XVIII

Ombre propre au soleil des cylindres, des cônes, des sphères. Ombres portées sur ces corps par des droites. Quelques applications.

Ombre d'un corps rond, ombre du cylindre

On cherchera l'ombre portée par une des deux bases sur le plan de l'autre et les tangentes communes achèveront de déterminer l'ombre portée par le cylindre. Ces tangentes communes détermineront par leur point de contact avec la base du cylindre les génératrices d'ombre propre. Elles fuient à la projection de *s* par une parallèle aux génératrices sur la ligne de fuite du plan de base (fig. 170).

Bien entendu, s'il agit de cylindre à génératrices verticales, les ombres portées devront fuir à la projection du soleil sur le plan de base.

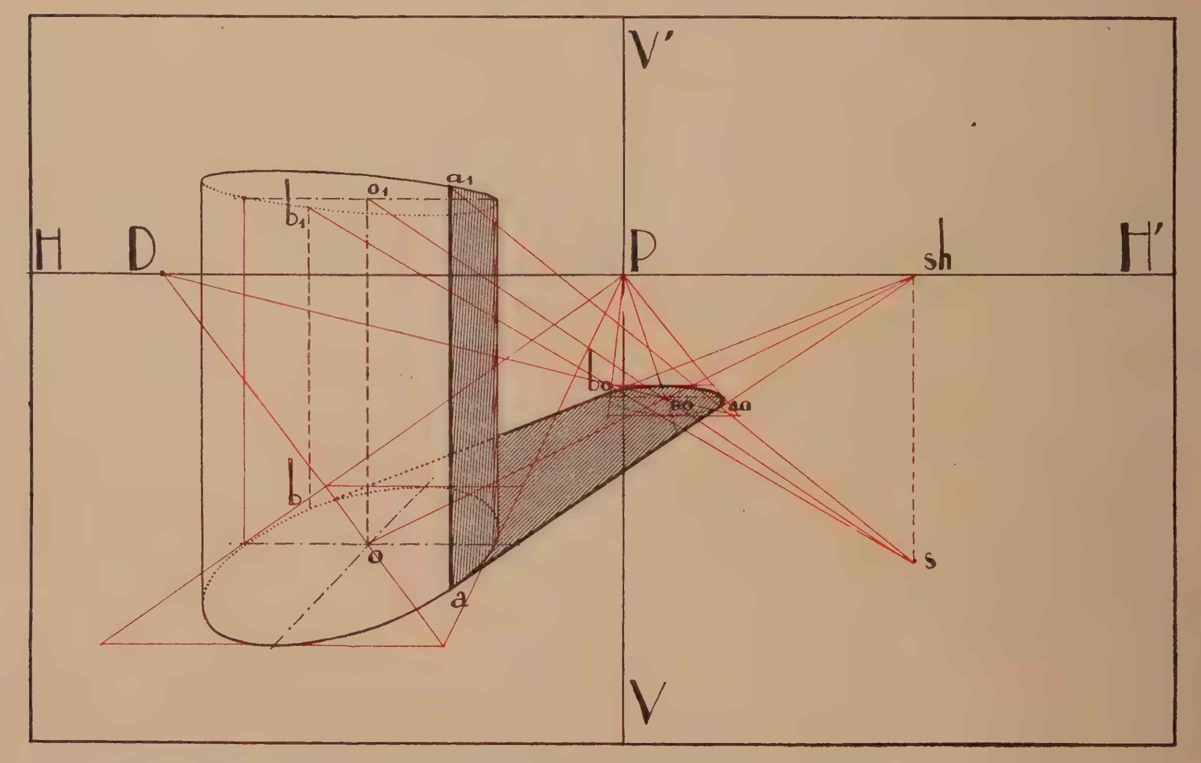


Fig. 170. — Ombre du cylindre. On peut chercher *oo, ao, bo* de la base supérieure et joindre par des tangentes (fuyant en *sh*) à la base inférieure. On obtient ainsi l'ombre propre et l'ombre portée.

De même, s'il s'agit d'un cylindre horizontal, le tracé sera exactement le même, mais ce qui était horizontal dans le premier cas deviendra vertical et réciproquement (fig. 171).

Au soleil, un cylindre a toujours exactement une moitié éclairée et une moitié dans l'ombre.

Ombre du cylindre creux

Comme pour le cas du flambeau, on cherchera l'ombre autoportée au moyen de plans auxiliaires sécants parallèles à la fois aux génératrices et aux rayons lumineux. Ces plans auront donc, comme ligne de fuite, la ligne joignant SF et l'intersection de ces plans avec le plan de base fuiront le point de rencontre des deux lignes de fuite, celle des plans auxiliaires SF et celle du plan de base (fig. 172).

Un autre exemple de cylindre creux, c'est celui de l'ombre du bassin, qui s'obtiendra par la même méthode (fig. 173).

Ombre du cône

Comme pour l'ombre au flambeau, on cherchera l'ombre du sommet sur le plan de base et on mènera les tangentes à la base, ce qui déterminera à la fois l'ombre portée sur le plan de base et les génératrices d'ombre propre (fig. 174).

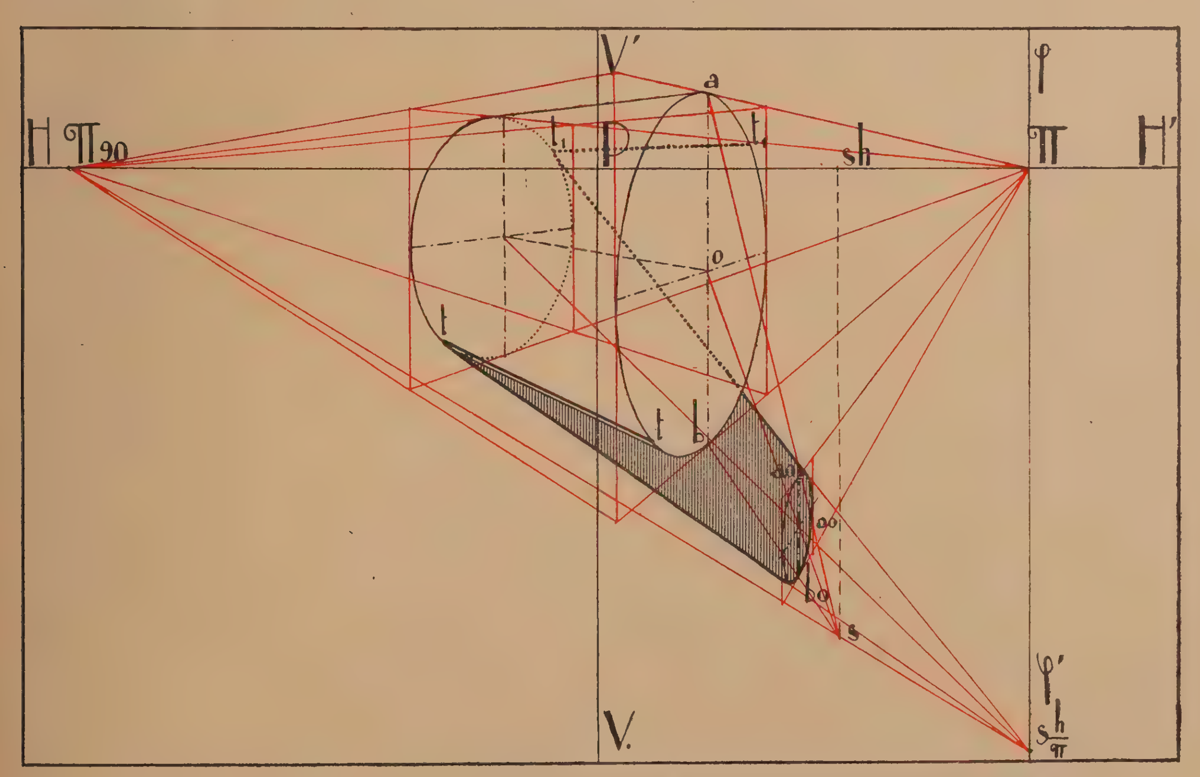


Fig. 171. — Ombre du cylindre horizontal. Même méthode, mais transposée, que fig. 168.

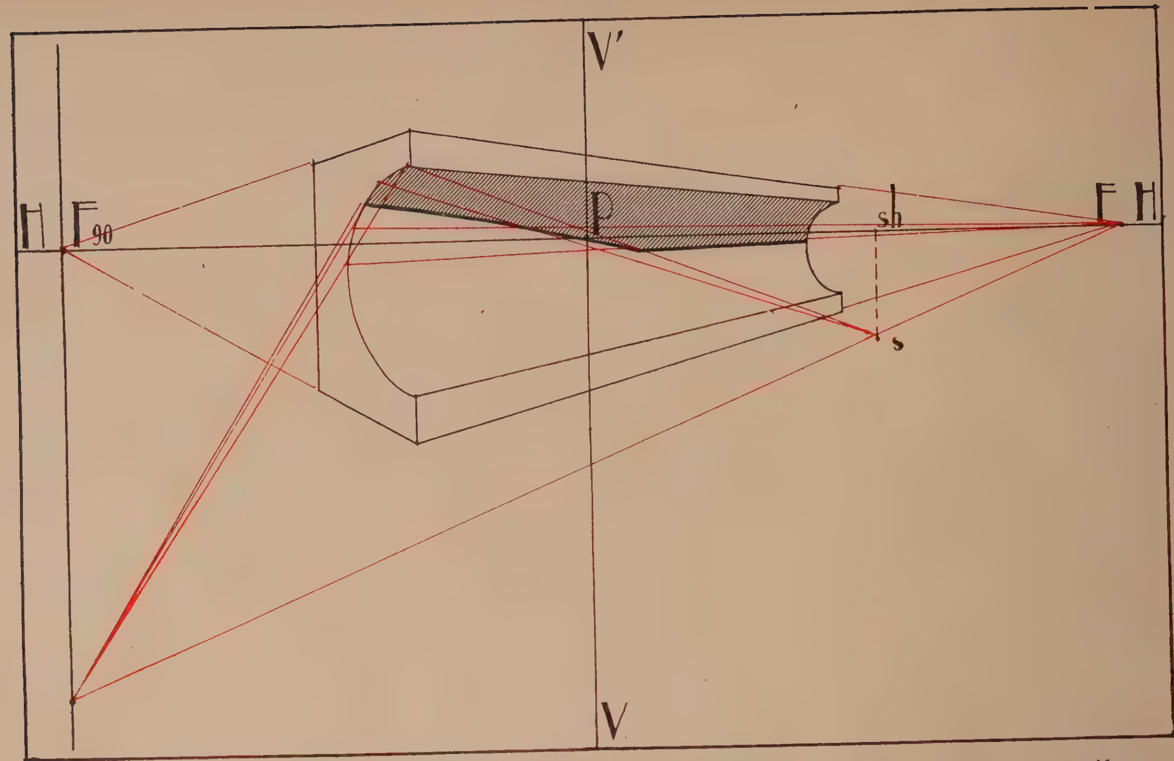


Fig. 172. — Ombre d'un cylindre creux. On se servira de plans lumineux auxiliaires sécants parallèles aux génératrices. Ces plans déterminent sur la base deux points et l'un porte ombre sur la génératrice de l'autre.

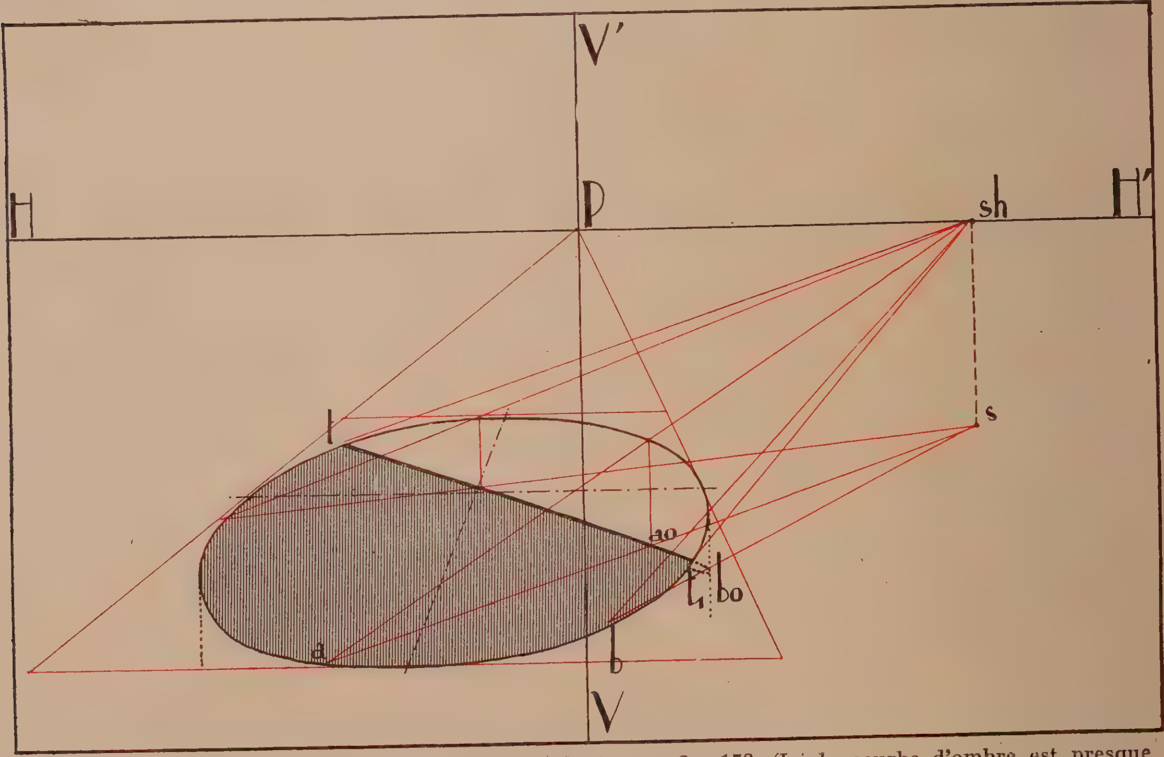


Fig. 173. — Ombre du cylindre creux. Même méthode que fig. 172. (Ici la courbe d'ombre est presque rectiligne; mais c'est bien une ellipse).

Les ombres d'un cône et d'un cylindre ayant base commune et même axe ne se raccordent pas.

Cône creux

Pour le cône creux, on cherchera de même la trace du rayon lumineux du sommet dans le plan de base comme pour l'ombre au flambeau. Par ce rayon lumineux et par conséquent par sa trace, on fera passer une série de plans sécants qui seront tous parallèles aux rayons lumineux et détermineront dans le cône des intersections réduites à deux génératrices, ce qui permettra de trouver l'ombre point par point (fig. 175).

Ombre de la sphère

Dans la nature, l'ensemble des rayons lumineux tangents à la sphère constitue, s'il s'agit de l'éclairage au soleil, un cylindre et non pas un cône, comme dans le cas de l'ombre au flambeau. La courbe d'ombre propre qui est la courbe de contact de ces rayons lumineux avec la sphère sera donc un grand cercle et ce grand cercle sera perpendiculaire aux rayons lumineux.

Ceci va nous permettre de simplifier le tracé de l'ombre propre, car le centre étant toujours connu, il suffira de tracer par ce centre un cercle de rayon déjà connu, situé dans un plan dont il suffira de déterminerla ligne de fuite.

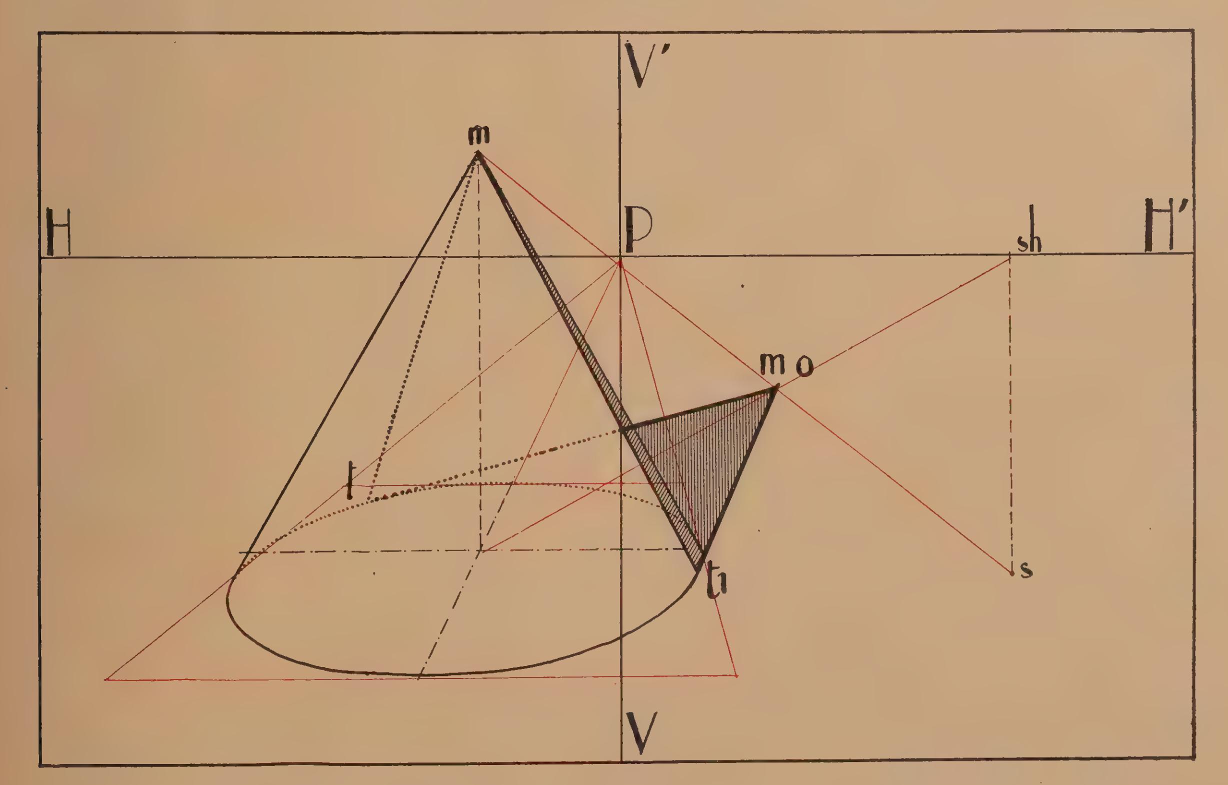


FIG. 174. — Ombre du cône. On cherche l'ombre *mo* du sommet et on mène les tangentes à la base.

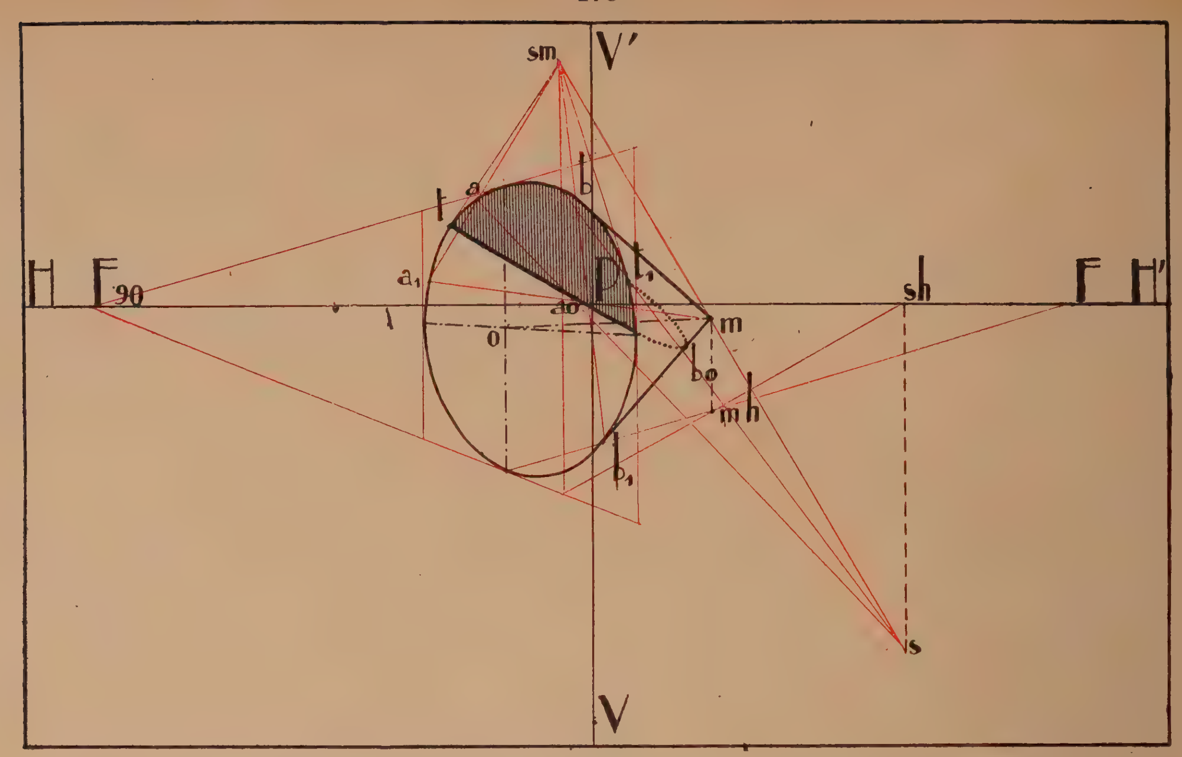


Fig. 175. — Ombre du cône creux (rare). — On choisit des plans lumineux sécants passant tous par le sommet *m* et on opère dès lors comme pour le cylindre creux.

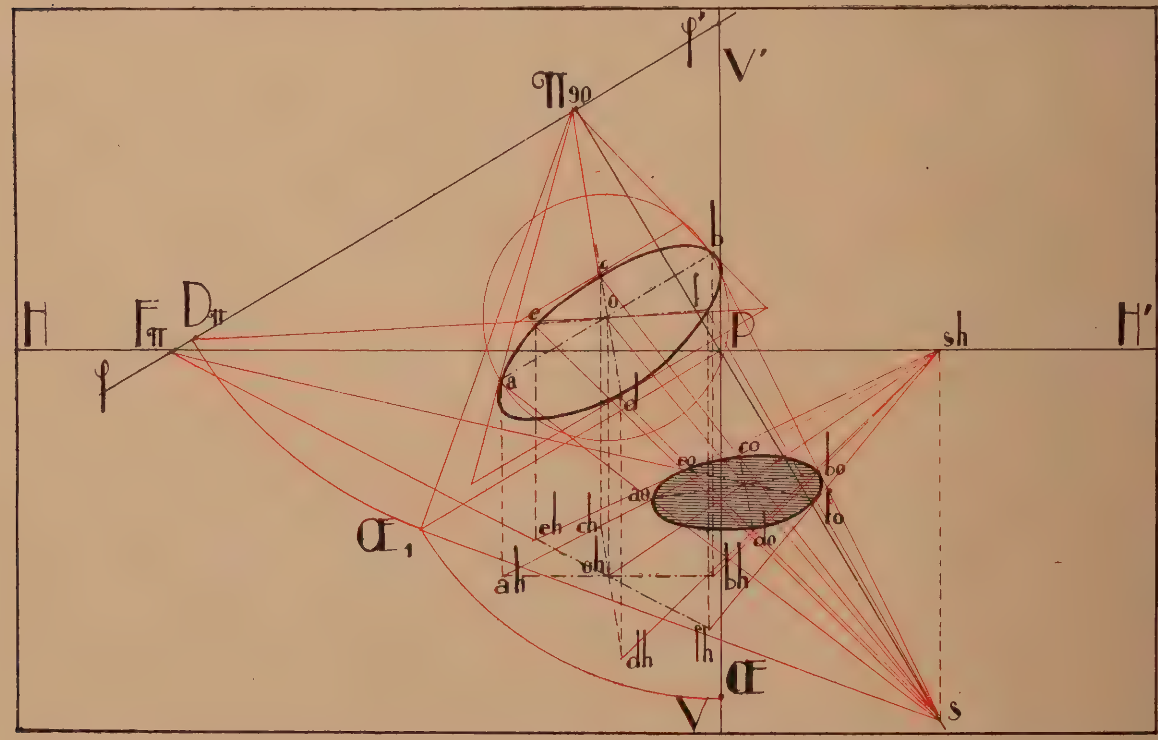


Fig. 176. — Ombre de la sphère. Cette ombre est toujours le grand cercle situé dans un plan diamétral perpendiculaire aux rayons lumineux. Il suffit de tracer ce cercle pour avoir l'ombre propre et son ombre pour avoir l'ombre portée de la sphère.

Pour trouver la ligne de fuite de ce plan qui est perpendiculaire au rayon lumineux, on opérera de la façon ordinaire en menant de S la ligne qui joint S à P. On la prolongera, puis pour obtenir π_{90} on mènera en P la perpendiculaire à SP. On portera sur cette perpendiculaire la distance principale, ce qui donnera $Œ_1$. Il suffira de $Œ_1$ de mener une perpendiculaire à $Œ_1S$ pour déterminer π_{90}.

Pour déterminer la ligne de fuite du plan, il suffit de tracer par π_{90} une perpendiculaire à $\pi_{90}S$. Le problème se ramène alors au tracé d'un cercle dont on connaît le centre et le rayon dans un plan dont on connaît la ligne de fuite. Pour l'ombre portée, on cherchera non pas l'ombre portée par la sphère, mais l'ombre portée par le cercle d'ombre propre (fig. 176).

Ombre de la sphère creuse

Là, comme pour l'ombre au flambeau, la méthode exacte entraînerait à des tracés extrêmement compliqués, et il suffira en général de chercher le point où l'ombre commence à se produire. Pour cela, on cherchera la projection du soleil sur la ligne de fuite du mur de la niche, et par ce point on mènera la tangente à la courbe d'entrée de la niche. On cherchera l'ombre portée par la clef en déterminant le plan lumineux contenant le rayon vertical de la clef qui va couper la niche suivant un grand

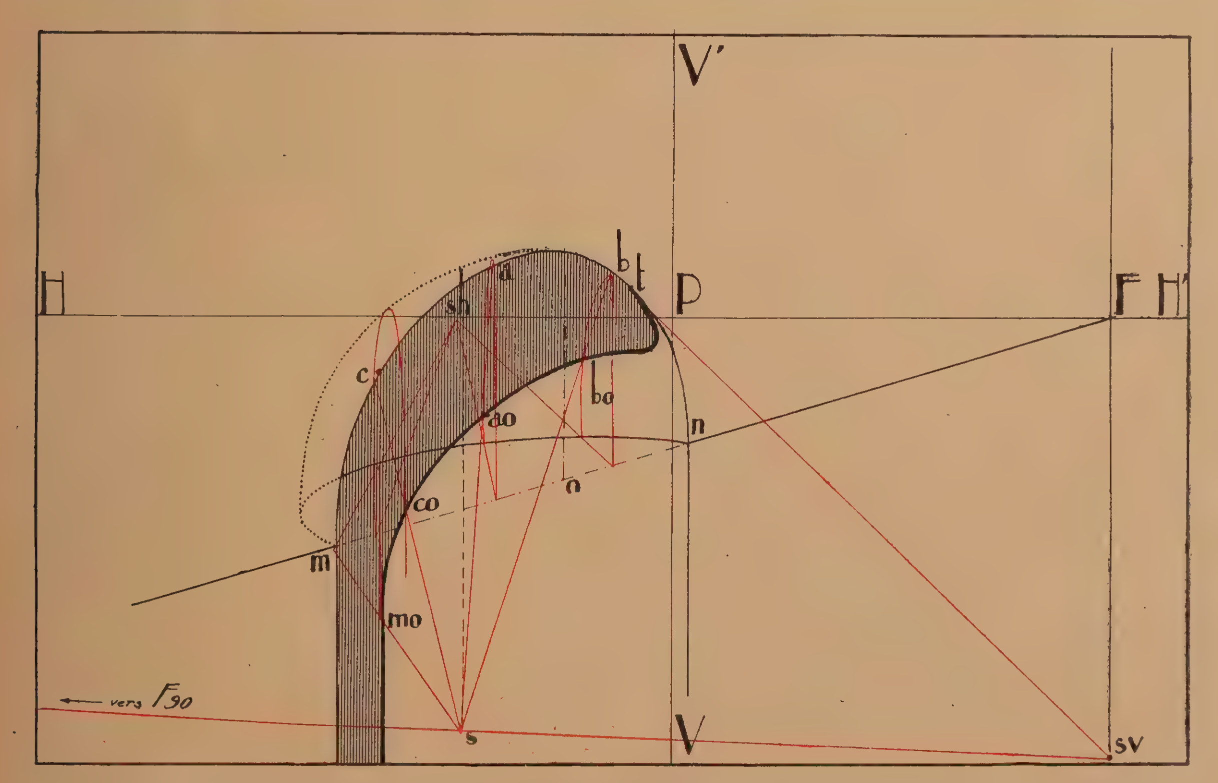


FIG. 177. — Ombre de la niche. On peut, au moyen de plans sécants lumineux verticaux déterminer la courbe point par point. Le point de début *t* sera obtenu par la tangente menée de *sv*, projection de *s* sur le mur.

cercle, et dans ce grand cercle il sera facile de trouver l'ombre portée de la clef en traçant son rayon lumineux (fig. 177 et 178).

Il est à noter que l'ombre de la niche se raccordera tangentiellement à l'ombre autoportée du cylindre qu'elle surmonte.

On pourra également se servir d'une série de plans sécants parallèles aux rayons lumineux et verticaux, ce qui donnera la courbe d'ombre point par point.

Ombre portée par des lignes droites sur des corps ronds

Le problème se ramènera toujours géométriquement à la recherche de l'intersection de ce corps rond par le plan lumineux déterminé par la ligne droite. Ce seront des problèmes d'intersection identiques à ceux traités plus haut. *Exemple : Ombre portée par une verticale sur un cône à axe vertical* (fig. 179).

On déterminera le plan lumineux de la verticale de *a* par la ligne de fuite SS*h*. Cela donnera par exemple l'ombre sur le sol jusqu'à la base du cône, puis, pour trouver l'ombre de *a*, on cherchera l'ombre du sommet du cône M*m*, puis, en considérant l'ombre portée par *a* sur le sol, *aoh*, et si on suppose le cône enlevé on pourra

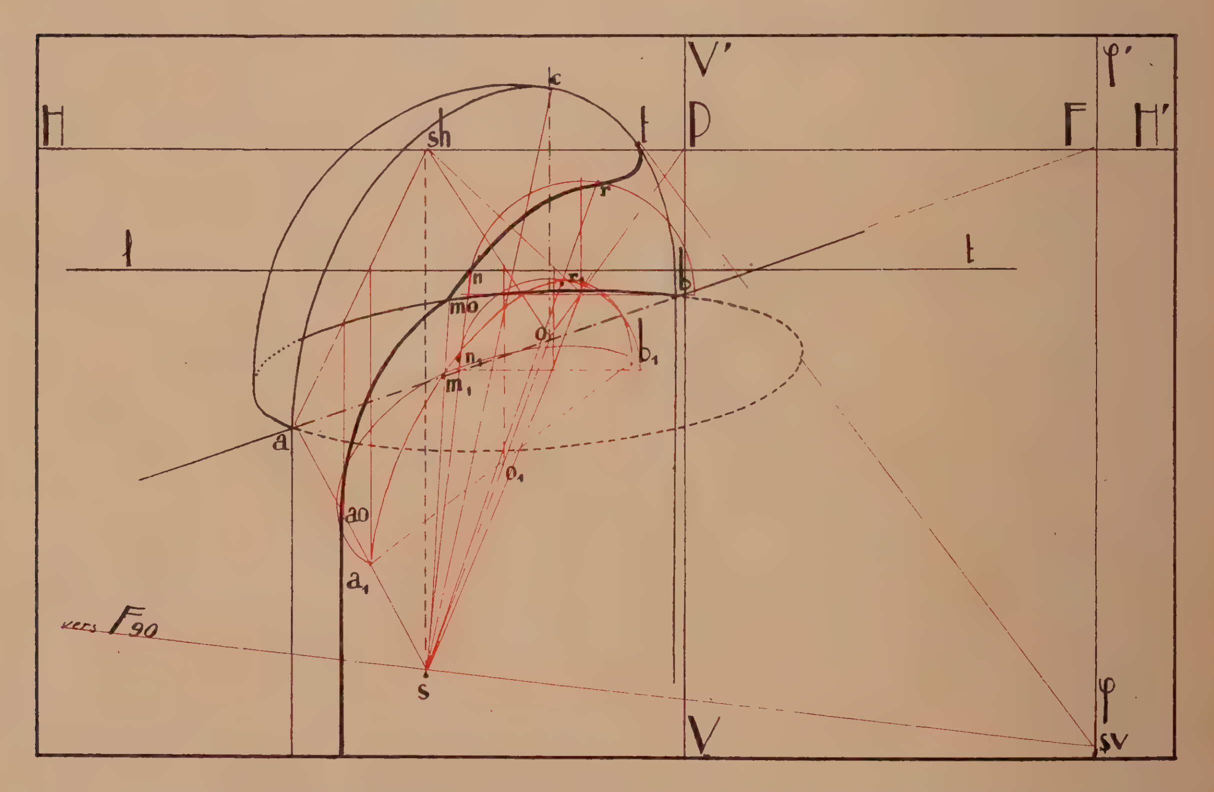


Fig. 178. — Ombre de la niche. On peut aussi tracer l'ombre de *a c b*, sur un plan de front, puis l'ombre de quelques cercles de front de la niche. Les points de recoupement correspondent à des points d'ombre sur ces cercles.

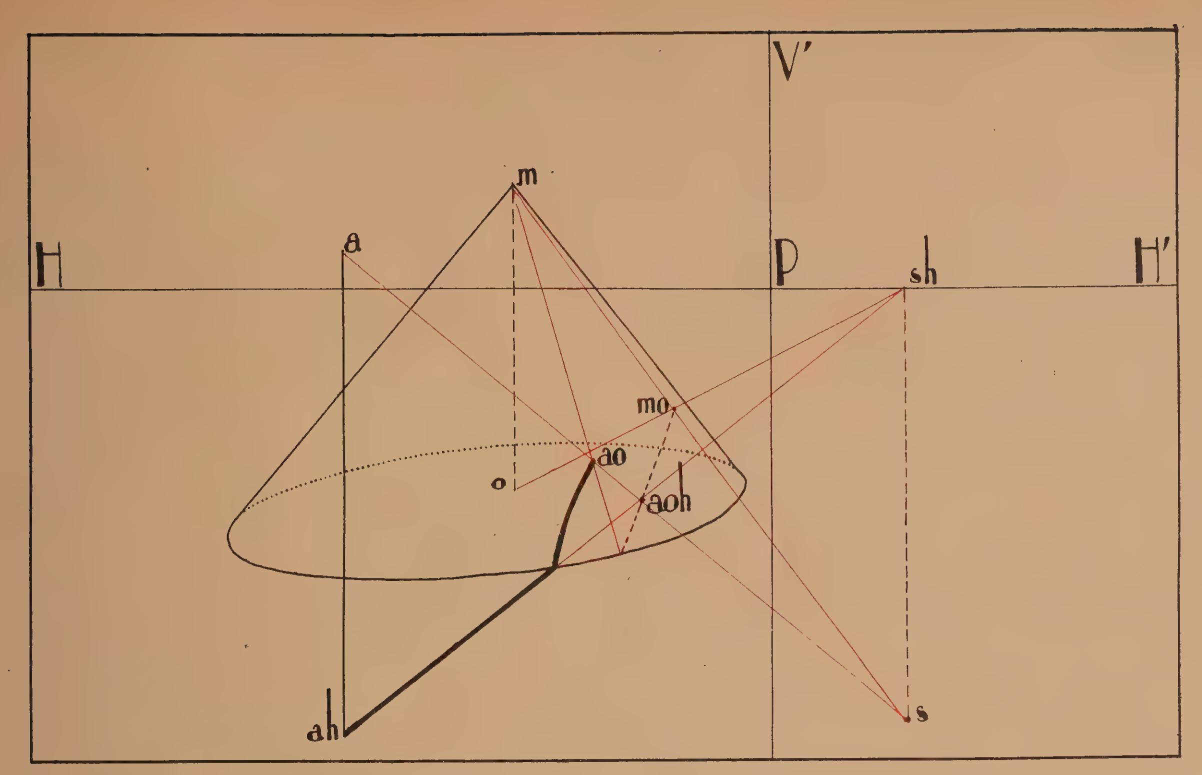


Fig. 179. — Ombre portée par une verticale sur un cône.

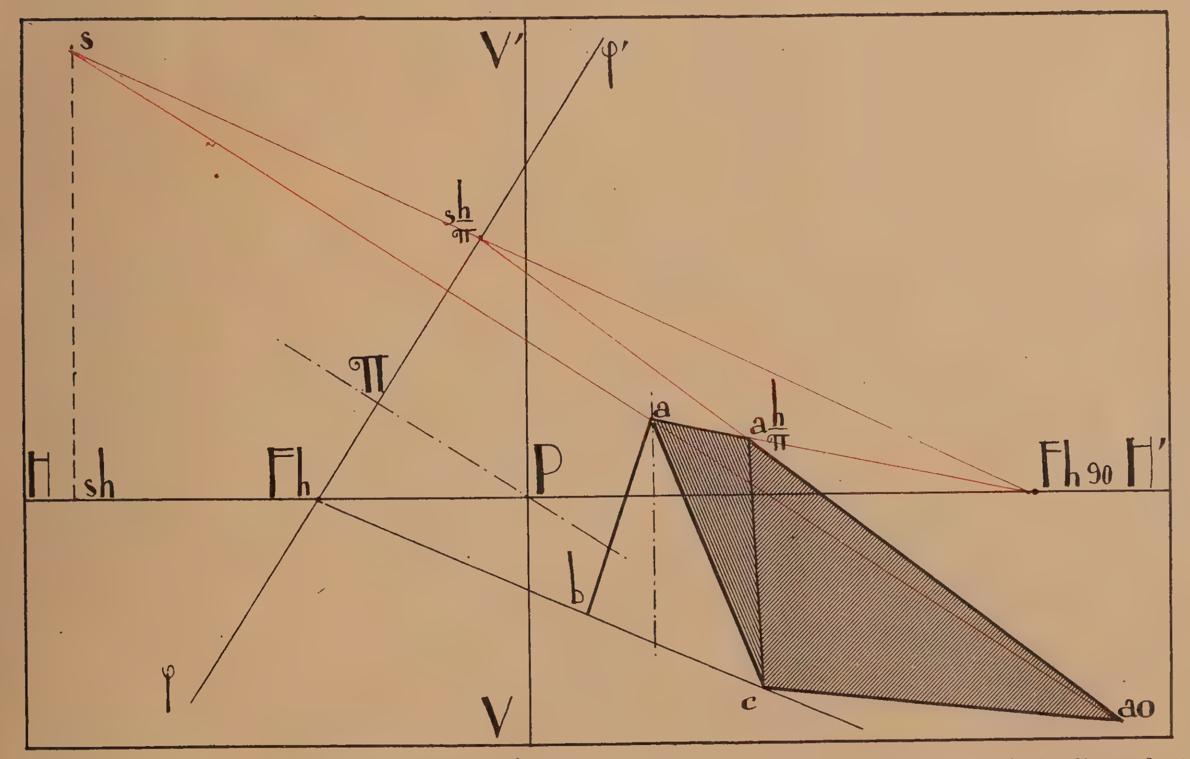


Fig. 180. — Ombre au soleil d'une lucarne triangulaire sur une toiture dont on connaît la ligne de fuite φ φ'.

joindre à ce point m_0, ce qui donne l'ombre d'une génératrice et on aura l'ombre de *a* sur le cône en *ao* en traçant cette génératrice jusqu'à son intersection avec le rayon lumineux de *a*.

Je terminerai l'étude des ombres en donnant quelques exemples d'applications pratiques des principes qui viennent d'être exposés.

La figure 180 montre l'ombre au soleil d'une lucarne sur une toiture de ligne de fuite $\varphi\,\varphi'$ connue. On cherche l'ombre portée par a, $a\frac{h}{\pi}$. Pour cela, SFh90 donne en $s\,\frac{h}{\pi}$ sur $\varphi\,\varphi'$ le point de fuite des intersections des plans lumineux parallèles à $a\,a\,\frac{h}{\pi}$ et de la toiture. On a donc immédiatement $a\,\frac{h}{\pi}$ *ao*, ce dernier point se trouvant sur le rayon lumineux S*a*.

La figure 181 donne l'ombre d'une souche de cheminée sur une toiture de ligne de fuite connu $\varphi\,\varphi'$. On cherche les ombres des arêtes verticales au moyen de leur point de fuite Sπ, à la rencontre de $\varphi\,\varphi'$ et de SS*h*. La méthode est très analogue à la précédente.

La figure 182 donne l'ombre d'un parallélipipède rectangle posé sur une toiture de ligne de fuite $\varphi\,\varphi'$ connue. Joignant S à π90 on obtient en Sφ sur $\varphi\,\varphi'$ le

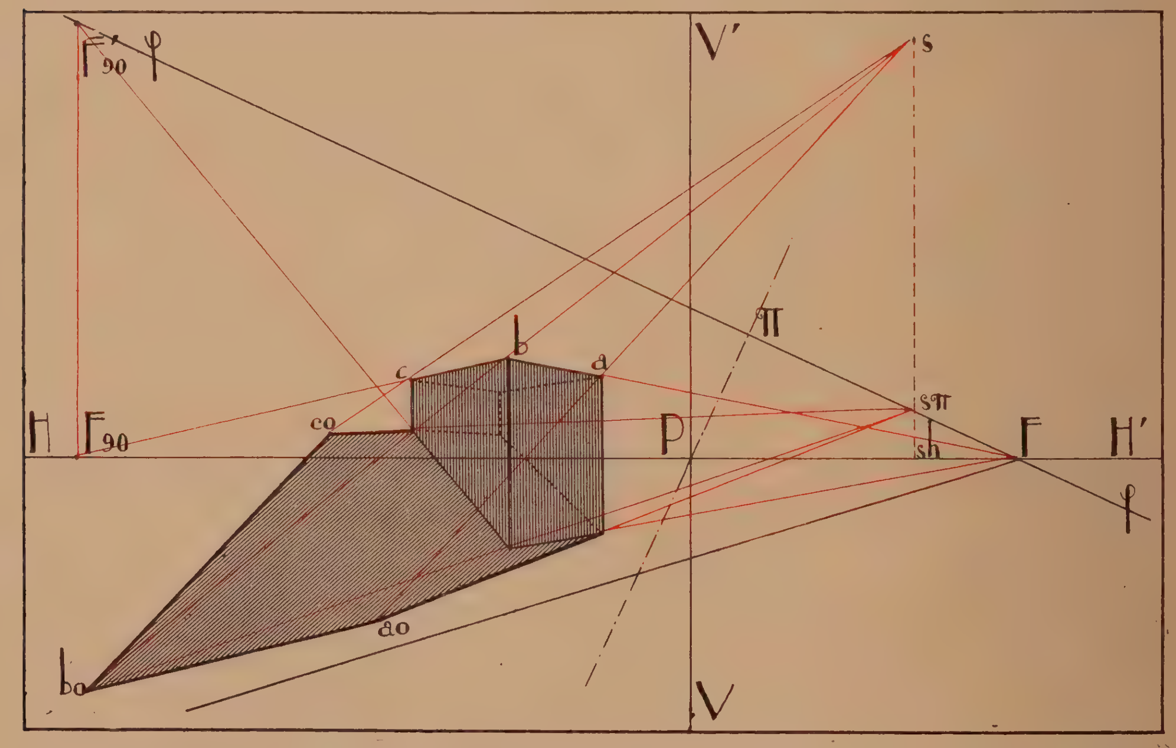


Fig. 181. — Ombre au soleil d'une souche de cheminée sur une toiture dont on connaît la ligne de fuite $\varphi\,\varphi'$.

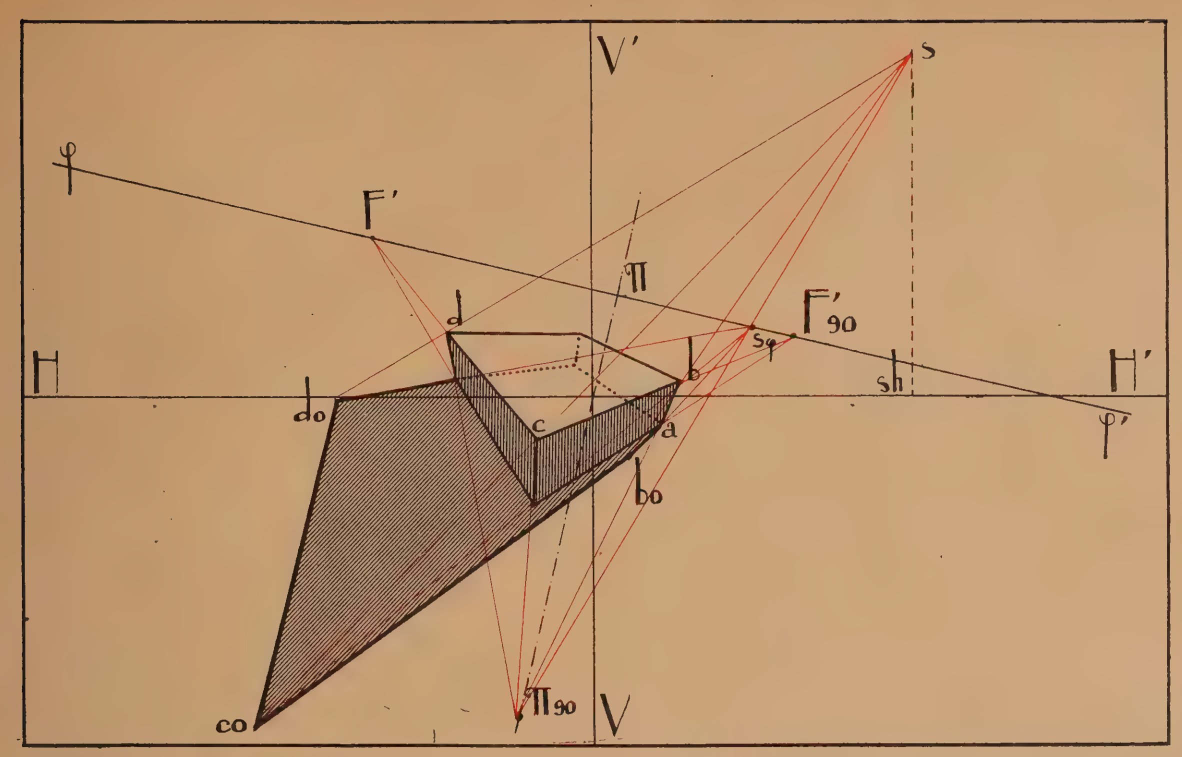


Fig. 182. — Ombre d'un parallélipipède rectangle posé sur une toiture dont on connaît la ligne de fuite φ φ'

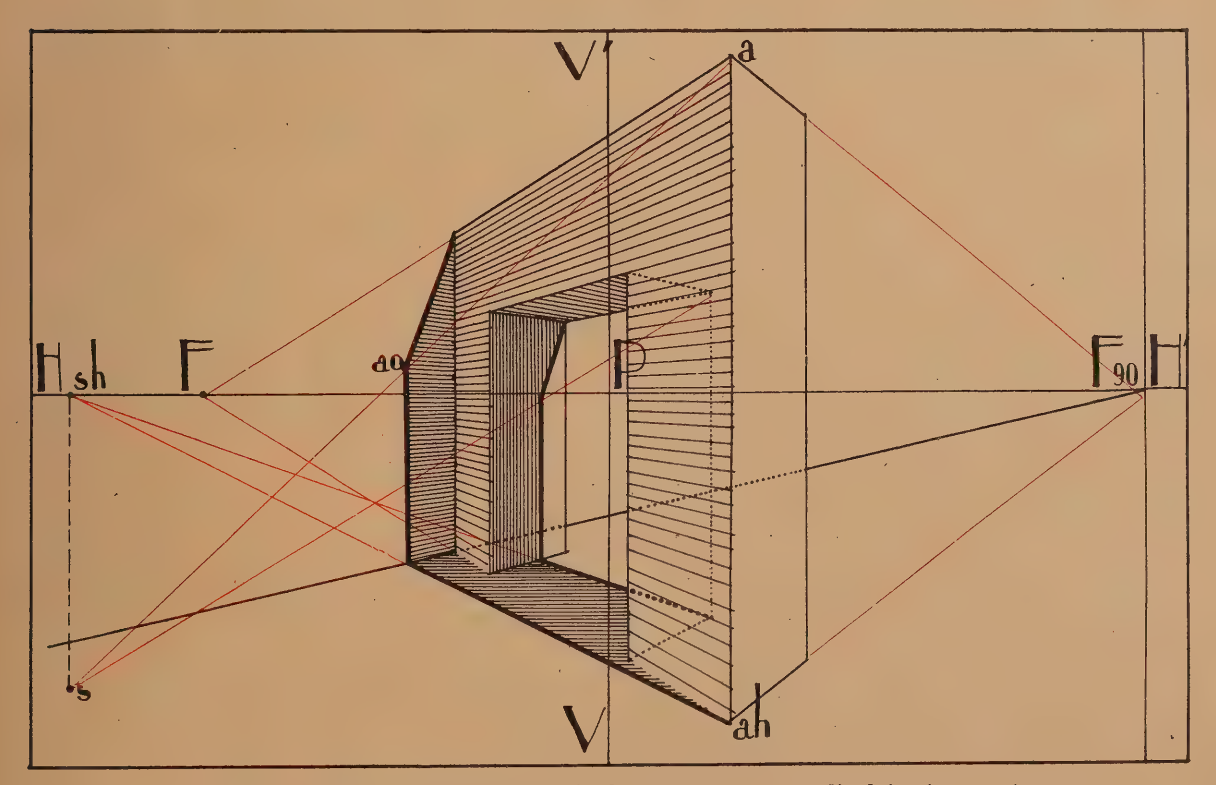


Fig. 183. — Ombre au soleil d'une baie dans un mur perpendiculaire à un autre.

point de fuite des arêtes perpendiculaires à la toiture telles que *ab*. On a donc immédiatement *bo* et *do*. Quant à *co* il est à la rencontre de *bo, co* et *do, co,* parallèles à *bc* et à *dc*.

La figure 183 donne l'ombre d'une baie dans un mur perpendiculaire à un autre mur. L'examen de la figure suffit pour comprendre le tracé qui est très simple.

La figure 184 donne l'ombre portée par un tailloir sur un cylindre et le tracé du point de perte *b*. Ce dernier s'obtient en menant par *a*, point où la génératrice d'ombre propre perce la sous-face du tailloir *a sh* ce qui donne *a'*, point qui portera ombre sur la génératrice d'ombre propre en *b*. Ne pas oublier que la courbe d'ombre portée est tangente en *b* au rayon lumineux *sb*.

Enfin, le croquis de la figure 185 donne l'aspect de l'ombre portée par le minaret sur la coupole de la mosquée voisine. Au point de perte dans l'ombre propre de la coupole la courbe d'ombre portée est tangente au rayon lumineux.

Résumé

L'ombre propre du cylindre s'obtient par son ombre portée dont les lignes limites fuient à la projection de S *sur la ligne de fuite du plan de base, par une parallèle aux génératrices* (*fig.* 170-171).

L'ombre du cylindre creux s'obtient par des plans lumineux auxiliaires contenant deux génératrices (*leur ligne de fuite joint* S *au point de fuite des génératrices*) (*fig.* 172-173).

L'ombre du cône s'obtient par l'ombre portée du sommet comme au flambeau (*fig.* 174-175).

L'ombre de la sphère est toujours celui de ses grands cercles qui est dans un plan perpendiculaire aux rayons lumineux. Il suffit donc de déterminer la ligne de fuite de ce plan et d'y tracer le cercle de centre et de rayon connus (*fig.* 176).

L'ombre de la sphère creuse s'obtient par l'ombre portée de la courbe d'entrée sur un plan de front et par les ombres de cercles de front de la sphère sur ce même plan de front (*fig.* 177-178).

L'ombre portée d'une droite sur un corps rond est l'intersection du plan lumineux de cette droite avec le corps (*fig.* 179).

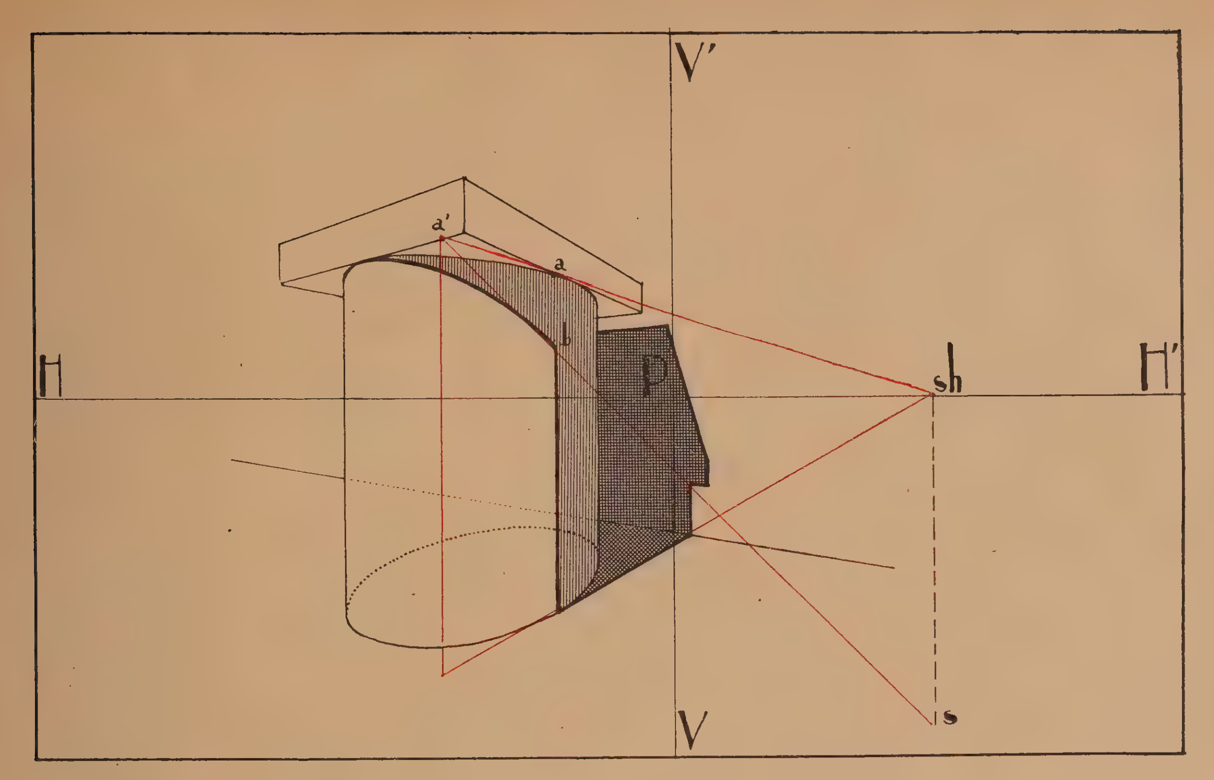


Fig. 184. — Ombre portée sur un cylindre par un tailloir.

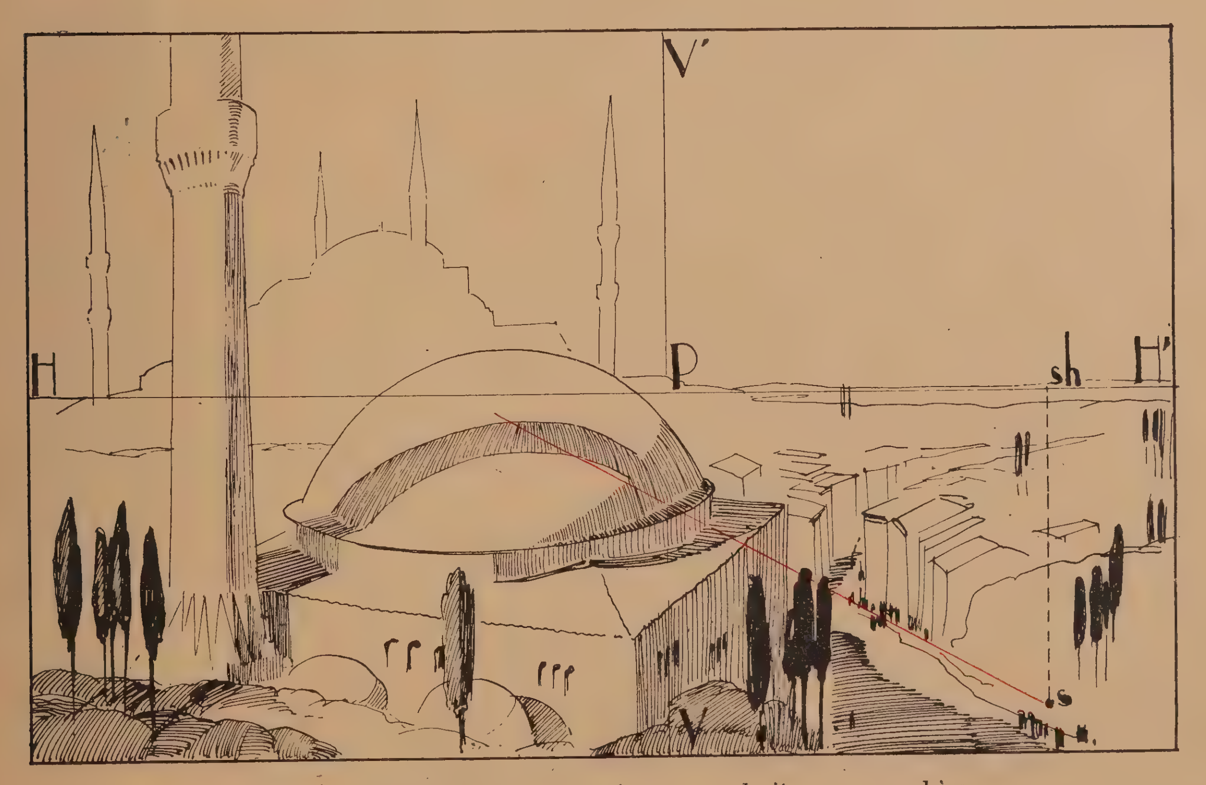


Fig. 185. — Aspect de l'ombre portée par une droite sur une sphère.

CHAPITRE XIX

Mise en perspective d'un ensemble. Choix des données. Angle visuel maximum. Cas des tableaux verticaux obliques. Tableaux plans non verticaux. Tableaux courbes, cylindriques et sphériques.

Mise en perspective d'un ensemble

Nous venons de passer en revue les principales règles qui doivent être appliquées pour la mise en perspective d'un ensemble, en supposant bien précisée la situation réciproque du tableau, du point de vue et des objets à représenter, mais ordinairement un certain nombre de ces données au moins sont laissées au libre choix de l'artiste.

Il y a donc lieu d'examiner quelles sont les directives à suivre pour choisir judicieusement la situation réciproque des divers éléments qui entrent dans une perspective.

Nous supposerons que les objets à représenter sont parfaitement définis, soit qu'il s'agisse d'objets existant réellement, dont il faut faire la représentation, soit qu'il s'agisse d'objets imaginaires qu'on veut également représenter et que l'on a, avec suffisamment de précision, définis par des croquis.

Deux cas bien différents doivent donner des solutions différentes.

L'architecte qui a établi un projet dont les dessins sont des géométraux et qui veut se rendre compte exactement de l'effet qu'auront ses conceptions lorsqu'elles seront réalisées, devra rigoureusement choisir son point de vue de manière qu'il corresponde non seulement à une position possible du spectateur, mais encore à celle qui est la plus fréquente.

Souvent, cela le mènera à choisir un point de vue relativement rapproché et, pour éviter alors les déformations très choquantes qui se produisent lorsqu'on sort du champ visuel, il sera obligé de recourir à un tableau non vertical.

Pour le peintre, au contraire, ou pour le décorateur, il faudra bien que le point de vue puisse correspondre à une situation possible du spectateur suivant l'emplacement que doit occuper la composition, mais encore il faudra que ce point de vue soit choisi de manière à donner un aspect agréable à l'ensemble de la composition.

Nous nous placerons d'abord au point de vue du peintre réalisant une composition d'ensemble.

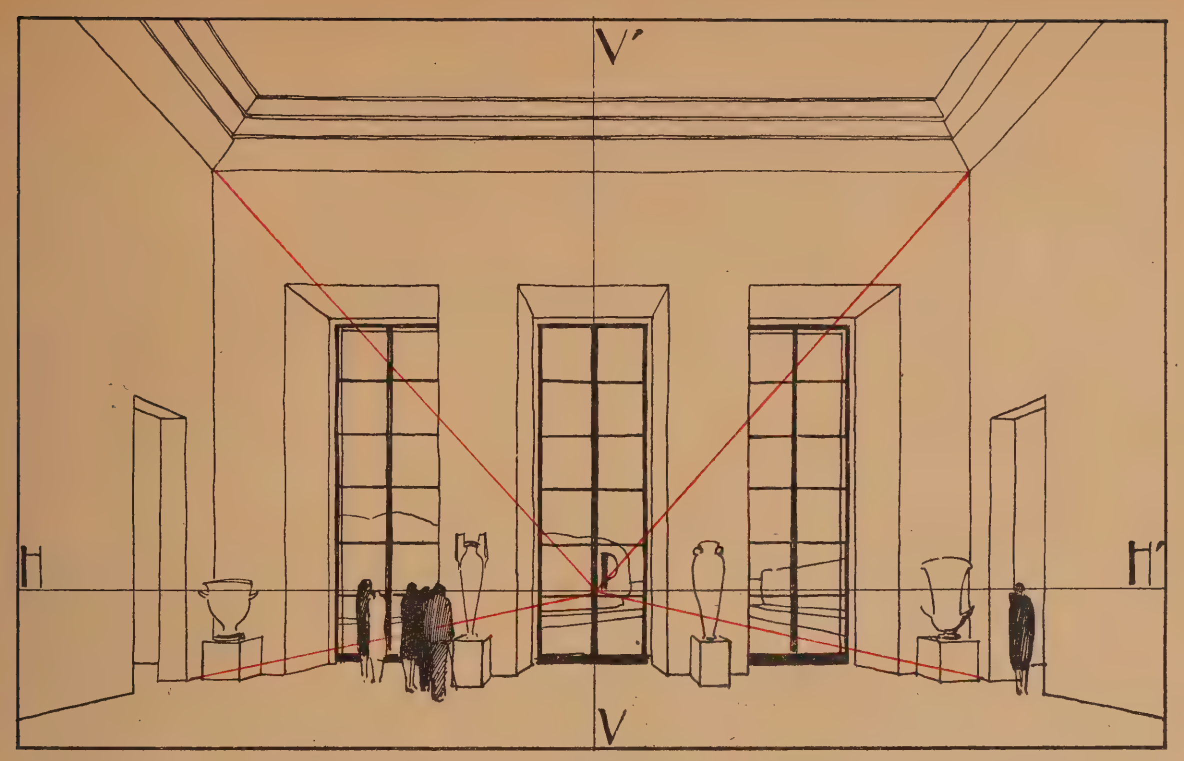


FIG. 186. — Vue intérieure d'une salle avec l'horizon normal. Les têtes des personnages debout sont à la hauteur de HH'.

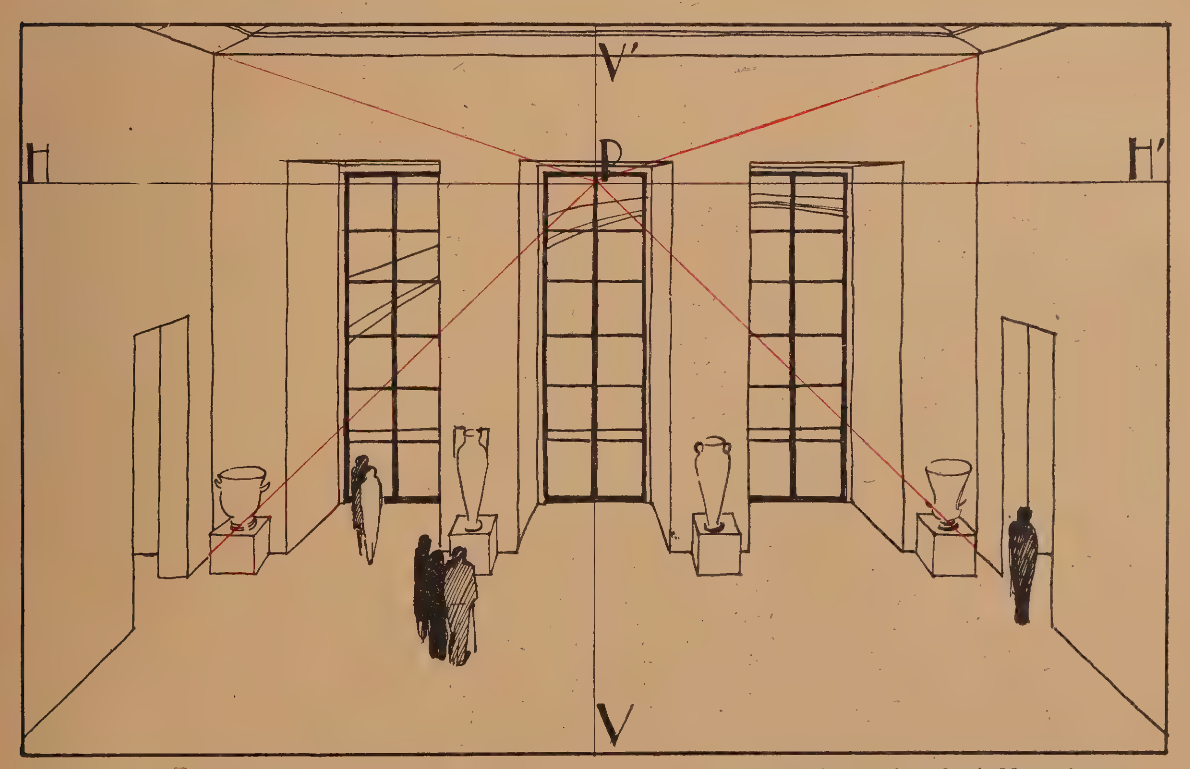


FIG. 187. — Vue de la même salle avec les mêmes personnages, mais l'horizon très relevé. Mauvais aspect.

Un des premiers éléments qu'il devra fixer sera la hauteur de l'horizon par rapport à la scène qu'il veut représenter. Si l'horizon est choisi haut, les premiers plans perdront relativement de l'importance, par rapport aux arrière-plans, le sol se développera; au contraire, le plafond, s'il y en a, se verra plus en raccourci. Si l'horizon est choisi bas, on augmentera au contraire l'importance des premiers plans et diminuera celle des arrière-plans.

Les deux figures 186 et 187 donnent l'exemple d'une vue intérieure avec l'horizon, à une hauteur normale, ce qui place toutes les têtes des personnages au même niveau, et avec un horizon relevé, ce qui au contraire relève les personnages d'arrière-plan.

Les figures 188 et 189 donnent la vue d'une place publique avec la même hauteur d'horizon; mais dans l'une cet horizon est correctement placé dans le tableau et non dans l'autre.

Si l'on désire faire une vue panoramique, prise d'un point dominant le reste du paysage, il pourra au contraire être bon de choisir HH′ haut dans le tableau (fig. 190 et 191).

S'il s'agit d'une troupe en marche conduite par un chef placé en avant, si l'auteur cherche à faire dominer la figure du chef, il devra choisir un horizon très bas, plus bas que la normale, et, au contraire, s'il cherche à donner de l'importance à toute la troupe, sans faire dominer la figure du chef, il devra choisir un horizon élevé.

Pour ceci, bien entendu, comme dans tout ce qui va suivre, il ne peut être question de donner de règles scientifiques absolues, car cela relève beaucoup plus de la sensibilité de l'artiste que de la science géométrique.

Un autre élément à préciser sera la distance du point de vue, c'est-à-dire son emplacement par rapport à la scène à représenter. Pour cela, on se servira de ce qui a été dit plus haut à propos du champ visuel. Il ne faut pas dépasser les limites de ce champ pour les objets principaux de la scène que l'on veut représenter. On peut à la rigueur les dépasser légèrement pour l'entourage de la scène principale, qui ne constitue que l'accessoire. Cela doit être considéré aussi bien en largeur qu'en hauteur. On devra remarquer que pour les scènes d'intérieur il sera très fréquent que l'on soit obligé de supposer l'un des murs abattu, et le spectateur placé plus loin qu'il ne serait possible en réalité.

Sauf de très rares exceptions, justifiées par la position de la composition décorative dans la pièce qu'elle doit orner, le point de vue sera choisi au centre de la comsition. Enfin, s'il s'agit d'une composition très importante, destinée à être placée dans une salle peu large et très longue, où les spectateurs par conséquent regardant le tableau seront obligatoirement échelonnés tout le long de la composition, il serait impossible de conserver le point de vue unique, et c'est ainsi que dans le tableau de



Fig. 188. — Vue d'une place publique l'horizon bien placé dans le tableau.

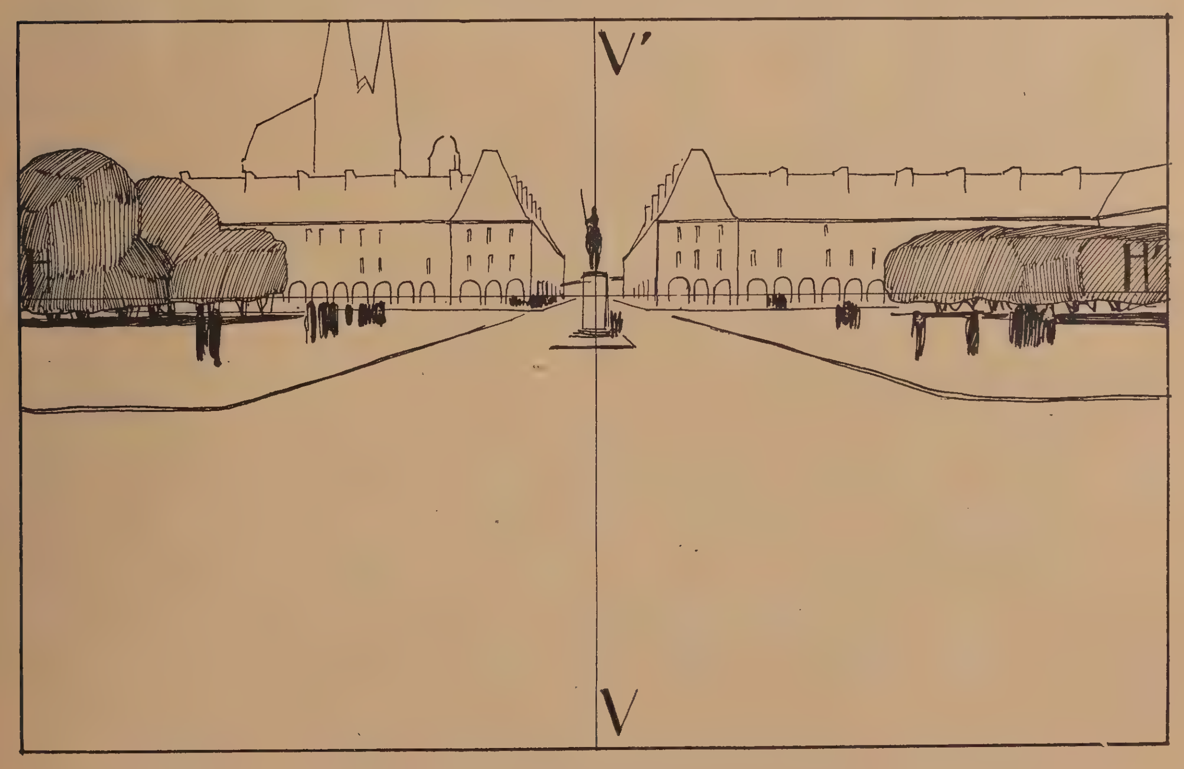


Fig. 189. — La même place publique; même hauteur de HH'. Mais HH' mal placée dans le tableau.

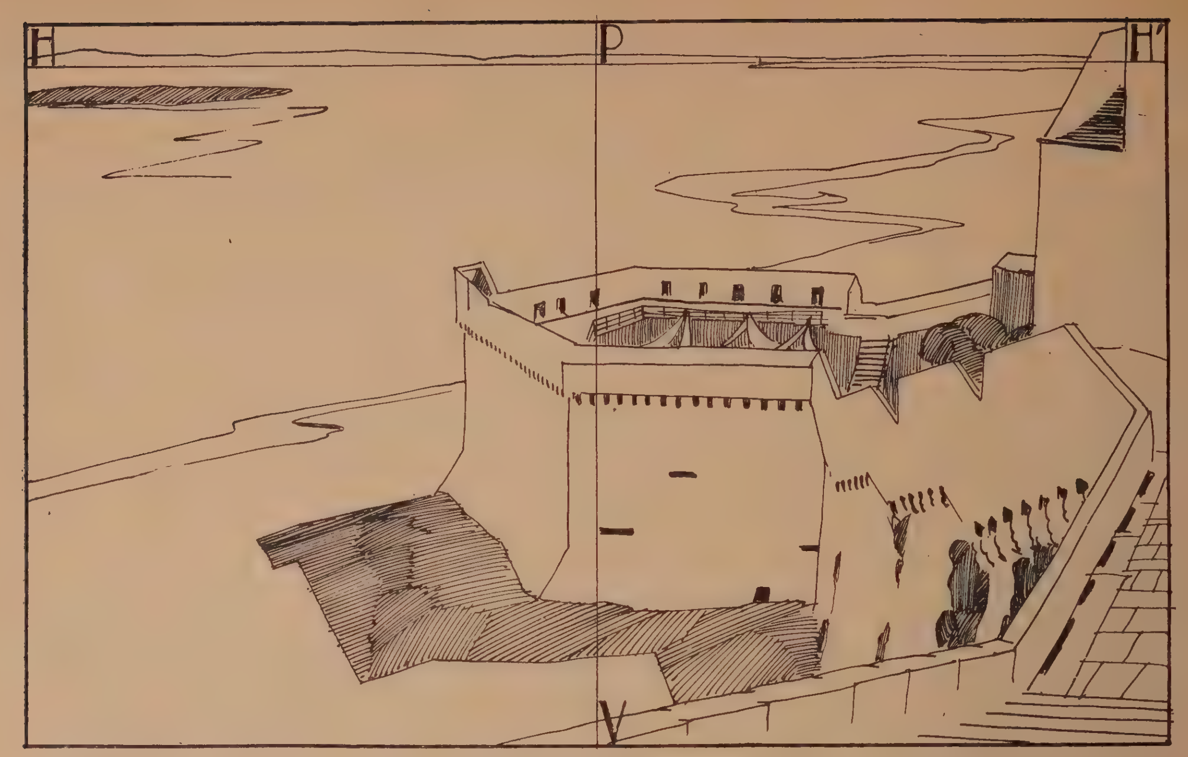


Fig. 190. — Vue panoramique prise d'un point élevé. HH' est, avec raison ici, placé très haut dans le tableau.

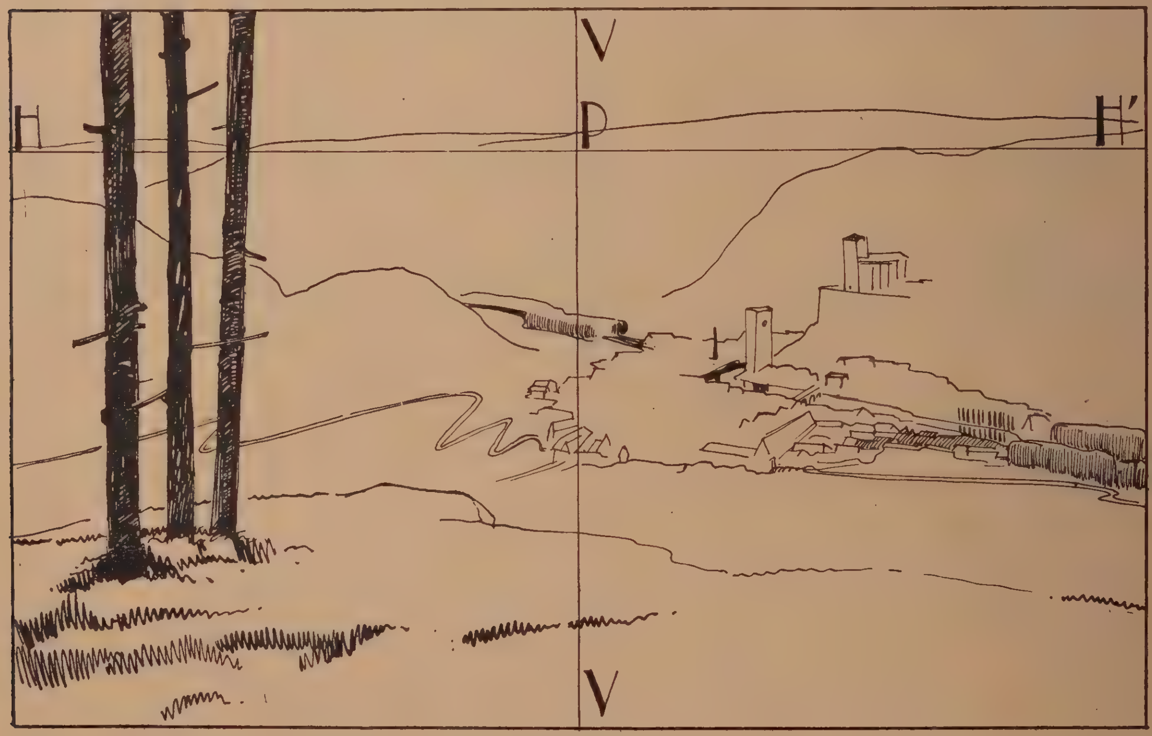


Fig. 191. — Vue panoramique d'un paysage. L'horizon est là aussi placé, avec raison, assez haut dans le tableau.

P. Véronèse, au Musée du Louvre, représentant *les Noces de Cana,* dont la figure 192 montre la photographie, le point de vue unique serait impossible, et l'auteur a été obligé d'en choisir plusieurs. On en a compté jusqu'à six, mais la ligne d'horizon reste constante, bien entendu.

Si une statue se trouve placée trop haut, le sculpteur devra en modifier l'anatomie pour qu'elle ne soit pas choquante : c'est ce que montre la figure 193.

Un point sur lequel je veux attirer l'attention est le suivant : lorsqu'il s'agit d'une grande composition picturale, l'artiste a réalisé sa composition, il a fait son épure et il a mis en place toute la décoration qui sert de fond à la scène animée qu'il veut représenter. Il lui reste à placer les personnages.

Pour leur donner le mouvement juste, il fera naturellement venir dans son atelier des modèles et ces modèles lui serviront à dessiner les personnages. C'est là que réside un grand danger. Dans l'atelier, l'éloignement du spectateur ne peut pas être très grand à cause des dimensions même de l'atelier et en raison aussi de ce que si le peintre se place trop loin de son modèle, il ne distingue plus suffisamment les détails pour exécuter son dessin. Mais alors la mise en place se trouvera faite



Fig. 192. — *Les Noces de Cana* (Musée du Louvre) de P. Veronèse. — On remarquera que pour dégager les fonds l'auteur a fait fuir les lignes perpendiculaires au tableau en plusieurs points au lieu d'un seul point P.

avec un point de vue autre que celui de la composition qui représente par exemple deux duellistes à l'épée. Si on dessinait à l'atelier, la différence de hauteur des deux pieds serait beaucoup plus grande qu'elle ne doit l'être dans la composition elle-même, et si on transportait purement et simplement le croquis fait à l'atelier on obtiendrait un pas qui en réalité arriverait à mesurer une dizaine de mètres.



Fig. 193. — Figure assise à l'attique de la Cour du Palais-Royal. En raison de la hauteur où est placée cette statue et du peu de recul, la pose et l'anatomie sont volontairement fausses.

Tableaux plans verticaux obliques

Il pourra arriver, et cela sera fréquent dans les décors de théâtre, que le tableau, tout en restant vertical, ne se trouvera pas placé perpendiculairement au rayon visuel principal. C'est le cas des décors latéraux. En effet, dans une salle de spectacle, on choisira pour point de vue devant servir à l'épure du décor le centre de gravité de toutes les places de la salle. Ce point se trouvera en général à l'inté-

rieur de la salle, dans son axe et en avant du fond. Pour la toile de fond, aucune difficulté, la ligne d'horizon se trouvera placée au niveau de ce point de vue et le point P sera au milieu. Mais pour les décors latéraux, il n'en sera plus ainsi. Il faudra faire la projection du point de vue sur ce point et s'en servir comme point principal. Ce point se trouvera souvent en dehors des limites de l'épure (fig. 194).

Tableaux plans non verticaux

On aura souvent à faire des compositions sur des plans horizontaux en plafond et parfois sur des plans obliques. Je n'ai pas à faire un nouveau cours pour ce cas particulier, car les méthodes à appliquer sont exactement celles des tableaux verticaux, mais s'il s'agit de tableaux horizontaux, toutes les horizontales seront de front, les verticales seront des perpendiculaires au tableau et, par conséquent, fuiront au point P. Il n'y aura pas de ligne d'horizon proprement dite, mais seulement des lignes de fuite de plans.

Tous les plans verticaux auront leur ligne de fuite passant par P, puisqu'ils seront perpendiculaires au tableau. Pour tout le reste on suivra les règles qui ont été établies précédemment.

Dans le cas du tableau oblique qui sera souvent celui de l'architecte voulant se

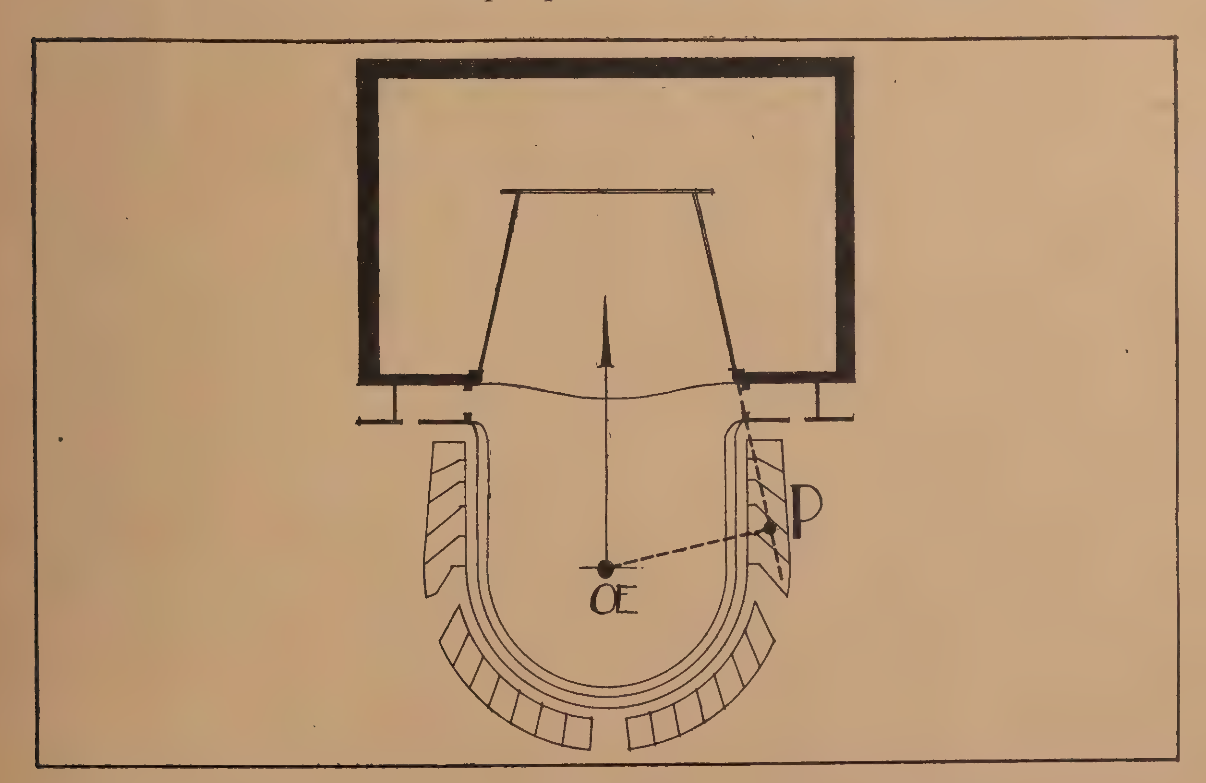


Fig. 194. — Pour les décors latéraux d'un théâtre, le point P se trouvera souvent très en dehors de l'épure.

rendre compte de l'effet que produit un projet une fois exécuté, le point P sera déterminé par la projection orthogonale du point de vue sur le tableau. Le point de fuite des verticales sera déterminé par le rayon visuel vertical. Il sera placé toujours sur la verticale principale.

La ligne d'horizon sera déterminée par la ligne d'intersection du plan du tableau et du plan d'horizon, et sera toujours en dessous du point P, dans le cas du moins des tableaux plus ou moins plafonnants, et perpendiculaire à la verticale principale. Les méthodes à suivre sont encore exactement celles qui ont été déterminées plus haut.

Tableaux courbes

Je ne parlerai ici que des tableaux cylindriques verticaux et du tableau cylindrique à axe horizontal. Dans le cas de ces tableaux, il ne s'agit plus de perspective mais de géométrie descriptive, et le problème se ramènera à trouver l'intersection du tableau avec la surface engendrée par les rayons visuels des divers points d'une ligne. Si cette ligne est droite, ces rayons visuels engendreront un plan, si elle est courbe ils engendreront un cône dont la base pourra être quelconque, ou bien être circulaire.

Je dois toutefois faire quelques remarques générales sur le cas des tableaux cylindriques, et je vais commencer par le tableau cylindrique vertical.

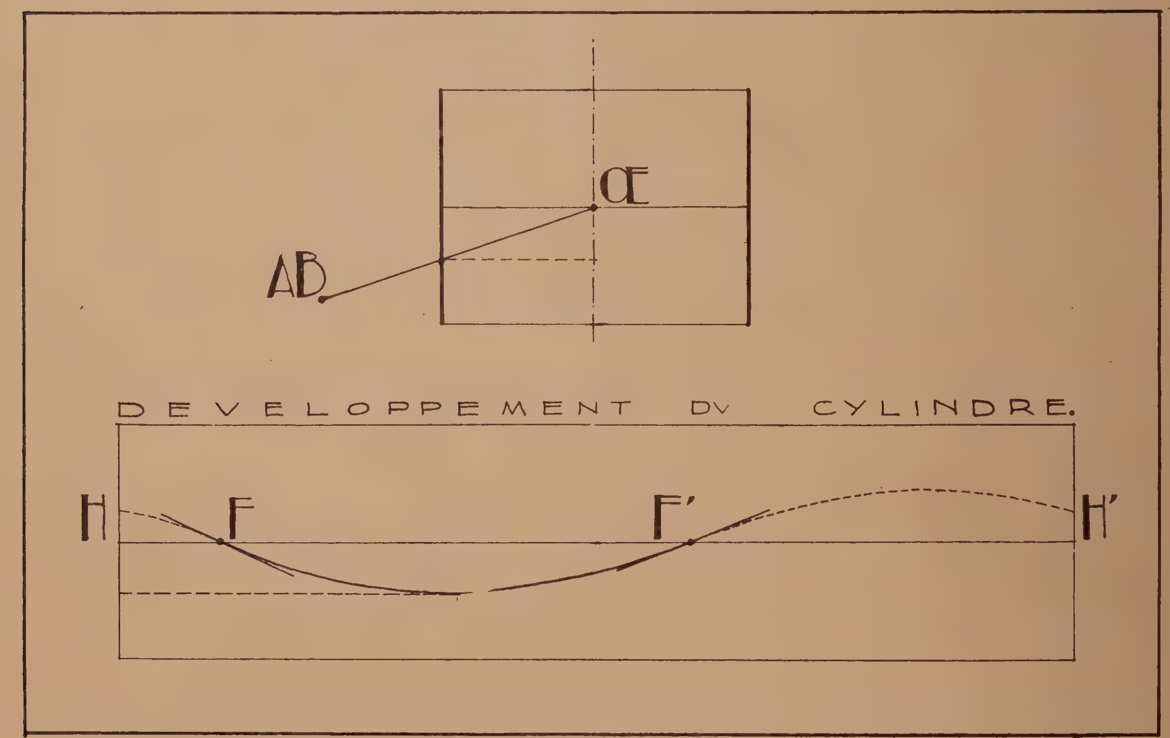


Fig. 195. — Tableau cylindrique vertical. Une droite AB horizontale aura pour image développée une sinusoïde et deux points de fuite sur HH'.

Dans le cas du tableau cylindrique vertical, le point de vue peut être placé sur l'axe du cylindre. Ce sera le cas du panorama, ou autre situation analogue, ou bien il pourra être placé en dehors de l'axe du cylindre, ce sera le cas de l'abside d'une église, etc.

Si le point de vue est sur l'axe du cylindre, toute droite déterminera un plan visuel et ce plan visuel coupera le cylindre suivant une ellipse dont le petit axe sera à la hauteur du point de vue et passera par lui.

Dans le cas extrême d'une droite verticale, le plan visuel coupera le cylindre suivant deux génératrices.

Si on fait le développement du cylindre, l'image d'une droite par conséquent deviendra une sinusoïde.

On remarquera qu'il résulte de ceci que toute droite aura deux points de fuite correspondant aux deux points où le rayon visuel parallèle à la droite rencontre le cylindre (fig. 195 et 196).

On peut, pour mettre en perspective des points, se servir d'une échelle des éloignements, image d'un certain nombre de cercles concentriques à la base du cylindre, images qui seront dans le développement des lignes droites horizontales, et d'une échelle des hauteurs (fig. 197).

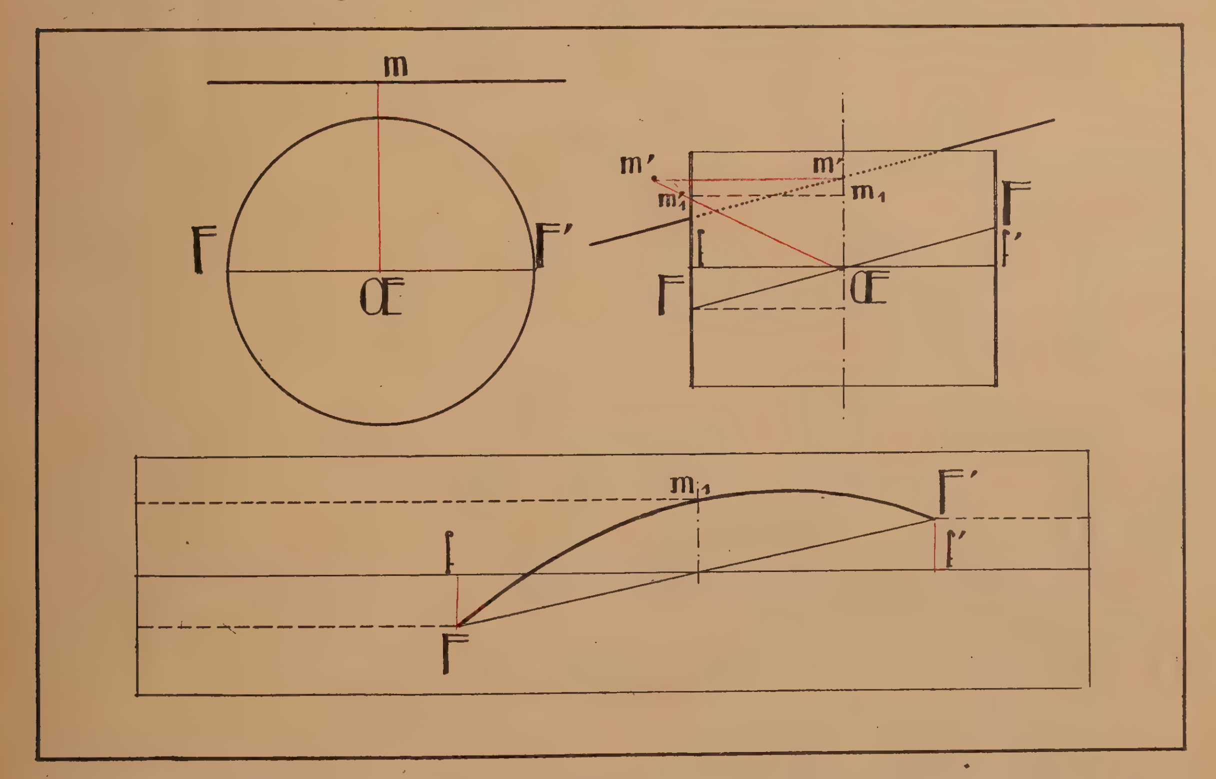


Fig. 196. — Tableau cylindrique vertical. — Une droite oblique *m* aura, comme les horizontales, pour image développée une sinusoïde; les deux points de fuite ne seront plus sur HH'' mais ils seront symétriques.

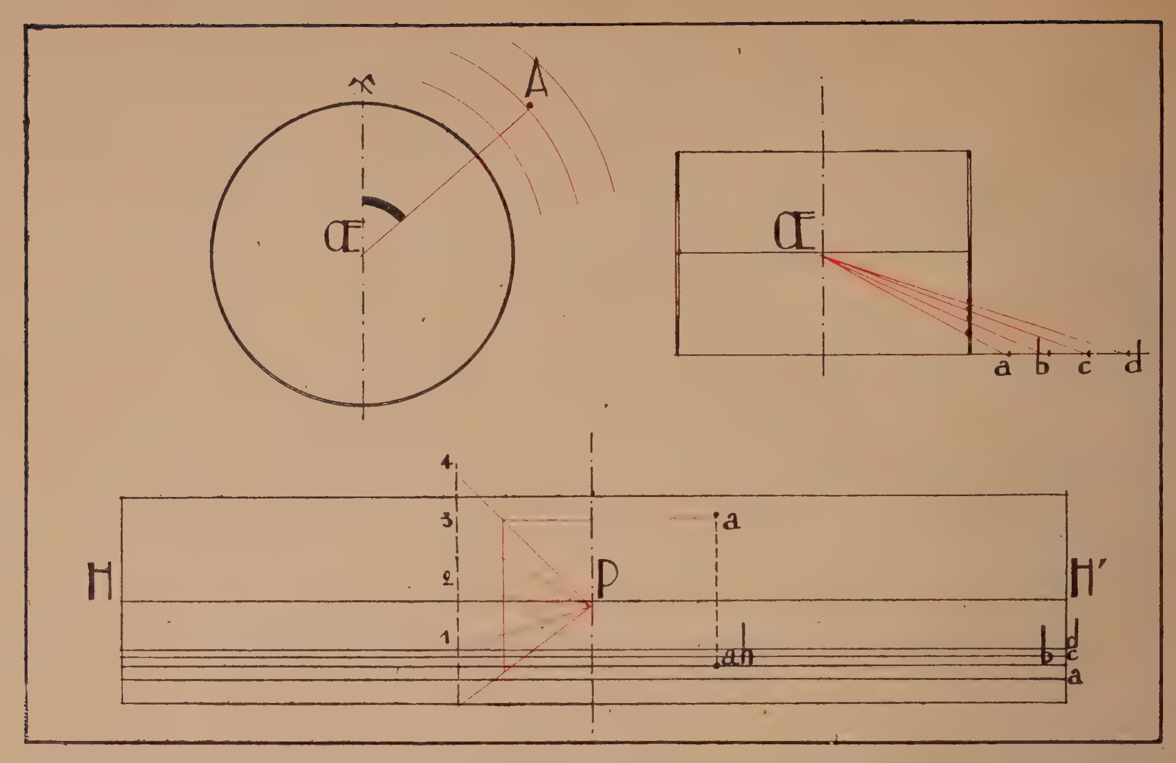


Fig. 197. — Tableau cylindrique. — On peut créer une échelle des éloignements au moyen de cercles concentriques à la base du tableau, et on aura ainsi également une échelle des hauteurs.

Si le point de vue n'est pas dans l'axe du cylindre, les tracés n'auront plus de lois aussi simples et on sera obligé de les exécuter par la géométrie descriptive, en cherchant, comme je l'ai dit tout à l'heure, l'intersection des surfaces visuelles créées par chacune des lignes avec le cylindre.

La figure 198 donne un exemple de photographie prise sur pellicule cylindrique. On voit nettement la forme sinusoïdale prise par les droites horizontales.



Fig. 198. — Exemple de développement de perspective sur tableau cylindrique. En réalité, les deux pavillons et la grille sont sur le même alignement rectiligne.

Tableau sphérique

En pratique, cela ne se rencontre que pour les voûtes en coupole, et le point de vue sera toujours alors sur la verticale du centre de la sphère. Là aussi, on sera obligé de recourir à la géométrie descriptive, et d'ailleurs il est impossible de faire de développement.

Les verticales auront pour image des grands cercles convergeant à la clef de la voûte. Les cercles horizontaux qui entreront souvent dans la composition décorative d'une telle voûte auront pour image des parallèles horizontaux de la sphère.

Il y a lieu de remarquer que dans le cas de voûte en berceau, comme dans celui de la voûte sphérique, il est préférable d'éviter les perspectives de lignes verticales qui ne soient parallèles aux génératrices (cas de la voûte en berceau). En effet, l'épure, aussi exactement qu'elle soit faite, ne donnera de résultat acceptable que pour des spectateurs placés exactement au point de vue. Dès que le spectateur se déplacera, l'image de la verticale deviendra une ligne courbe, et par conséquent sera très choquante.

CHAPITRE XX

Reconstitution d'une photograthie en géométral. Cas de la photographie prise dans des conditions connues : Œ, P, D connus. Cas de la photographie prise dans des conditions inconnues. Tableau vertical. Usage des droites perpendiculaires et a 45° pour déterminer Œ, P et D. Tableau non vertical; usage de F, F_{90} et Fv pour déterminer Œ, P et D.

Ces procédés sont très utiles pour reconstituer le géométral d'édifices inaccessibles. Ils sont suffisamment précis si on trace les épures avec soin. Il est nécessaire d'avoir des photographies aussi grandes que possible et, au besoin, on fera un agrandissement en veillant à ce qu'il ne produise pas de déformation.

Deux cas tout à fait distincts se produiront lorsque l'on voudra, partant d'une photographie, reconstituer le géométral. Ou bien on aura opéré soi-même pour prendre la photographie, ou bien on ignorera tout des conditions dans lesquelles elle a été prise.

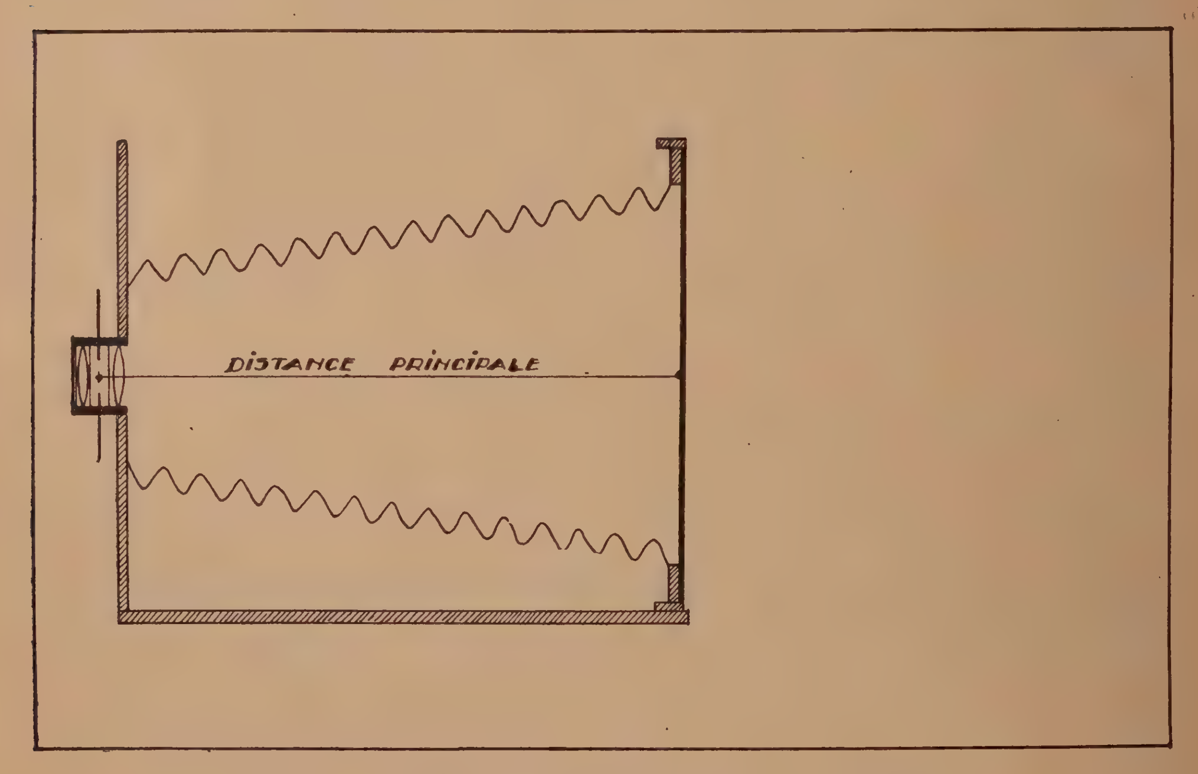


Fig. 199. — Schéma de la coupe d'un appareil de photographie.

Dans le premier cas, on connaîtra immédiatement la distance principale qu'il suffit de mesurer sur l'appareil en mesurant la distance du diaphragme de l'objectif à la couche sensible de la plaque ou de la pellicule. On connaîtra également P et on saura si le tableau est vertical ou non (fig. 199).

Les problèmes à résoudre seront exactement l'inverse de ceux traités aux chapitres précédents et on aura toutes les données nécessaires pour le faire. Je n'insiste donc pas.

Au contraire, dans le second cas, on ignorera la distance principale, le point P, la ligne d'horizon, etc., qu'il faudra commencer par reconstituer.

La première chose à déterminer sera de savoir si le tableau est vertical ou non. Pour cela, l'examen des verticales suffira. Si elles sont parallèles, le tableau est vertical, si elles fuient en un point, il ne l'est pas.

Si le tableau est vertical, on connaîtra de suite la direction de HH′ qui sera perpendiculaire aux verticales de la photographie, mais on ne connaît pas sa hauteur.

Il sera généralement facile, en prolongeant quelques fuyantes horizontales de directions différentes de déterminer des points de fuite qui devront se trouver sur HH′.

Il reste à déterminer P et D.

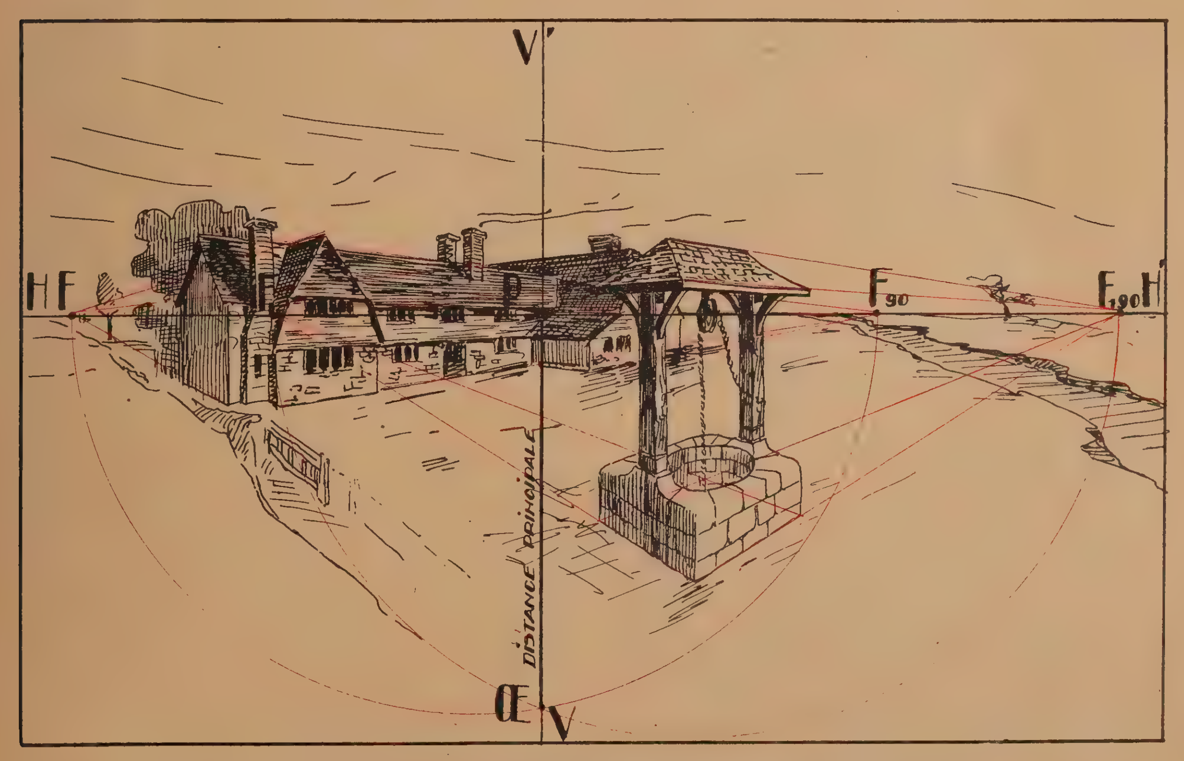


Fig. 200. — Si on connaît deux systèmes d'horizontales perpendiculaires, on déterminera F, F_{90} et F, F_{190}. On peut, par le recoupement des deux demi-cercles correspondants Œ rabattu P et D.

Si deux systèmes d'horizontales perpendiculaires existent, et c'est un cas très fréquent, on déterminera F et F_{90} et, en vertu des propriétés géométriques du demi-cercle, qui est le lieu des points d'où des droites menées vers F et F_{90} font un angle droit entre elles, on saura dès lors que Œ rabattu dans le tableau se trouvera sur un demi-cercle ayant FF_{90} comme diamètre.

S'il existe un second système d'horizontales perpendiculaires, on aurait un second demi-cercle qui, par recoupement avec le premier déterminerait Œ rabattu et par conséquent P, par une perpendiculaire sur HH'. La distance principale D serait la longueur PŒ et on a tous les éléments pour faire la reconstitution en géométral (fig. 200).

Dans le cas contraire, il faudra chercher un troisième point de fuite correspondant à un angle connu avec F et F_{90}. Ce sera souvent la direction à 45°, soit qu'on l'obtienne directement par la diagonale d'un carré horizontal existant dans la photographie (pouvant être en partie caché) (fig. 201), soit qu'on puisse le déterminer par la projection horizontale de l'arête d'une croupe d'égale pente sur ses deux pans (fig. 202), par un cercle horizontal auquel on circonscrira un carré ayant ses côtés fuyant en F et F_{90} (fig. 203). Les diagonales de ce carré donneront F_{45}.

Une fois connus F, F_{90} et F_{45}, on trace le demi-cercle ayant FF_{90} comme diamètre et un cercle ayant pour corde interceptant un quart de circonférence FF_{45}

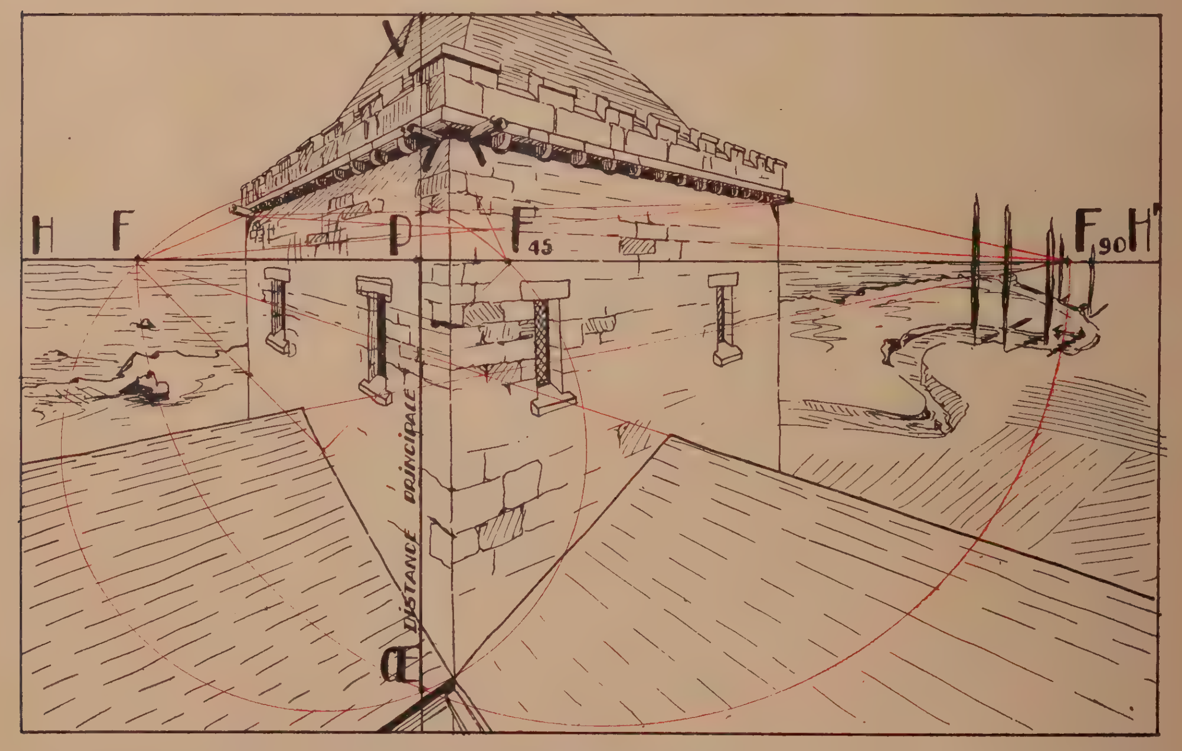


FIG. 201. — Si on peut avec F et F_{90} obtenir, sur HH', F_{45} on pourra avoir Œ rabattu par le recoupement de deux cercles et en déduire P et D.

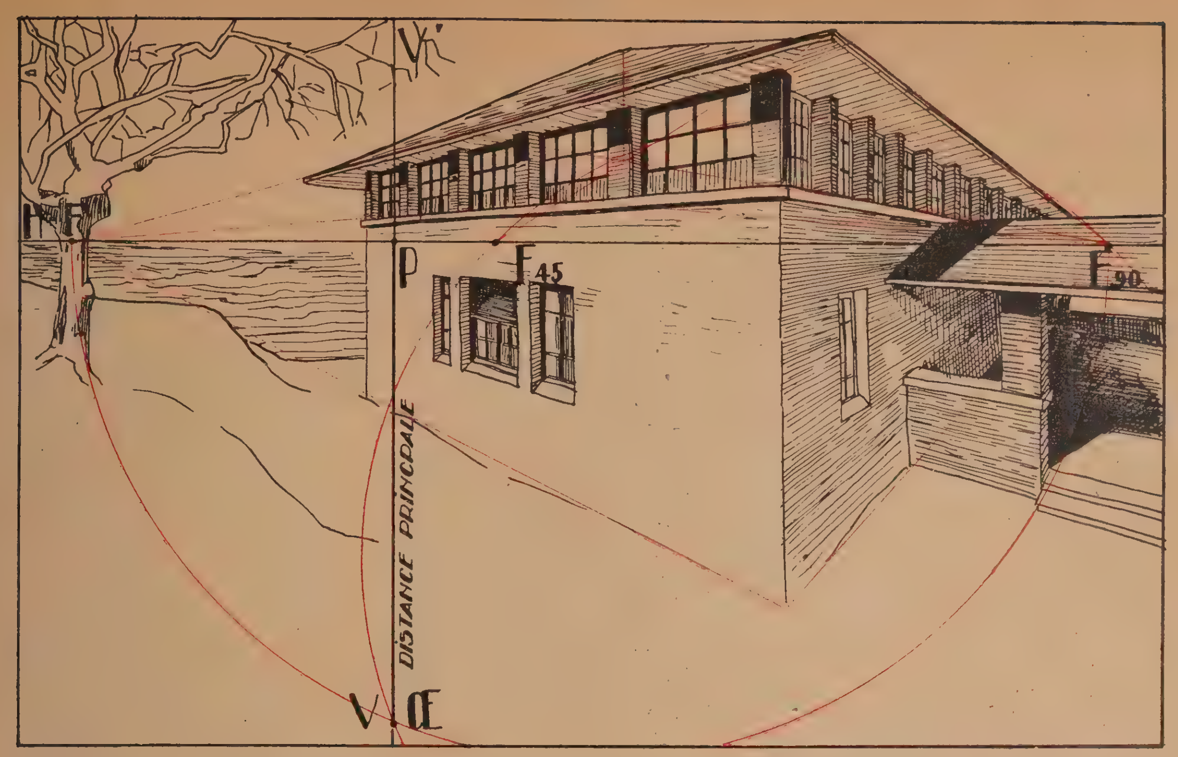


FIG. 202. — Si on a une toiture d'égale pente sur construction rectangulaire, ont peut déterminer F_{90} en traçant le milieu d'un des égouts, en menant la fuyante en F_{90}. La verticale du poinçon détermine sur cette fuyante un point de la fuyante en F_{45}.

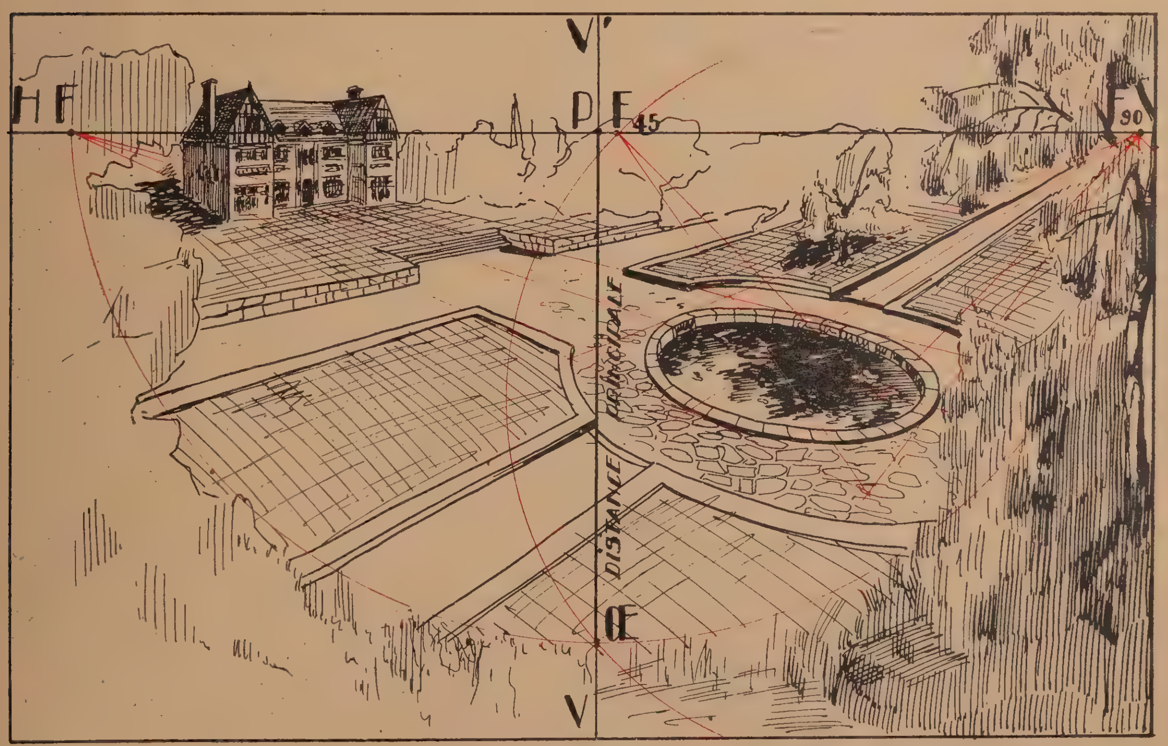


FIG. 203. — Si on connaît F_{90} et un cercle horizontal, on a F_{45} en menant les fuyantes en F et F_{90} tangentes au cercle; elles déterminent un carré dont la diagonale fuit en F_{45}.

(ou $F_{90}F_{45}$). Le tracé est très simple : par F et par F_{45} on mène deux droites à 45° sur HH'. Leur point de rencontre donne le centre du cercle. L'intersection des deux cercles donnera Œ rabattu et, par conséquent P et D.

Tout ceci reste vrai avec les modifications nécessaires s'il s'agit d'autres angles que 90° et 45° pourvu que ces angles soient connus.

Souvent le carré ou le cercle dont on pourra se servir, au lieu d'être horizontal, sera tracé sur un mur fuyant en F. Dans ce cas, on sait que la ligne de fuite du mur est la verticale $\varphi\varphi'$, passant par F. On pourra circonscrire au cercle un carré ayant deux côtés verticaux et deux fuyant en F. On aura ainsi, par la diagonale du carré réel ou de celui circonscrit au cercle, sur $\varphi\varphi'$, $F_{45°}$, et la longueur $FF_{45°}$ mesurera la distance accidentelle du plan. Si donc de F comme centre avec FF_{45} comme rayon, je décris un cercle, il doit recouper le demi-cercle de diamètre FF_{90} en Œ rabattu; on a ainsi Œ, P et D (fig. 204).

Bien d'autres cas peuvent se présenter. Il faudra avec ingéniosité trouver le moyen le plus commode de déterminer Œ, P et D.

Dans le cas où les verticales ne sont pas de front, on connaîtra généralement, outre le point de fuite F*v*. des verticales, ceux de deux directions horizontales perpendiculaires, F et F90. Ceux-ci donnent HH', mais P n'est pas sur HH'.

On a ainsi trois points de fuite de lignes perpendiculaires entre elles dans l'espace.

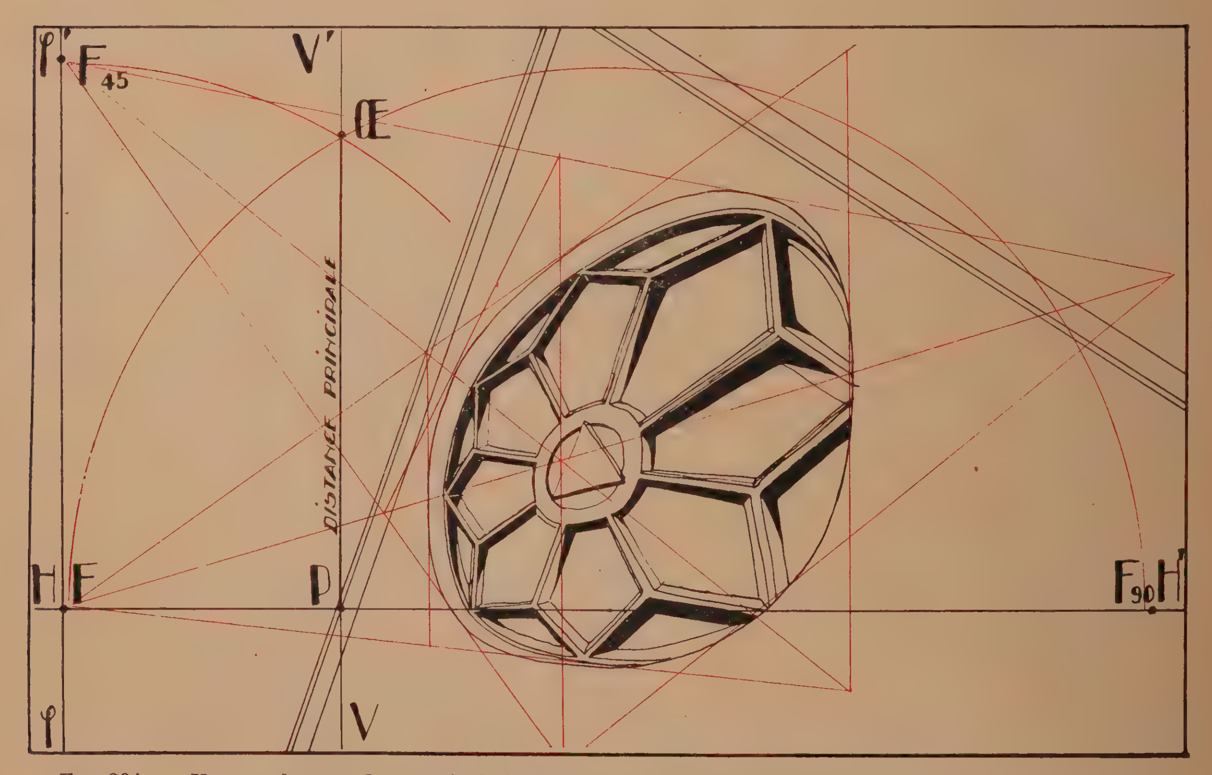


Fig. 204. — Une cercle sur plan vertical oblique peut servir à déterminer un F_{45} sur la ligne de fuite.

Comme tout à l'heure nous avons utilisé la propriété du demi-cercle dans le plan, nous allons utiliser la propriété identique de la demi-sphère dans l'espace.

Œ doit se trouver, dans l'espace, à la fois sur trois demi-sphères ayant respectivement FF_{90}, FFv et $F_{90}Fv$ comme diamètres. Or, ces trois demi-sphères se recoupent, dans l'espace, suivant des cercles perpendiculaires au plan $FF_{90}Fv$, c'est-à-dire au tableau. Ils se projetteront donc suivant des droites. On peut démontrer très simplement que ces droites sont les trois hauteurs du triangle $FF_{90}Fv$, car ces droites sont perpendiculaires aux lignes des centres qui sont elles-mêmes parallèles aux côtés du triangle. Le point de rencontre de ces hauteurs sera donc la projection de Œ sur le tableau, c'est-à-dire P (fig. 205).

Quant à D, dernier élément à déterminer, on le connaîtra en rabattant de front un des trois cercles d'intersection ayant pour diamètre une des trois hauteurs du triangle.

Résumé

Si on connaît Œ, P et D, le problème se ramène à des tracés inverses de ceux décrits plus haut.

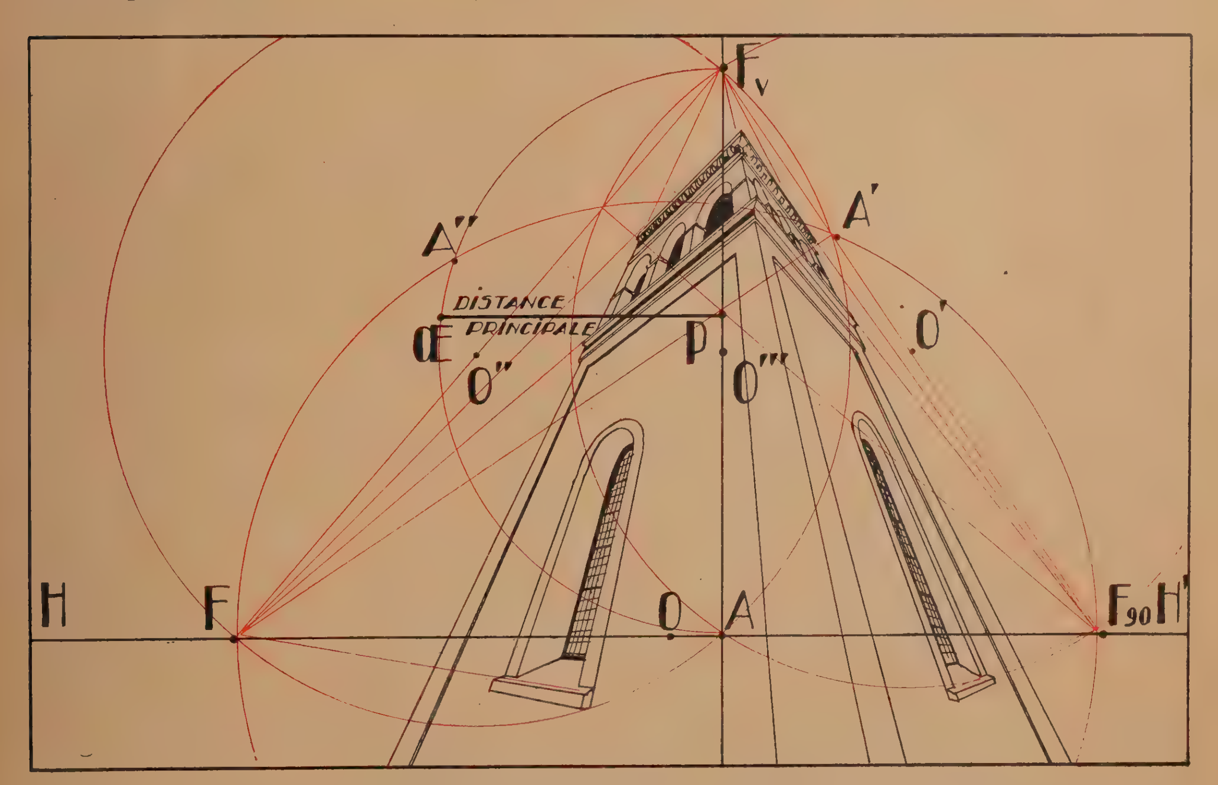


Fig. 205. — Si les verticales fuient en Fv, le lieu de Œ dans l'espace est à la fois sur trois sphères de diamètres F F_{90}, F Fv et F_{90} Fv. Les cercles d'intersection se projettent suivant les trois hauteurs du triangle F, F_{90}, Fv. P est donc au point de rencontre. Œ et D seront donnés par le rabattement d'un des demi-cercles.

Si on ne connaît pas Œ, P et D, mais le tableau étant vertical, on détermine F *et* F_{90} *de deux directions horizontales perpendiculaires; puis* F_{45} *sur* HH′ *au moyen d'une diagonale de carré réel horizontal ou de carré circonscrit à un cercle horizontal. On a* Œ *rabattu à l'intersection du demi-cercle de diamètre* FF_{90} *et du cercle ayant pour corde de* 90° FF_{45}. *On a donc* P *et* D (fig. 203).

Si le carré est sur un mur de ligne de fuite $\varphi\varphi'$ *passant par* F, *on trouve de suite la distance accidentelle qui, depuis* F, *servira à déterminer* Œ *sur le demi-cercle* FF_{90} (fig. 204).

Si le tableau n'est pas vertical, P *se trouve au point de rencontre des hauteurs du triangle* F, F_{90}, F*v et on trouve* Œ *et* D *par un rabattement du cercle* AF*v* (fig. 205).

CENT EXERCICES PRATIQUES

1. — *Trouver la distance réelle de deux plans obliques parallèles, donnés par leur ligne de fuite et leurs traces sur le sol.*

2. — *Mener par le point A une perpendiculaire, de longueur donnée, à un plan oblique quelconque donné par sa ligne de fuite.*

3. — *Tracer l'intersection de deux sphères dont on connaît les deux centres O et O', le point de fuite de O O' et les deux rayons.*

4. — *Tracer l'intersection de deux cônes dont les bases sur le sol sont connues ainsi que les sommets M et N et les projections m' et n' des sommets sur le sol.*

5. — *On connaît A B et son point de fuite F, quelconque; construire sur AB un triangle équilatéral dans un plan à horizontales de front.*

6. — *On connaît AB et son point de fuite sur H H'. Construire sur AB un triangle équilatéral dans un plan vertical.*

7. — *Trouver l'angle réel de deux droites A A' et B B' dont on connaît les deux points de fuite Fa et Fb, quelconques.*

8. — *Tracer par A une droite de longueur donnée et perpendiculaire à AB située dans un plan de ligne de fuite connue passant par F et AB.*

9. — *Trouver la perpendiculaire commune à deux droites AA' et BB' dont on connaît les points de fuite Fa et Fb (sur une même horizontale) et dont les points A et B sont dans un même plan de front.*

10. — *Trouver la distance réelle de deux points A et B dont on connaît les projections a' et b' orthogonales sur un plan montant donné par sa ligne de fuite. H H' est connue, D et P sont inconnus.*

11. — *Construire un cube ayant AB pour côté. F de AB est quelconque et une des autres directions d'arête du cube est de front.*

12. — *La droite A B est dans un plan de ligne de fuite* $\varphi\ \varphi'$ *connue. Mener par A dans un plan perpendiculaire à celui-ci, une droite faisant 60° avec AB.*

13. — *Déterminer les deux points du contour apparent d'un solide de révolution de profil quelconque et à axe vertical, situés dans un même plan horizontal de niveau M.*

14. — *Déterminer les deux points du contour apparent d'une sphère de centre O et de rayon R, situés dans un même plan vertical de bout. Ce plan est donné par sa trace dans le plan d'équateur.*

15. — *Construire sur AB, fuyant en F, comme hypothénuse, un triangle rectangle isocèle, dans un plan faisant un angle de 45° avec le tableau.*

16. — *AB est situé dans un plan M de ligne de fuite connue* $\varphi\ \varphi'$ *; trouver le point de fuite des lignes de plus grande pente par rapport à M d'un plan passant par AB et faisant avec le plan M un angle de 60°.*

17. — *Trouver la distance réelle de deux plans parallèles dont on connaît la ligne de fuite* $\varphi\ \varphi'$ *et de deux points A et B dans un même plan de front.*

18. — *Trouver l'angle d'une droite dont on connaît le point de fuite F et d'un plan dont on connaît la ligne de fuite* $\varphi\varphi'$

19. — *Contour apparent d'une sphère de centre O et de rayon R. Diverses méthodes.*

20. — *Trouver les points de fuite de deux droites situées dans deux plans donnés et perpendiculaires à leur intersection.*

21. — *On connaît les points de fuite des horizontales de deux toitures de pente 1/2. Trouver le point de fuite de l'intersection de ces deux toitures.*

22. — *Un clocher rectangulaire est surmonté d'une toiture à 4 pans ayant une pente de 60°. Le tableau est supposé non vertical.*

23. — *Faire l'épure d'une voûte d'arêtes plein cintre sur plan carré, non de front.*

24. — *Connaissant la perspective d'un pavillon rectangulaire à toiture d'égale pente sur les 4 faces, déterminer : H H' et P et D. Les verticales étant de front.*

25. — *Epure d'une voûte en arc de cloître plein cintre, à l'extrémité d'une galerie dont l'axe fuit en F.*

26. — *Epure d'une coupole sphérique sur pendentifs. Indiquer la clef de voûte.*

27. — *Trouver à l'échelle de A à la distance de A et de B dont on connaît les projections orthogonales sur un plan vertical de ligne de fuite connue*

28. — *Trouver l'intersection d'une sphère de centre O et de rayon R avec un mur vertical oblique de ligne de fuite connue. La projection sur le sol de O et la trace du mur dans le sol sont connues.*

29. — *Connaissant A et B et leurs projections orthogonales a et b sur un plan incliné oblique de ligne de fuite connue, trouver le point de fuite de AB.*

30. — *Trouver le point de fuite de la bissectrice de deux droites AA' et BB' fuyant en Fa et Fb quelconques.*

31. — *Trouver l'intersection d'une sphère de centre O et de rayon B, avec un mur vertical oblique. On connaît la projection orthogonale O sur le mur.*

32. — *Trouver l'intersection d'un cylindre horizontal, et d'une sphère dont le centre est sur l'axe du cylindre.*

33. — *Trouver l'intersection d'un cylindre à axe vertical et d'une sphère de centre O et de rayon R, sachant que O est sur la surface du cylindre. Expliquer seulement la méthode.*

34. — *Construire un cube ayant un côté horizontal et l'autre = AB, quelconque fuyant en F.*

35. — *Contour apparent d'un cylindre de révolution horizontal, oblique.*

36. — *Pénétration d'une tour dans une toiture plane dont on connaît la ligne de fuite quelconque et la trace dans le plan de base du cylindre.*

37. — *Pénétration d'une lucarne à fronton demi-circulaire dans une toiture dont on connaît la ligne de fuite et la trace dans le plan de face de la lucarne.*

38. — *Contour apparent d'un cône de révolution à base horizontale. Divers cas qui peuvent se produire.*

39. — *Contour apparent d'un cône de base circulaire verticale oblique et de sommet quelconque M. On connaît les projections sur le sol.*

40. — *Pénétration d'un cône de révolution dans un cylindre de révolution. Les axes sont horizontaux, au même niveau et perpendiculaires; ils sont obliques avec le tableau.*

41. — *Pénétration d'une voûte cylindrique dans une coupole sphérique. L'axe du berceau est oblique et passe par le centre de la sphère.*

42. — *Pénétration d'une voûte conique dans une sphérique. L'axe du cône est horizontal et oblique et rencontre le centre de la sphère.*

43. — *Arcade plein cintre dans une tour cylindrique. L'axe de l'arcade est horizontal et oblique.*

44. — *Pénétration d'une toiture plane inclinée dans une toiture conique. On connaît la ligne de fuite de la toiture plane et sa trace dans le plan de base du cône.*

45. — *Fronton pénétrant dans une coupole sphérique; on connaît les lignes de fuite des deux rampants et leurs traces dans le plan d'équateur. Faire l'épure pour un des rampants seulement.*

46. — *Fronton pénétrant dans une tour cylindrique. On connaît les lignes de fuite de deux rampants et leurs traces dans le plan de base supérieure. Faire l'épure pour un des rampants seulement.*

47. — *Pénétration d'un œil de bœuf circulaire dans une toiture cylindrique; on connaît tous les éléments nécessaires.*

48. — *Pénétration d'un œil-de-bœuf circulaire dans une toiture conique. On connaît tous les éléments nécessaires.*

49. — *Intersection d'une tour cylindrique avec un mur en talus, oblique, dont on connaît la ligne de fuite.*

50. — *Epure d'une trompe en encorbellement, les deux cylindres étant de révolution.*

51. — *Ombre au soleil d'une margelle de bassin circulaire.*

52. — *Ombre au flambeau d'un tronc de cône à axe horizontal.*

53. — *Ombre au soleil d'un tronc de cône à axe horizontal.*

54. — *Ombre d'une verticale par le reflet du soleil dans un miroir vertical oblique donné par sa ligne de fuite.*

55. — *Reflet d'une droite AB dont on connaît le point de fuite dans un miroir vertical oblique. On connaît le reflet a' de A.*

56. — *Ombre au soleil d'une voûte plein cintre, à axe perpendiculaire au tableau. Point d'ombre autoportée.*

57. — *Ombre au soleil d'un tore à axe vertical.*

58. — *Ombre au soleil d'une balustrade rampante sur les marches d'un escalier.*

59. — *Reconstituer le plan d'un parallélipipède rectangle à base horizontale; D et P sont inconnus et les verticales non de front.*

60. — *Ombre portée au soleil par l'échine d'un chapiteau dorique grec sur le fût de la colonne.*

61. — *Ombre au soleil d'un bandeau se retournant dans l'angle d'une cour à façades perpendiculaires.*

62. — *Ombre au soleil d'un bandeau à l'angle d'un piédestal rectangulaire.*

63. — *Ombre au soleil d'une archivolte de section carrée autour d'une arcade en mur oblique.*

64. — *Ombre au soleil d'un cône de base quelconque et de sommet M dont on connaît la projection orthogonale sur un mur donné.*

65. — *Ombre au soleil d'un cylindre de base de forme quelconque, dont les génératrices fuient en F.*

66. — *Ombre au soleil sur le sol de AB, fuyant en F.*

67. — *Ombre au soleil d'une verticale sur un cylindre horizontal.*

68. — *Ombre au soleil d'une tour surmontée d'un toit conique.*

69. — *Ombre portée au soleil d'une lucarne à fronton sur une toiture dont on connaît la ligne de fuite* $\varphi\ \varphi'$.

70. — *Ombre au soleil d'un bandeau couronnant une tour. Point de perte dans l'ombre propre de la tour.*

71. — *Indiquer le point de convergence des ombres portées au flambeau par une série de verticales sur un plan incliné dont on connaît la trace sur le sol et la ligne de fuite* $\varphi\ \varphi'$.

72. — *Indiquer le point de fuite des ombres portées au soleil par une série de verticales sur les plans inclinés dont on connaît la ligne de fuite* $\varphi\ \varphi'$.

73. — *Indiquer le point de convergence des ombres portées au flambeau par une série de perpendiculaires à un plan oblique de trace dans le sol et de lignes de fuite connues.*

74. — *Ombre propre au soleil de la sphère. Différentes méthodes.*

75. — *Indiquer le point de fuite des ombres portées au soleil par une série de droites perpendiculaires à un plan de ligne de fuite connue* $\varphi\ \varphi'$.

76. — *Ombre au soleil d'une droite fuyant en F, sur un toit à la Mansart dont on connaît les deux lignes de fuite du brisis et du terrasson.*

77. — *Reflet d'une horizontale dont on connaît la projection sur le sol dans un miroir oblique incliné, dont on connaît la ligne de fuite et la trace dans le sol.*

78. — *Ombre au flambeau d'une verticale sur une voussure en 1/4 de cercle. On connaît les projections sur le plafond de la droite et du flambeau.*

79. — *Ombre au soleil d'une horizontale fuyant en F sur une tour connue.*

80. — *Ombre au soleil d'une marquise demi-circulaire sur un mur vertical oblique.*

81. — *Ombre au flambeau d'une sphère de centre O et de rayon R, sachant que O et FL sont dans le même plan de front.*

82. — *Ombre au flambeau d'une sphère; sachant que O et FL sont dans un même plan vertical oblique.*

83. — *Ombre au flambeau d'un cercle vertical oblique sur un mur non parallèle; on connaît les projections et trace horizontales.*

84. — *Reflet d'un point A dans deux miroirs verticaux perpendiculaires. On connaît les traces dans le sol des miroirs et la projection, a, de A.*

85. — *Ombre au flambeau d'un cercle horizontal sur un mur vertical oblique. Le centre et FL sont sur la même verticale. Les trace et projections sur le sol sont connues.*

86. — *Ombre au soleil du haut d'une tour sur une toiture plane perpendiculaire au tableau, dont on connaît la pente.*

87. — *Ombre au soleil du haut d'une tour sur une coupole sphérique. On connaît les projections horizontales de la tour et de la sphère.*

88. — *Ombre au flambeau d'une série d'horizontales parallèles sur un plan incliné quelconque. Point de convergence; on connaît les pieds des horizontales dans le plan, et les trace et projections horizontales.*

89. — *Point de fuite des ombres au soleil d'une série d'horizontales parallèles sur un plan incliné de ligne de fuite connue $\varphi\varphi'$.*

90. — *Ombre au soleil d'une tour cylindrique posant sur un soubassement en tronc de cône. Ombre portée sur le tronc du cône. Point de perte.*

91. — *Reflet dans l'eau d'une arcade dans un mur de soutènement incliné et oblique.*

92. — *Reflet dans un miroir vertical oblique d'une arcade de front.*

93. — *Contour apparent du reflet d'un cône à axe vertical dans un miroir vertical oblique.*

94. — *Reflets d'un point A dans trois miroirs verticaux obliques, disposés en plan suivant un triangle équilatéral.*

95. — *Reflet dans l'eau d'une tour à toiture conique.*

96. — *Ombre au soleil d'une horizontale sur des gradins circulaires.*

97. — *Ombre au soleil d'une oblique fuyant en F sur des gradins circulaires.*

98. — *Déterminer le rayon de front du reflet d'un cercle situé dans un plan quelconque, dans un miroir vertical oblique.*

99. — *Ombre d'une verticale sur le sol, le flambeau étant dans le plan de front de OE, à 3 mètres à droite et à 2 mètres au-dessus de OE qui est à 1 mètre au-dessus du sol.*

100. — *Ombre au soleil d'une niche circulaire dans un mur oblique.*

TABLE DES MATIÈRES

TABLE DES FIGURES

